S1 Eksamen V2022 LK20

Farhan Omar

June 4, 2022

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (2 poeng)

$$\begin{aligned}(2a)^{-1} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^{-3} \cdot (a \cdot b)^3 &= 2^{-1} \cdot a^{-1} \cdot \frac{b^{-3}}{2^{-3}} \cdot a^3 \cdot b^3 \\ &= \frac{2^{-1}}{2^{-3}} \cdot a^{-1} \cdot a^3 \cdot b^{-3} \cdot b^3 \\ &= 2^2 \cdot a^2 \cdot 1 = 4a^2\end{aligned}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

$$\begin{aligned}E'(x) &= 0,2 + 0 + \frac{0 \cdot x - 20000 \cdot 1}{x^2} \\ &= 0,2 - \frac{20000}{x^2} \\ E'(100) &= 0,2 - \frac{20000}{(100)^2} = 0,2 - 2 = -1,8\end{aligned}$$

Om fabrikken øker produksjon av luer fra 100 til 101 vil kostnadene per produsert lue gå ned med 1,8.

Oppgave 3 (1 poeng)

$$\begin{aligned}\lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x^2+x-12} &= \frac{0}{3^2+3-12} = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{(x+4)(x-3)} \\ &= \lim_{x \to 3} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{3+4} = \frac{1}{7}\end{aligned}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

$$\begin{aligned}e^{2x} - e^x &= 2 \\ (e^x)^2 - e^x - 2 &= 0\end{aligned}$$

Vi bruker sum-og-gang metode for å løse andregradsligning i e^x
sum:-1
Gang:-2

$$
\begin{aligned}
\left(e^x+1\right)\left(e^x-2\right)&=0\\
e^x+1=0 \Rightarrow e^x&=-1 \Rightarrow \text{ingen løsning}\\
e^x-2&=0\\
e^x&=2\\
lne^x&=ln2\\
x&=ln2
\end{aligned}
$$

Oppgave 5 (1 poeng)

$$
\begin{aligned}
\lg(x+3)+\lg x&=\lg a\\
\lg(7+3)+\lg 7&=\lg a\\
\lg 10+\lg 7&=\lg a\\
\lg(10\cdot 7)&=\lg a\\
\lg 70&=\lg a\\
a&=70
\end{aligned}
$$

Oppgave 6 (3 poeng)

a)

Når programmet kjøres ,skjer dette,

1. for-løkke kjøres N ganger og hver gang får a og be to tilfeldige tall mellom 1 og 6 (vi kaster to terninger).
2. Så sjekkes det om summen av de to tallene blir 9 så legger det 1 till antall gunstige.
3. Når løkken ferdig kjørt deles det antall gunstige på antall kjøringer(tilsvarer N terningkast) og printes ut.

Eleven ønsker å finne sannsynligheten for summen av antall øyne ved to terningkast er 9. Vi tester det og får

```
In [3]: from random import randint
        N=1000000
        gunstige=0
        for i in range(N):
            a=randint(1,6)
            b=randint(1,6)
            if a+b==9:
                gunstige=gunstige+1
        print(gunstige/N)

0.11069
```

Figure 1

b)

Kast 2

		1	2	3	4	5	6
	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
Kast1	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Table 1: Ulike kombinasjoner ved to terningkast

Fra tabellen ser vi at sannsynligheten for at summen av øyne på i to terningkast er 9 er,

$$\frac{4}{6 \cdot 6} = \frac{1}{9} = 0,111$$

DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (6 poeng)

a)

vi setter punktene i et regneark i Geogebra og bruker regresjonsanalyse verktøy og ser at eksponential funksjon passer best siden antall gårdsbruk kan aldri bli null. lineær og polynom(grad 2) kunne passet også men de kan bli null noe som er urealistisk. funksjonen blir

$$f(x) = 160845,45 \cdot 0,9719^x$$

	A	B	C
1	År	Antall gårdsbruk	
2	0	154977	
3	20	99382	
4	30	68539	
5	40	47688	
6	51	38633	
7			

