S1 Eksamen V2022 LK06

Farhan Omar

May 30, 2022

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (6 poeng)

a)

$$
\begin{aligned}
(x+1)^2 - 16 &= 0 \\
(x+1)^2 &= 16 \\
x+1 &= \pm\sqrt{10} \\
x+1 &= \pm 4 \\
x+1 &= 4 \Rightarrow x = -1+4 = 3 \\
x+1 &= -4 \Rightarrow x = -1-4 = -5 \\
&Eller \\
&(x+1)^2 - 16 = 0 \\
&x^2 + 2x + 1 - 16 = 0 \\
&x^2 + 2x - 15 = 0 + \sqrt{4+60} \\
&x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4.1 \cdot (-15)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} \\
&x_1 = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\
&x_2 = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
2 \cdot 10^{-3x} + 3 &= 2003 \\
2 \cdot 10^{-3 \cdot x} &= 2003 - 3 \\
2.10^{-3 \cdot x} &= 2000 \\
10^{-3x} &= 1000 \\
10^{-3x} &= 10^3 \\
-3x &= 3 \\
x &= \frac{3}{-3} = -1
\end{aligned}
$$

c)

$$
\begin{aligned}
(\lg x)^2 + 2\lg(x) &= \lg(x^2) + 1 \\
(\lg x)^2 + 2\lg x &= 2\lg x + 1 \\
(\lg x)^2 + 2\cdot\lg x - 2\cdot\lg x - 1 &= 0 \\
(\lg x)^2 - 1 &= 0 \\
(1gx)^2 &= 1 \\
\lg x &= \pm\sqrt{1}, \\
\lg x &= 1 \Rightarrow x = 10^1 = 10 \\
\lg x &= -1 \Rightarrow x = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1
\end{aligned}
$$

Oppgave 2 (4 poeng)

a)

$$
\begin{aligned}
&4(a+b)^2 - (2b-a)^2 - 3a(a+2b) \\
&= 4\left(a^2 + 2ab + b^2\right) - \left(4b^2 - 2\cdot 2b\cdot a + a^2\right) - 3a^2 - 6ab \\
&= 4a^2 + 8ab + 4b^2 - 4b^2 + 4ab - a^2 - 3a^2 - 6ab \\
&= 6ab
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
&\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} + \frac{2}{x-2} \\
&= \frac{4x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x+2} + \frac{2}{x-2} \\
&= \frac{4x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{4x - 2x + 4 + 2x + 4}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{4x+8}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{4(x+2)}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{4}{x-2}
\end{aligned}
$$

Oppgave 3 (3 poeng)

La
x= Antall timer ordinær
y=Antall timer overtid

$$
\begin{aligned}
&(1) \quad x + y = 70 \\
&(2) \quad 150x + 250y = 13500 \\
&(1) \quad x = 70 - y \\
&(2) \quad 150 \cdot (70 - y) + 250y = 13500 \\
&10500 - 150y + 250y = 13500 \\
&100y = 13500 - 10500 \\
&100y = 3000 \\
&y = 30 \\
&x = 70 - 30 = 40
\end{aligned}
$$

Han jobber 30 timer overtid

Oppgave 4 (2 poeng)

$$
\begin{aligned}
x^2 - 9 &\leq x - 3 \\
x^2 - x - 9 + 3 &\leq 0 \\
x^2 - x - 6 &\leq 0 \\
x^2 - x - 6 &= 0 \\
sum &: -1 \\
gang &: -6 \\
(x-3)(x+2) &= 0 \\
x - 3 &= 0 \Rightarrow x = 3 \\
x + 2 &= 0 \Rightarrow x = -2 \\
(x-3)(x+2) &\leq 0
\end{aligned}
$$

Vi lager fortegnsskjema

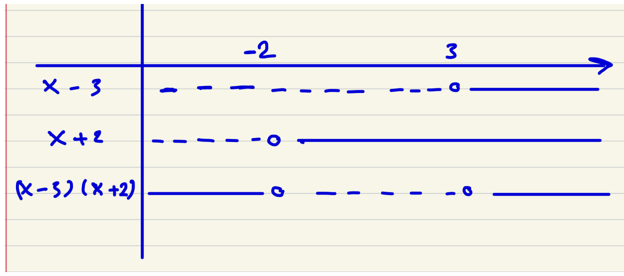

Figure 1

$$
\begin{aligned}
(x-3)(x+2) \leq 0 &\Leftrightarrow x \in [-2, 3] \\
&\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3
\end{aligned}
$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Funksjonen har vertikal asymptote der nevneren er lik null så x=-1 er vertikal asymptote. Funksjon har horisontal asymptote y=-1/2 fordi funksjonen nærmer seg linjen y=-1/2 når x går mot uendelig