Figure 2

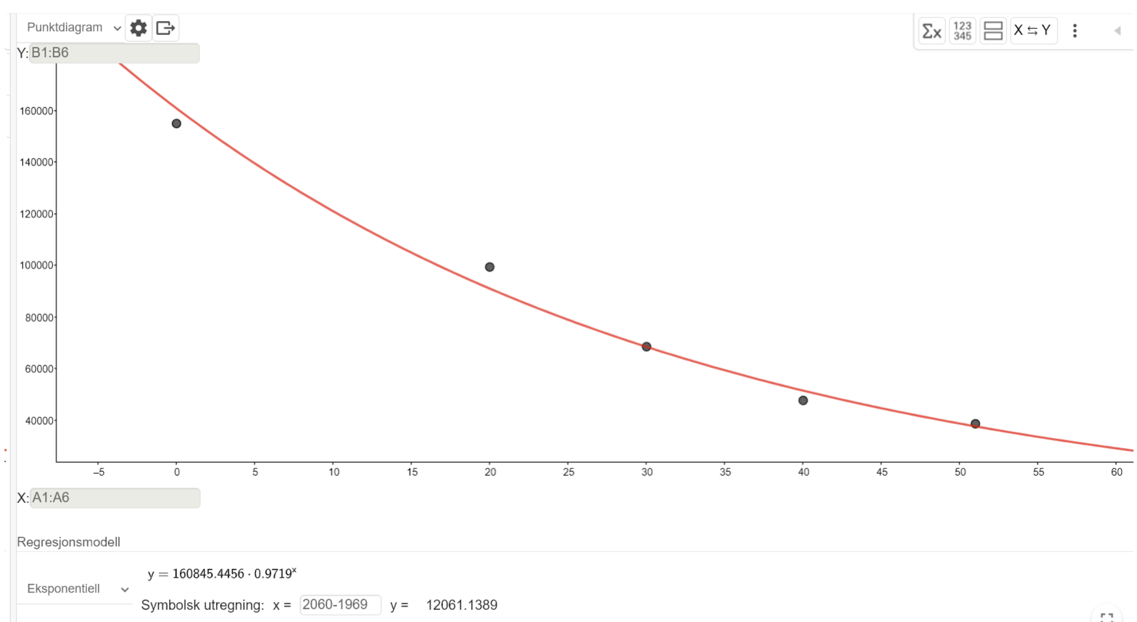

Figure 3

b)

Vi bruker regresjonsanalyse og setter for $x = 2060 - 1969 = 91$ og får at antall gårdsbruk $y = 12061,14$. Dette ser rimelig ut med tanke på at antall gårdsbruk har gått ned ifølge modellen og tabellen fram til 2020 og dette kommer til å fortsette med tanke på vanskeligheten av å drive jordbruk i Norge på grunn av været og kostnadene og konkurranse fra utlandet.

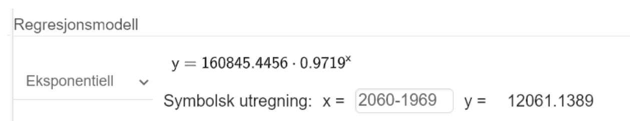

Figure 4

c)

Vi kopierer grafen til grafikkfeltet så. Vil anta at vi skal finne når antall-gårdsbruk har avtatt med 1000 fra startåret i 1969:

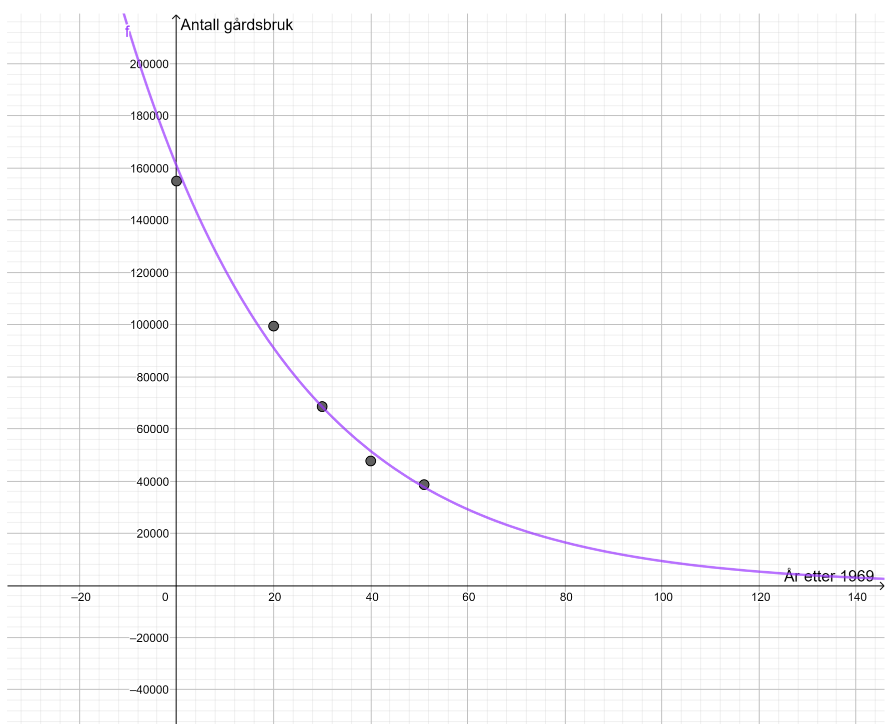

Figure 5

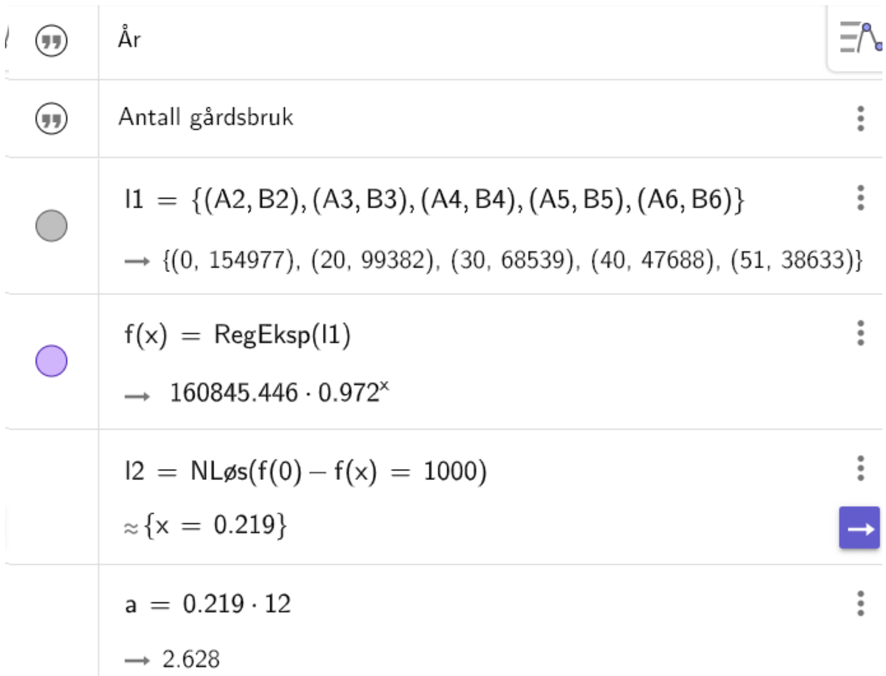

Figure 6

Antall gårdsbruk vil avta med 1000 $0,219$ etter 1969 så blir det i 1970.

Oppgave 2 (6 poeng)

a)

Alle tre betingelsene for binomisk situasjon er oppfylt

1. Forsøket består av 12 delforsøk(vi har 12 elver som skal til oppkjøring) og i hvert delforsøk(elev til oppkjøring) er det to muligheter enten elven består oppkjøringen eller ikke består .
2. Oppkjøringene er uavhengige av hverandre(Altså at en elev består har ikke noe påvirkingen på at en annen elev skal bestå).
3. Sannsynligheten for suksess(eleven består oppkjøringen) er det samme i hver oppkjøring $p = 0.74$

b)

La X representere antall elever som går til oppkjøring så må vi finne $P(X \geq 8)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er 0,821 .

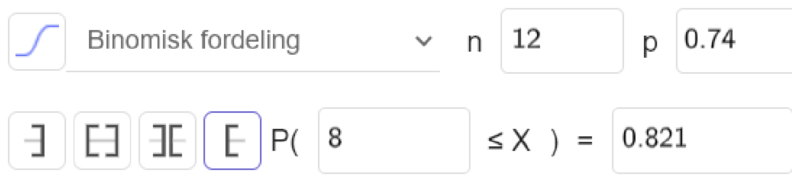

Figure 7

c)

La X representere antall gutter som går til oppkjøring så må vi finne $P(X = 5)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er 0,315 .

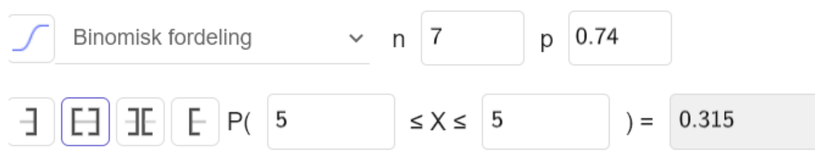

Figure 8

La Y representere antall jenter som går til oppkjøring så må vi finne $P(Y = 4)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er $0,3898$.

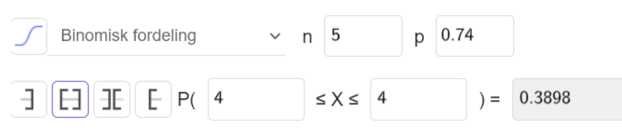

Figure 9

Sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene og 4 av jentene består oppkjøringen er $P(X = 5) \cdot P(Y = 4)$ (siden de er uavhengige)

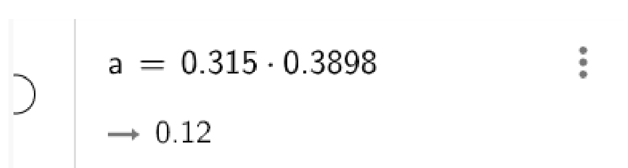

Figure 10

Sannsynligheten er $0,12$

Oppgave 3 (8 poeng)

Vi bruker Cas. Vi finner månedlig rente fra vekstfaktoren (rad 1 og 2) så ganger vi med 12 måneder for å finne årlig rente som er 3,6 % (rad 3)

a)

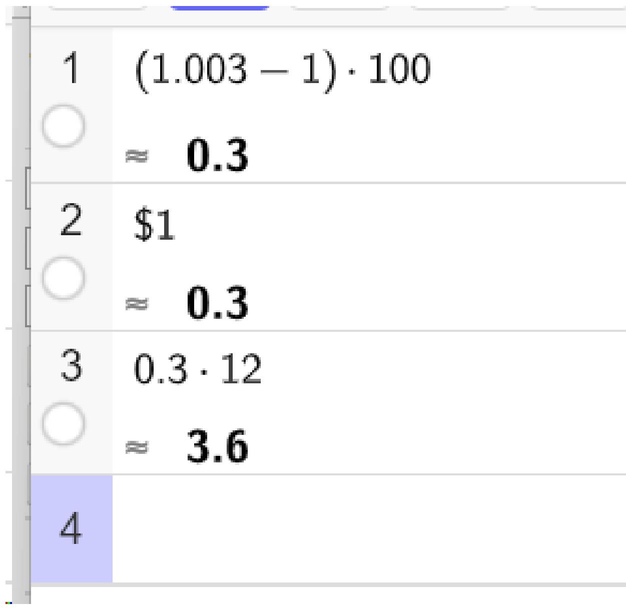

Figure 11

b)

Vi bruker Cas og finner at det tar $44,58$ måneder (3 år og 8 måneder) for at at han skal ha 80000 kr på kontoen.