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{2}{x+1} - \frac{1}{2} \\
\lim_{x\to\infty} f(x) &= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{x+1} - \frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Vi bruker noen andre punkter for å tegne grafen

$$
\begin{aligned}
f(0) &= \frac{2}{0+1} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \\
f(1) &= \frac{2}{1+1} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = 0,5 \\
f(-2) &= \frac{2}{-2+1} - \frac{1}{2} = -2 - \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5
\end{aligned}
$$

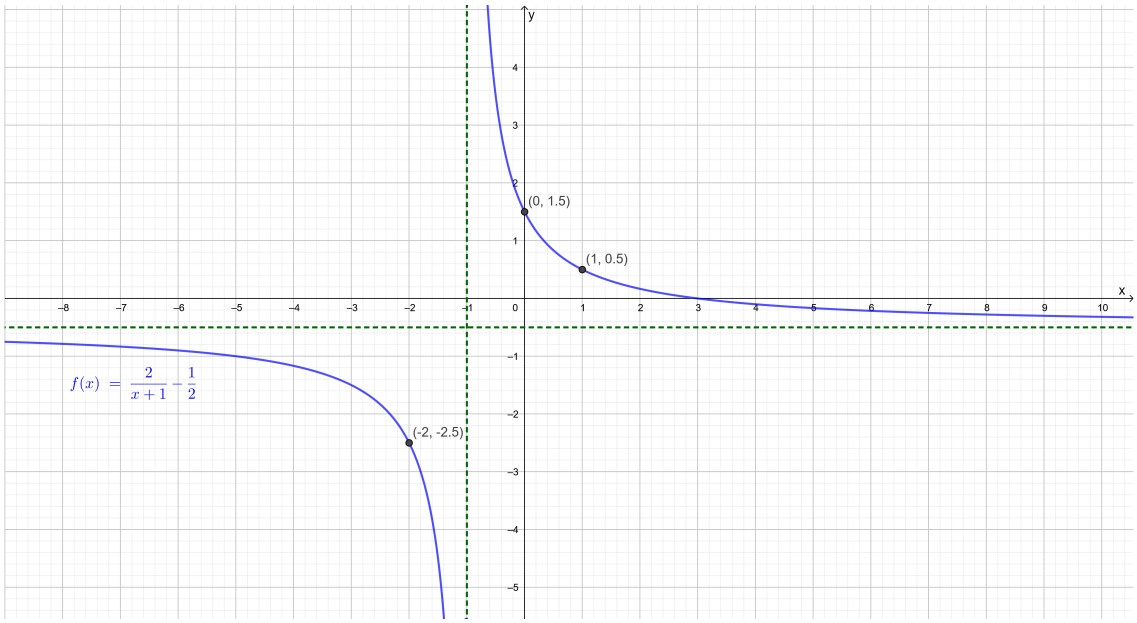

Figure 2

skissering for hånd

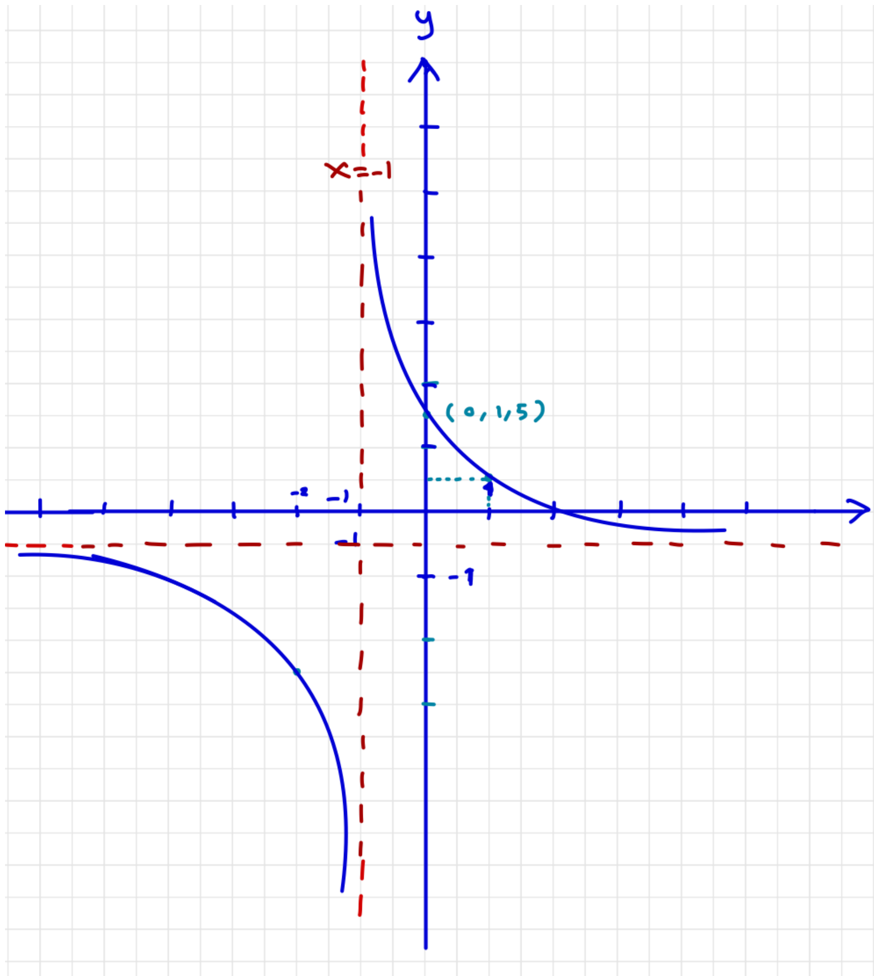

Figure 3

Oppgave 6 (5 poeng)

a)

Dette kan tenkes på som hypergeometrisk situasjon

$$\frac{\binom{4}{2}\binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!}\cdot\frac{3!}{(3-1)!\cdot 1!}}{\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}} = \frac{\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 1}}{\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = \frac{2\cdot 3\cdot 3}{7\cdot 5} = \frac{18}{35} = 0,514$$

Det er 51,4 prosent sannsynlighet for at to menn og en kvinne blir trukket ut.

b)

Dette er fortsatt hypergeometrisk situasjon,
Sannsynligheten for at bare Inga blir trukket

$$\frac{\binom{1}{1}\binom{6}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{1\cdot\frac{6!}{(6-2)!\cdot 2!}}{\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}} = \frac{\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2\cdot 1}}{\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = \frac{3\cdot 5}{7\cdot 5} = \frac{3}{7}$$

Sannsynligheten for at bare Tore blir trukket