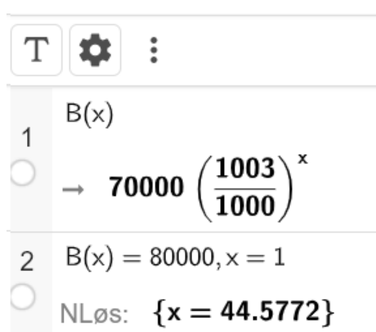

Figure 12

c)

Funksjonen B(X) er kontinuerligsiden den er eksponential men funksjonen som representere verdien i aksjefondet er diskontinuerlig fordi det er et hopp når det settes inn 2000 kr hver måned.

d)

Vi bruker Excel (Regneark)

	A	B	C	D	E
1	Fast innskudd i aksjefondet	2000		Penger på konto etter 24	75217,7663
2	Fast rente	0,7		Rente	0,3
3	Vekstfaktor	1,007		vekstfaktor	1,003
4					
5	Måneder etter aksjefondet sparing	Penger i aksjefondet i starten av måneden	Penger i aksjefondet på slutten av måneden	Penger på konto på slutten av måneden	Sum (slutten av måneden)
6	1	2000,00	2014,00	75443,42	77457,42
7	2	4014,00	4042,10	75669,75	79711,85
8	3	6042,10	6084,39	75896,76	81981,15
9	4	8084,39	8140,98	76124,45	84265,43
10	5	10140,98	10211,97	76352,82	86564,79
11	6	12211,97	12297,45	76581,88	88879,34
12	7	14297,45	14397,54	76811,63	91209,16
13	8	16397,54	16512,32	77042,06	93554,38
14	9	18512,32	18641,91	77273,19	95915,09
15	10	20641,91	20786,40	77505,01	98291,41
16	11	22786,40	22945,90	77737,52	100683,43
17	12	24945,90	25120,52	77970,74	103091,26
18	13	27120,52	27310,37	78204,65	105515,02
19	14	29310,37	29515,54	78439,26	107954,80
20	15	31515,54	31736,15	78674,58	110410,73
21	16	33736,15	33972,30	78910,60	112882,91
22	17	35972,30	36224,11	79147,33	115371,44
23	18	38224,11	38491,68	79384,78	117876,45
24	19	40491,68	40775,12	79622,93	120398,05
25	20	42775,12	43074,55	79861,80	122936,34
26	21	45074,55	45390,07	80101,39	125491,45
27	22	47390,07	47721,80	80341,69	128063,49

Figure 13

	A	B	C	D	E
27	22	47390,07	47721,80	80341,69	128063,49
28	23	49721,80	50069,85	80582,71	130652,56
29	24	52069,85	52434,34	80824,46	133258,80
30	25	54434,34	54815,38	81066,94	135882,32
31	26	56815,38	57213,09	81310,14	138523,22
32	27	59213,09	59627,58	81554,07	141181,65
33	28	61627,58	62058,97	81798,73	143857,70
34	29	64058,97	64507,38	82044,13	146551,51
35	30	66507,38	66972,94	82290,26	149263,19
36	31	68972,94	69455,75	82537,13	151992,88
37	32	71455,75	71955,94	82784,74	154740,68
38	33	73955,94	74473,63	83033,09	157506,72
39	34	76473,63	77008,94	83282,19	160291,14
40	35	79008,94	79562,01	83532,04	163094,05
41	36	81562,01	82132,94	83782,64	165915,58
42	37	84132,94	84721,87	84033,98	168755,86
43	38	86721,87	87328,92	84286,09	171615,01
44	39	89328,92	89954,23	84538,94	174493,17
45	40	91954,23	92597,91	84792,56	177390,47
46	41	94597,91	95260,09	85046,94	180307,03
47	42	97260,09	97940,91	85302,08	183242,99
48	43	99940,91	100640,50	85557,99	186198,48
49	44	102640,50	103358,98	85814,66	189173,64
50	45	105358,98	106096,50	86072,10	192168,60
51	46	108096,50	108853,17	86330,32	195183,49
52	47	110853,17	111629,14	86589,31	198218,45
53	48	113629,14	114424,55	86849,08	201273,63
54	49	116424,55	117239,52	87109,63	204349,14

Figure 14

	A	B	C	D	E
1	Fast innskudd i aksjefondet	2000		Penger på konto etter 24 måmder	75217,7663
2	Fast rente	0,7		Rente	0,3
3	Vekstfaktor	=1+B2/100		vekstfaktor	=1+E2/100
4					
5	Måneder etter aksjefondet sparing	Penger i aksjefondet i starten av måneden	Penger i aksjefondet på slutten av måneden	Penger på konto på slutten av måneden	Sum (slutten av måneden)
6	1	=B1	=B6*$B$3	=E1*$E$3	=C6+D6
7	2	=C6+$B$1	=B7*$B$3	=D6*$E$3	=C7+D7
8	3	=C7+$B$1	=B8*$B$3	=D7*$E$3	=C8+D8
9	4	=C8+$B$1	=B9*$B$3	=D8*$E$3	=C9+D9
10	5	=C9+$B$1	=B10*$B$3	=D9*$E$3	=C10+D10
11	6	=C10+$B$1	=B11*$B$3	=D10*$E$3	=C11+D11
12	7	=C11+$B$1	=B12*$B$3	=D11*$E$3	=C12+D12
13	8	=C12+$B$1	=B13*$B$3	=D12*$E$3	=C13+D13
14	9	=C13+$B$1	=B14*$B$3	=D13*$E$3	=C14+D14
15	10	=C14+$B$1	=B15*$B$3	=D14*$E$3	=C15+D15
16	11	=C15+$B$1	=B16*$B$3	=D15*$E$3	=C16+D16
17	12	=C16+$B$1	=B17*$B$3	=D16*$E$3	=C17+D17
18	13	=C17+$B$1	=B18*$B$3	=D17*$E$3	=C18+D18
19	14	=C18+$B$1	=B19*$B$3	=D18*$E$3	=C19+D19
20	15	=C19+$B$1	=B20*$B$3	=D19*$E$3	=C20+D20
21	16	=C20+$B$1	=B21*$B$3	=D20*$E$3	=C21+D21
22	17	=C21+$B$1	=B22*$B$3	=D21*$E$3	=C22+D22
23	18	=C22+$B$1	=B23*$B$3	=D22*$E$3	=C23+D23
24	19	=C23+$B$1	=B24*$B$3	=D23*$E$3	=C24+D24
25	20	=C24+$B$1	=B25*$B$3	=D24*$E$3	=C25+D25
26	21	=C25+$B$1	=B26*$B$3	=D25*$E$3	=C26+D26
27	22	=C26+$B$1	=B27*$B$3	=D26*$E$3	=C27+D27

Figure 15: Med formler

	A	B	C	D	E
25	20	=C24+$B$1	=B25*$B$3	=D24*$E$3	=C25+D25
26	21	=C25+$B$1	=B26*$B$3	=D25*$E$3	=C26+D26
27	22	=C26+$B$1	=B27*$B$3	=D26*$E$3	=C27+D27
28	23	=C27+$B$1	=B28*$B$3	=D27*$E$3	=C28+D28
29	24	=C28+$B$1	=B29*$B$3	=D28*$E$3	=C29+D29
30	25	=C29+$B$1	=B30*$B$3	=D29*$E$3	=C30+D30
31	26	=C30+$B$1	=B31*$B$3	=D30*$E$3	=C31+D31
32	27	=C31+$B$1	=B32*$B$3	=D31*$E$3	=C32+D32
33	28	=C32+$B$1	=B33*$B$3	=D32*$E$3	=C33+D33
34	29	=C33+$B$1	=B34*$B$3	=D33*$E$3	=C34+D34
35	30	=C34+$B$1	=B35*$B$3	=D34*$E$3	=C35+D35
36	31	=C35+$B$1	=B36*$B$3	=D35*$E$3	=C36+D36
37	32	=C36+$B$1	=B37*$B$3	=D36*$E$3	=C37+D37
38	33	=C37+$B$1	=B38*$B$3	=D37*$E$3	=C38+D38
39	34	=C38+$B$1	=B39*$B$3	=D38*$E$3	=C39+D39
40	35	=C39+$B$1	=B40*$B$3	=D39*$E$3	=C40+D40
41	36	=C40+$B$1	=B41*$B$3	=D40*$E$3	=C41+D41
42	37	=C41+$B$1	=B42*$B$3	=D41*$E$3	=C42+D42
43	38	=C42+$B$1	=B43*$B$3	=D42*$E$3	=C43+D43
44	39	=C43+$B$1	=B44*$B$3	=D43*$E$3	=C44+D44
45	40	=C44+$B$1	=B45*$B$3	=D44*$E$3	=C45+D45
46	41	=C45+$B$1	=B46*$B$3	=D45*$E$3	=C46+D46
47	42	=C46+$B$1	=B47*$B$3	=D46*$E$3	=C47+D47
48	43	=C47+$B$1	=B48*$B$3	=D47*$E$3	=C48+D48
49	44	=C48+$B$1	=B49*$B$3	=D48*$E$3	=C49+D49
50	45	=C49+$B$1	=B50*$B$3	=D49*$E$3	=C50+D50
51	46	=C50+$B$1	=B51*$B$3	=D50*$E$3	=C51+D51
52	47	=C51+$B$1	=B52*$B$3	=D51*$E$3	=C52+D52
53	48	=C52+$B$1	=B53*$B$3	=D52*$E$3	=C53+D53
54	49	=C53+$B$1	=B54*$B$3	=D53*$E$3	=C54+D54