$$\frac{\binom{1}{1}\binom{6}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{1\cdot\frac{6!}{(6-2)!\cdot 2!}}{\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}} = \frac{\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2\cdot 1}}{\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = \frac{3\cdot 5}{7\cdot 5} = \frac{3}{7}$$

Sannsynligheten for at nøyaktig en av dem blir trukket er lik summen av sannsynligheten av enten bare Inga blir trukket + sannsynligheten for at bare Tore blir trukket ,

$$\frac{3}{7}+\frac{3}{7}=\frac{6}{7}=0,86$$

En annen strategi kan være at vi kan dele de i to grupper ,en gruppe med Inge og Tore og en gruppe med resten (5 medlemmer). Så sannsynligheten for at bare en av dem skal bli med blir

$$\frac{\binom{2}{1}\binom{5}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{2!}{(2-1)!\cdot 1!\cdot}\cdot\frac{6!}{(6-2)!\cdot 2!}}{\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}} = \frac{2\cdot\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2\cdot 1}}{\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = \frac{6\cdot 5}{7\cdot 5} = \frac{6}{7}$$

Oppgave 7 (8 poeng)

a)

$$\begin{aligned} B\,(18) &= 36000\cdot \lg\,(\frac{18+2}{2}) + 72000 \\ &= 36000\cdot \lg\,(10) + 72000 \\ &= 36000\cdot 1 + 72000 = 108000\,Kr \end{aligned}$$

b)

b) Verdien dobler seg betyr at verdien må bli dobbelt så mye som verdien i starten (x=0),

$$
\begin{aligned}
B(x) &= 2B(0) \\
B(0) &= 36000 \cdot 1g\left(\frac{0+2}{2}\right) + 72000 \\
&= 36000 \cdot \lg(1) + 72000 = 72000 \\
B(x) &= 2 \cdot B(0) \\
36000 \cdot \lg\left(\frac{x+2}{2}\right) + 72000 &= 2 \cdot 72000 \\
36000 \cdot \lg\left(\frac{x+2}{2}\right) &= -72000 + 2 \cdot 72000 \\
36000 \cdot \lg\left(\frac{x+2}{2}\right) &= 72000 \\
\lg\left(\frac{x+2}{2}\right) &= \frac{72000}{36000} \\
1g\left(\frac{x+2}{2}\right) &= 2 \\
\frac{x+2}{2} &= 10^2 \\
x+2 &= 2 \cdot 100 \\
x &= 200 - 2 = 198
\end{aligned}
$$

Verdien av investeringen skal doble seg 198 måneder etter investeringen.