Figure 16: Med formler

Total verdien vil bli større enn 200000 kr 45 måneder etter han begynte å sette penger i aksjefondet. Vi kan finne svaret via programmering også (Jeg brukte Jupyter Notebook for å kjøre koden)

```
In [3]: p1=0.3 #Månedlig rente på konto
        p2=0.7 #Månedlig rente i aksjefndet
        I=2000 #Månedlig innskudd
        S=70000*1.003**24 #Startdverdi for vanlig konto
        #(vi starter 24 måneder etter at pengene ble satt på konto)
        T=200000 #Total verdi på begge kontone
        verdi1=S
        verdi2=I
        verdi=S+I
        år=0
        while verdi<T:
            verdi1=verdi1*(1+p1/100)
            verdi2=verdi2*(1+p2/100)
            verdi=verdi1+verdi2
            år=år+1
            verdi2= verdi2+I
        print(verdi)
        print(år)

        201273.6258638303
        48
```

Figure 17

Oppgave 4 (6 poeng)

Vi bruker Python via Jupyter Notebook for å finne sannsynligheten. Ifølge De store talls lov *Dersom vi gjentar et forsøk mange nok ganger, vil den relative frekvensen for et utfall nærme seg en bestemt verdi. Denne verdien kaller vi sannsynligheten for utfallet.*Her brukte vi million som skal være stort nok.

```
In [6]: from random import randint
        N=1000000 # antall forsøk
        gunstige=0
        for i in range(N):
            a=randint(1,6) # Tering 1 (vi får et tilfeldig tall mellom 1 og 6 inkludert 1 og 6)
            b=randint(1,6) #Tering 2
            c=randint(1,6) # Tering 3
            if a*b*c<=100: # Sjekk at produktet er større enn 100
                gunstige=gunstige+1  # Summere antall gunstige utfall
        print(gunstige/N)           #regne sannsynlighet (gunstig/mulige)

        0.907064
```

Figure 18

Oppgave 5 (4 poeng)

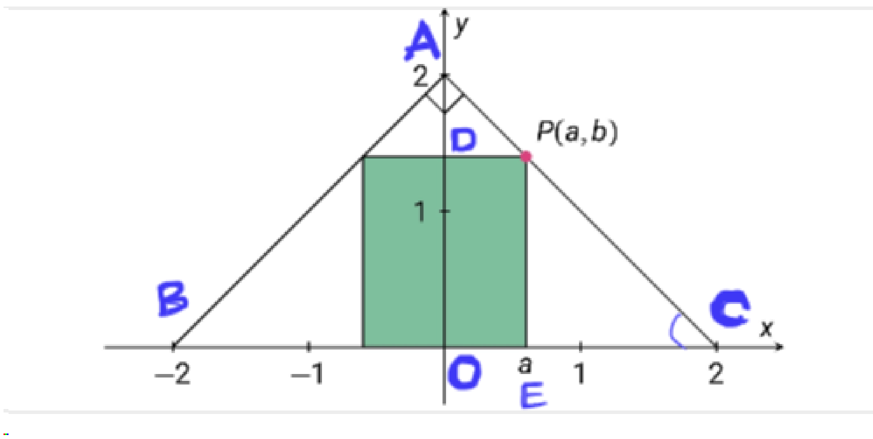

Figure 19

Arealet av rektanglet er

$$T = 2a \cdot b$$

Vi må finne et forhold mellom a og b , Metode1
Gitt at eleven har kunnskap fra 1T så vinkelen ACO er 45 grad siden trekanten ABC er likebeint og rettvinklet så vinklene ABC og ACO er like og mæ være 45° (sum av alle vinklene i en trekant er 180°

).Trekanten ACO er rettvinklet og vinkelen ACO er 45○,

$$\begin{aligned}
\tan(ACO) &= \frac{motstende}{hosliggende} = \frac{AO}{CO} \\
tan45^\circ &= \frac{b}{2-a} \\
1 &= \frac{b}{2-a} \\
b &= 2-a \Rightarrow a = 2-b
\end{aligned}$$

Metode2
Areal av trekanten ACO= arealet av trekanten ADP+Arealet av trekanten PCE + arealet

av halve rektangelet,

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}\cdot OC\cdot AO &= \frac{1}{2}\cdot DP\cdot AD+\frac{1}{2}\cdot CE\cdot PE+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot ab\\
\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2 &= \frac{1}{2}a\cdot(2-b)+\frac{1}{2}(2-a)\cdot b+ab\\
2 &= a-\frac{1}{2}ab+b-\frac{1}{2}ab+ab\\
2 &= a+b\\
a &= 2-b
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T(b) &= 2\cdot(2-b)\cdot b = 4b-2b^2\\
T'(b) &= 4-4b\\
T'(b) &= 0\\
4-4b &= 0\\
b &= 1\\
a &= 2-1=1\\
T &= 2\cdot 1\cdot 1=2\\
T'' &= -4<0
\end{aligned}
$$

Vi har funnet ekstremalpunkter b=1 og da er a=1 og brukte andrederiverttest for å vise at det er et topppunkt som gir størst areal og arealet er da 2.

Oppgave 6 (4 poeng)

Først finner vi konstantene k og r ved å løse et ligningssystem i Cas

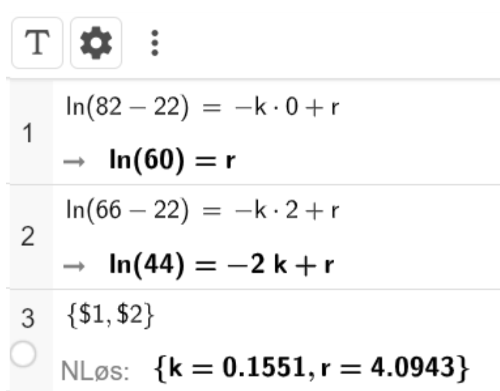

Figure 20

Vi finner T som funksjon av t via Cas

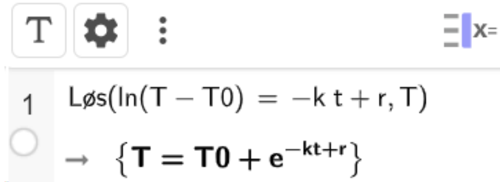

Figure 21

Vi bruker graftegner til å tegne funksjonen. Så tegner vi linjen $y = 40$ og bruker *skjæring mellom to objekt* for å finne skjæringspunktet

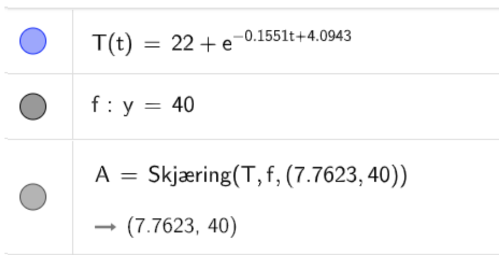

Figure 22

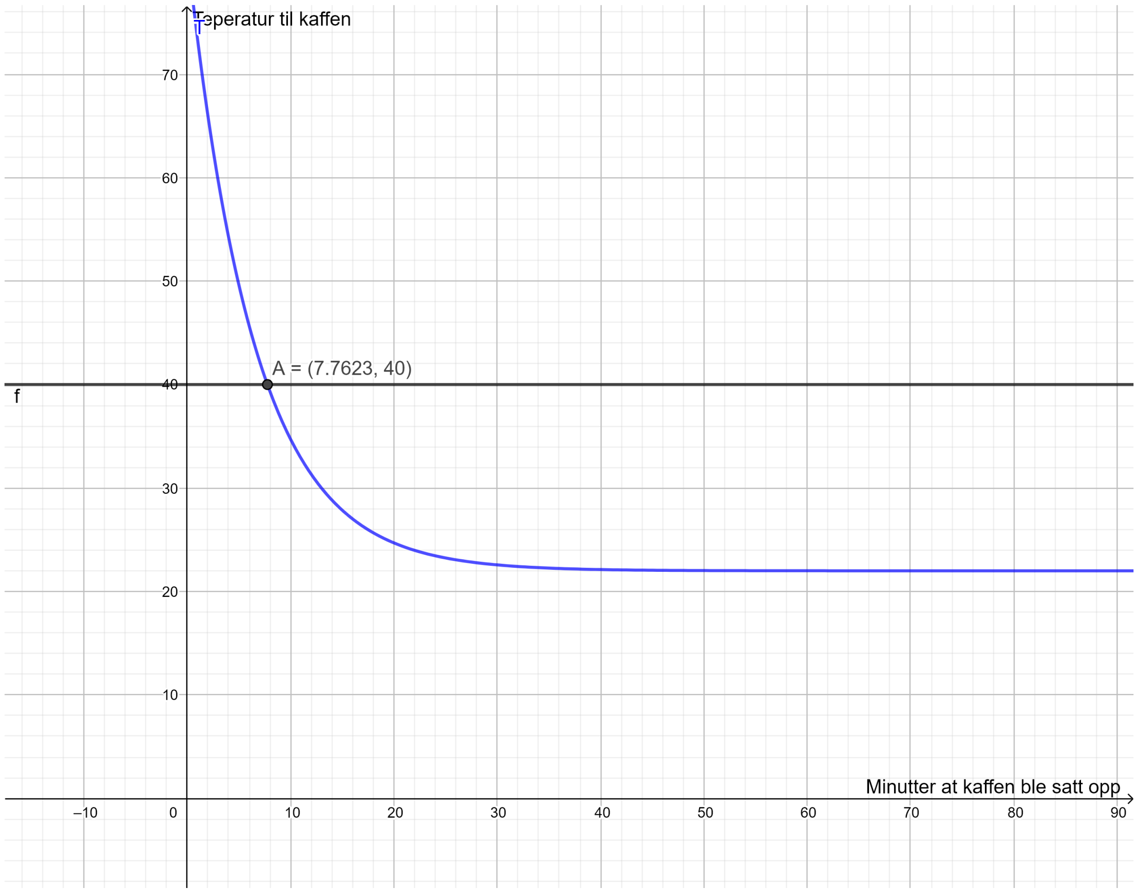

Figure 23

Fra figuren over ser vi at temperaturen vil bli mindre enn $40C^{\circ}$ når $t > 7,7623$ (etter omtrent 8 minutter).