Oppgave 8 (4 poeng)

a)

Vi tegner området i et koordinatsystem,

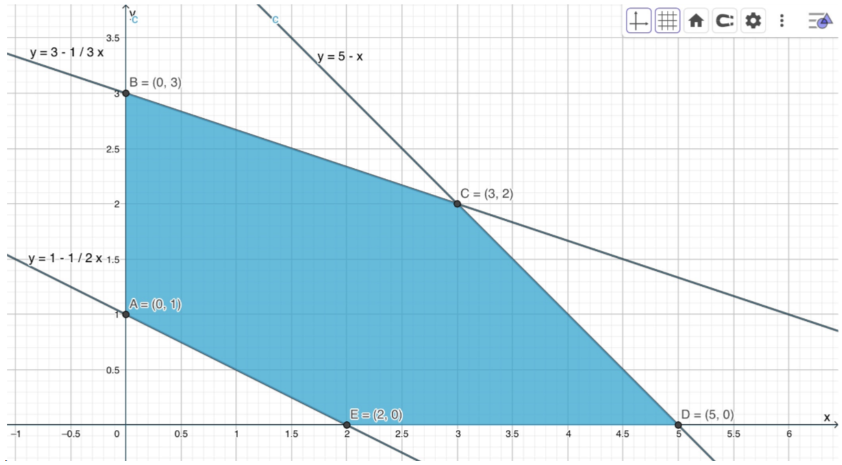

Figure 4

Vi sjekker verdien av G i alle hjørnepunktene

$$
\begin{aligned}
&G = -3x + 2y \\
&(0,1): \quad G = -3.0 + 2 \cdot 1 = 2 \\
&(0,3): \quad G = -3.0 + 2 \cdot 3 = 6 \\
&(3,2): \quad G = -3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = -9 + 4 = -6 \\
&(5,0): \quad G = -3 \cdot 5 + 2 \cdot (0) = -15 + 0 = -30 \\
&(2,0): \quad G = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = -6
\end{aligned}
$$

Vi ser at G får største verdien i punktet (0,3) og verdien er på 6

b)

$$
\begin{aligned}
H &= -kx + 3y \\
H(3,2) &= -3k + 3 \cdot 2 = -3k + 6 \\
H(0,1) &= -k \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3 \\
H(0,3) &= -k \cdot 0 + 3 \cdot 3 = 9 \\
H(5,0) &= -k \cdot 5 + 3 \cdot 0 = -5k \\
H(2,0) &= -k \cdot 2 + 3 \cdot 0 = -2k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
H(3,2) > H(0,1) \Rightarrow -3k + 6 > 3 \Rightarrow 3k < 3 \Rightarrow k < \dfrac{3}{3} \Rightarrow k < 1 \\
H(3,2) > H(0,3) \Rightarrow -3k + 6 > 9 \Rightarrow -3k > 9 - 6 \Rightarrow -3k > 3 \Rightarrow k < \dfrac{3}{-3} \Rightarrow k < -1 \\
H_(3,2) > H(5,0) \Rightarrow -3k + 6\rangle - 5k \Rightarrow 5k - 3k > -6 \Rightarrow 2k > -6 \Rightarrow k > \dfrac{-6}{2} \Rightarrow k > -3 \\
H(3,2) > H(2,0) \Rightarrow -3k + 6 > -2k \Rightarrow -3k + 2k > -6 \Rightarrow -k > -6 \Rightarrow k < 6
\end{cases}
$$

$$\Rightarrow k \in (-3, -1)$$

Oppgave 9 (4 poeng)

a)

De kan plasseres på $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ måter

b)

La $ABCD$ være det riktige dekk plassering (A på venstre foran, b på høyre foran, C på venstre bak, D på høyre bak) slik i figuren.