Oppgave 7 (3 poeng)

Den deriverte er null i ekstremalpunkter (Topppunkter og bunnpunkter)og i terrassepunkter også. En funksjon er voksende når den deriverte er positivt og avtagende når den deriverte er negativt. Vi skal bruke dette til å matche funksjonen med den deriverte. A er grafen til f og D er grafen til den deriverte av f (f') av følgende grunner:

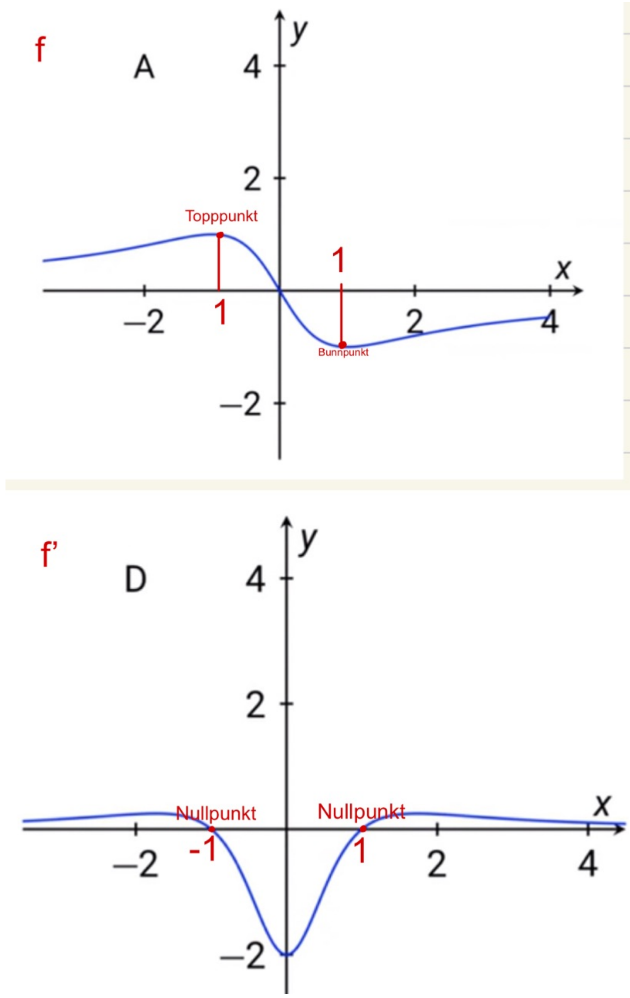

Figure 24

- Grafen A har et topppunkt nært $x = -1$ og et bunnpunkt nært $x = 1$ og grafen D har nullpunkter på samme x-verdiene.
- Monotoniegenskaper
  1. Grafen A er voksende fra $-\infty$ til x= -1 og grafen D er positivt der.
  2. Grafen A er avtagende fra x=-1 til x=1 og grafen D er negativt der .
  3. Grafen A er voksende fra $x = 1$ til ∞ og grafen D er positivt der.

C er grafen til g og B er grafen til den deriverte av g (g’) av følgende grunner:

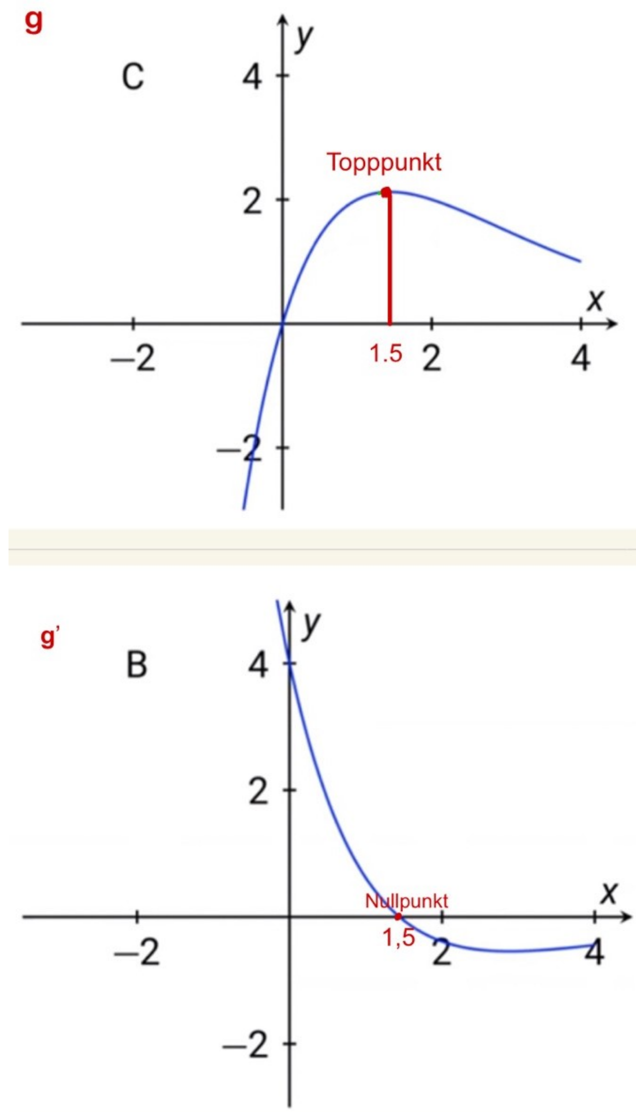

Figure 25

- Grafen G har et topppunkt nært $x = 1,5$ og grafen D har nullpunkter på samme x-verdien.
- Monotoniegenskaper
  1. Grafen C er voksende fra $-\infty$ til $x = 1,5$ og grafen B er positivt der.
  2. Grafen C er avtagende fra $x = 1,5$ til ∞ og grafen B er negativt der.