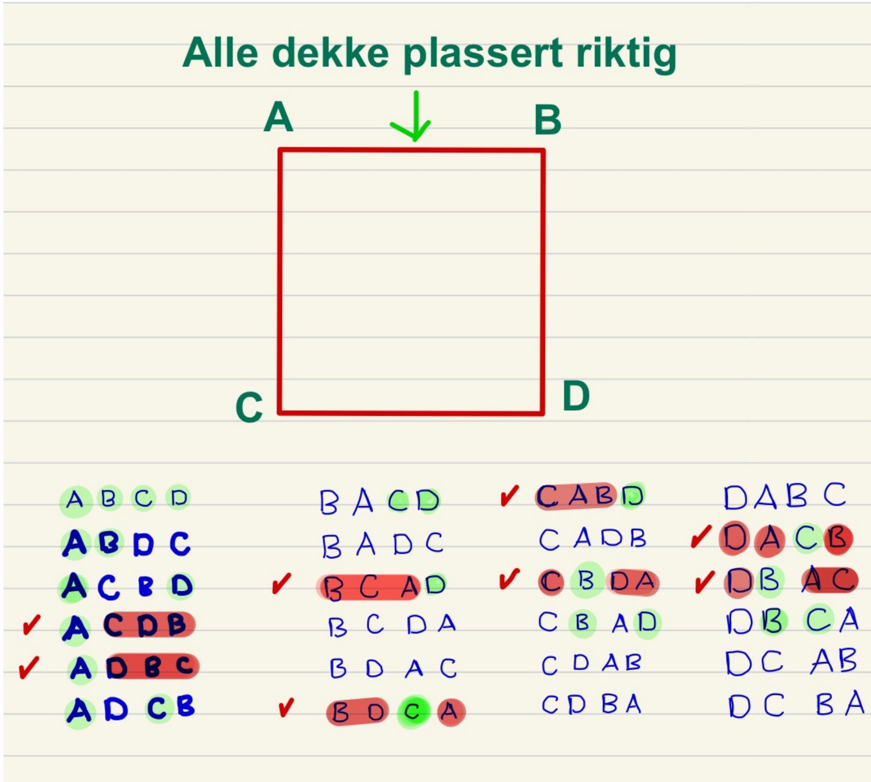

Figure 5: Ulike kombinasjoner av dekk plassering, rødt betyr feil plassert og grønt betyr riktig plassert

Vi ser at 8 av 24 kombinasjoner der 3 dekk er plassert feil så sannsynligheten for at nøyaktig 3 dekk blir plassert feil er $\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.333 = 33,3\%$

Oppgave 10 (3 poeng)

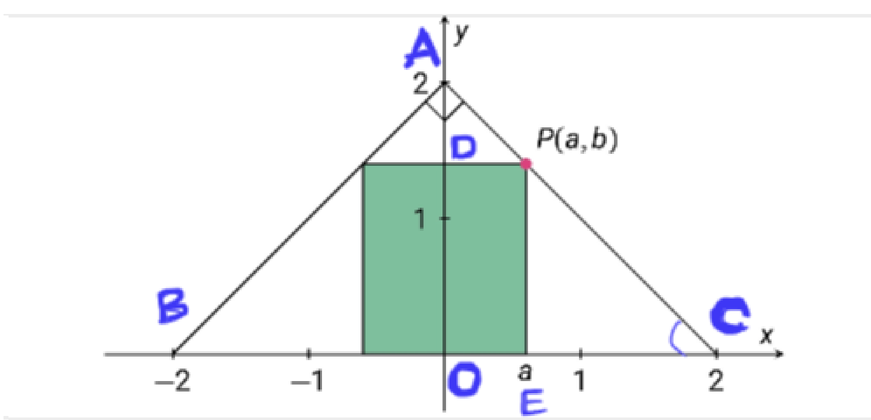

Figure 6

Arealet av rektanglet er

$$T = 2a \cdot b$$

Vi må finne et forhold mellom a og b , Metode1
Gitt at eleven har kunnskap fra 1T så vinkelen ACO er 45 grad siden trekanten ABC er likebeint og rettvinklet så vinklene ABC og ACO er like og mæ være 45° (sum av alle vinklene i en trekant er 180°

).Trekanten ACO er rettvinklet og vinkelen ACO er 45○,

$$\begin{aligned}
\tan(ACO) &= \frac{motstende}{hosliggende} = \frac{AO}{CO} \\
tan45° &= \frac{b}{2-a} \\
1 &= \frac{b}{2-a} \\
b &= 2 - a \Rightarrow a = 2 - b
\end{aligned}$$

Metode2
Areal av trekanten ACO= arealet av trekanten ADP+Arealet av trekanten PCE + arealet av halve rektangelet,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \cdot OC \cdot AO &= \frac{1}{2} \cdot DP \cdot AD + \frac{1}{2} \cdot CE \cdot PE + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot ab \\
\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 &= \frac{1}{2}a \cdot (2-b) + \frac{1}{2}(2-a) \cdot b + ab \\
2 &= a - \frac{1}{2}ab + b - \frac{1}{2}ab + ab \\
2 &= a + b \\
a &= 2 - b
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
T(b) &= 2 \cdot (2-b) \cdot b = 4b - 2b^2 \\
T'(b) &= 4 - 4b \\
T'(b) &= 0 \\
4 - 4b &= 0 \\
b &= 1 \\
a &= 2 - 1 = 1 \\
T &= 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \\
T'' &= -4 < 0
\end{aligned}
$$

Vi har funnet ekstremalpunkter b=1 og da er a=1 og brukte andrederiverttest for å vise at det er et topppunkt som gir størst areal og arealet er da 2.

DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (8 poeng)

a)

vi setter punktene i et regneark i Geogebra og bruker regresjonsanalyse verktøy og ser at eksponential funksjon passer best siden antall gårdsbruk kan aldri bli null. lineær og polynom(grad 2) kunne passet også men de kan bli null noe som er urealistisk. funksjonen blir

$$f(x) = 160845,45 \cdot 0,9719^x$$

	A	B	C
1	År	Antall gårdsbruk	
2	0	154977	
3	20	99382	
4	30	68539	
5	40	47688	
6	51	38633	
7			

Figure 7

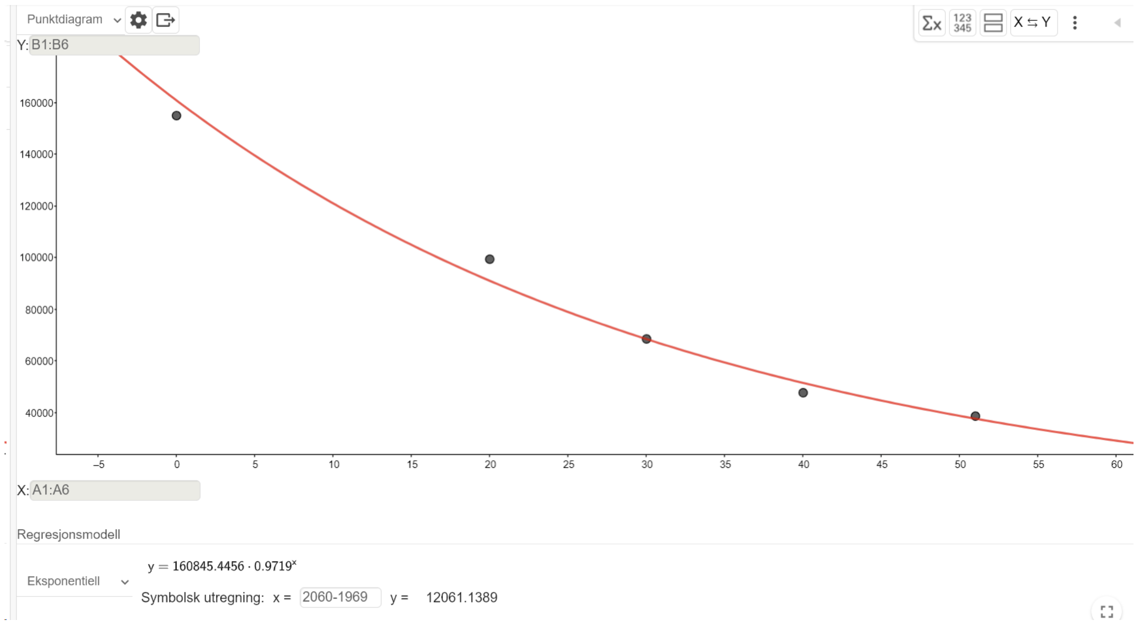

Figure 8

b)

Vi bruker regresjonsanalyse og setter for $x = 2060 - 1969 = 91$ og får at antall gårdsbruk $y = 12061,14$. Dette ser rimelig ut med tanke på at antall gårdsbruk har gått ned ifølge modellen og tabellen fram til 2020 og dette kommer til å fortsette med tanke på vanskeligheten av å drive jordbruk i Norge på grunn av været og kostnadene og konkurranse fra utlandet.

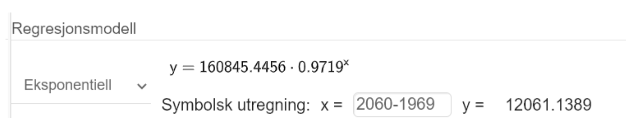

Figure 9

c)

Vi bruker graftegner i Geogebra og kommando Funksjon(funksjonsuttrykk,start,slutt) og får grafen nedenfor,

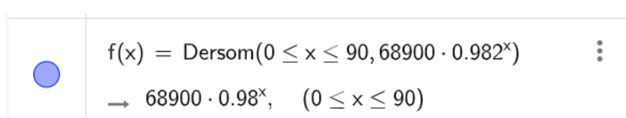

Figure 10

Figure 11

d)

Antall gårdsbruk vil være lavere enn 40% enn i 1999 betyr at $y = f(0) \cdot (1 - \frac{40}{100})$. Vi tegner den linjen og bruker skjæring mellom to objekter og får at $x = 28,12$ år etter 1999 (i 2027) .

$g : y = f(0)\left(1 - \frac{40}{100}\right)$

A = Skjæring(f, g, (28.12, 41940))

→ (28.12, 41940)

a = 1999 + 28

→ 2027

Figure 12

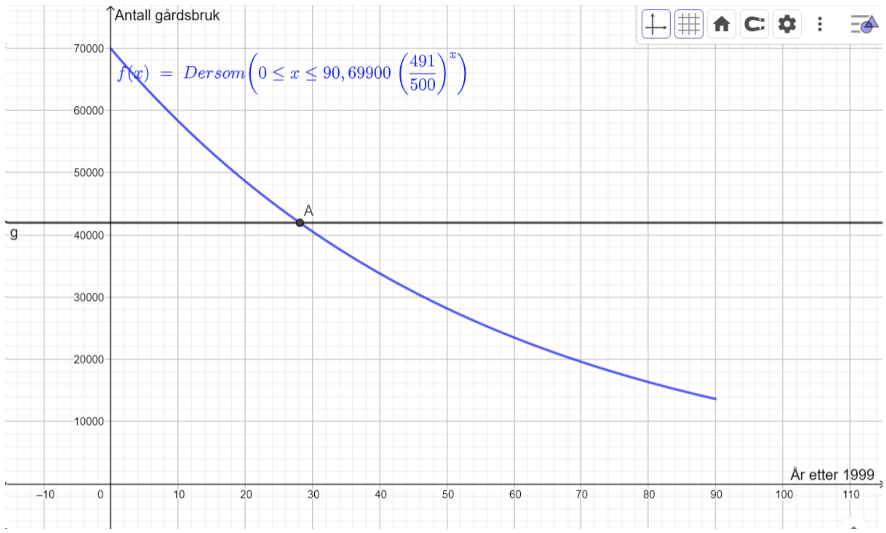

Figure 13

Vi kan bruke Cas til å finne svaret også

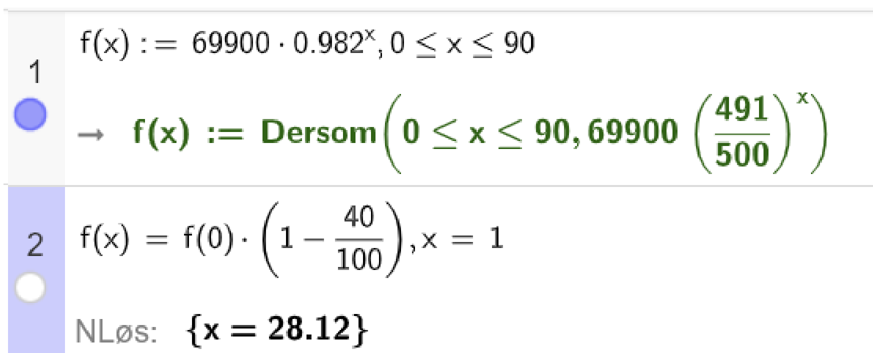

Figure 14

e)

Vi bruker kommando Tanget(punkt,funksjon) og får linjen ,

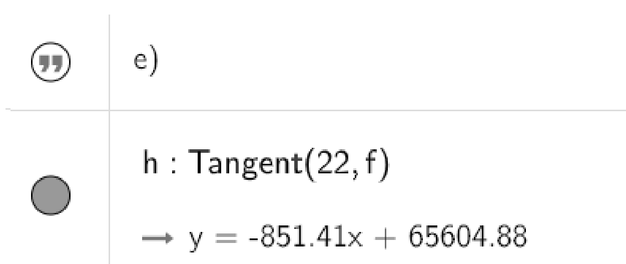

Figure 15

Det betyr at 22 år etter 1999 (2021) er antall gårdsbruk i ferd med gå ned med 851,41 per år.

Oppgave 2 (8 poeng)

a)

Alle tre betingelsene for binomisk situasjon er oppfylt

1. Forsøket består av 12 delforsøk(vi har 12 elver som skal til oppkjøring) og i hvert delforsøk(elev til oppkjøring) er det to muligheter enten elven består oppkjøringen eller ikke består .
2. Oppkjøringene er uavhengige av hverandre(Altså at en elev består har ikke noe påvirkingen på at en annen elev skal bestå).
3. Sannsynligheten for suksess(eleven består oppkjøringen) er det samme i hver oppkjøring $p = 0.74$

b)

La X representere antall elever som går til oppkjøring så må vi finne $P(X \geq 8)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er 0,821 .

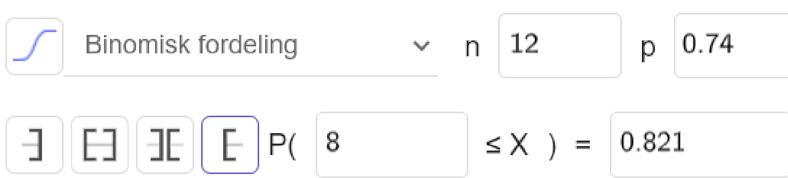

Figure 16

c)

La X representere antall gutter som går til oppkjøring så må vi finne $P(X = 5)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er 0,315 .

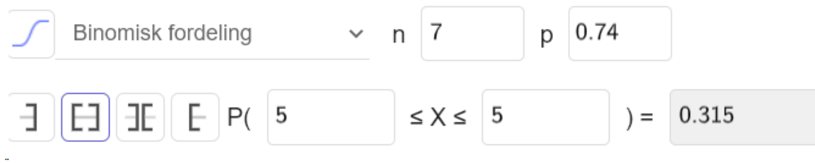

Figure 17

d)

La X representere antall jenter som går til oppkjøring så må vi finne $P(X = 4)$. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er $0,3898$.

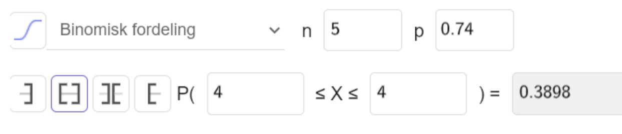

Figure 18

Sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene og 4 av jentene består oppkjøringen er produktet av dem(siden de er uavhengige)

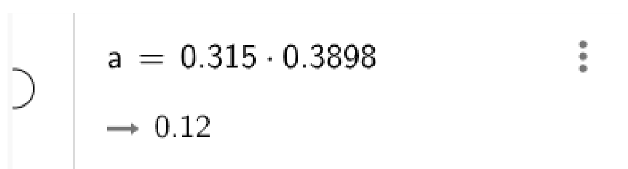

Figure 19

Sannsynligheten er $0,12$

e)

Vi tester med forskjellige antall elever (12,13,14)

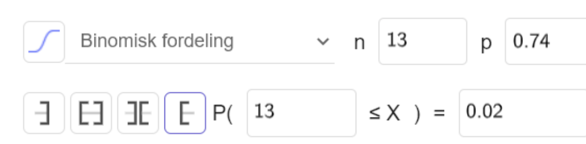

Figure 20

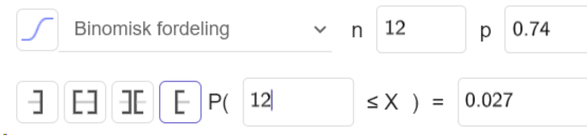

Figure 21

Figure 22

Vi ser at De første minst antall elever som gir sannsynlighet mindre enn 2 prosent er 14. Så minst antall elever som har hatt oppkjøring 10 mai er 14.

Oppgave 3 (2 poeng)

Even: s_1, t, v_1

Odd:s_2, t, v_2

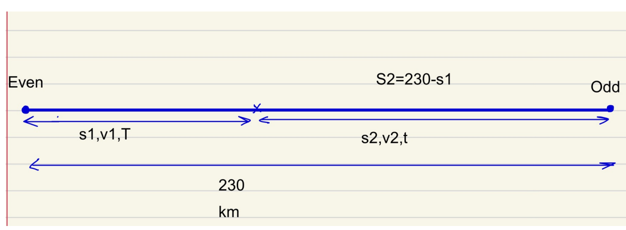

Figure 23: Illustrasjon av opplysninger

siden de startet samtidig så tiden er det samme for begge to

$fart = \frac{strekning}{tid}$

$$(1) \quad v_1 = \frac{s_1}{t} \Leftrightarrow 22 = \frac{s_1}{t} \Leftrightarrow 22t = s_1$$

$$(2) \quad v_2 = \frac{s_2}{t} \Leftrightarrow 33 = \frac{230 - s_1}{t} \Leftrightarrow 33t = 230 - s_1$$

Vi løser ligningen via Cas

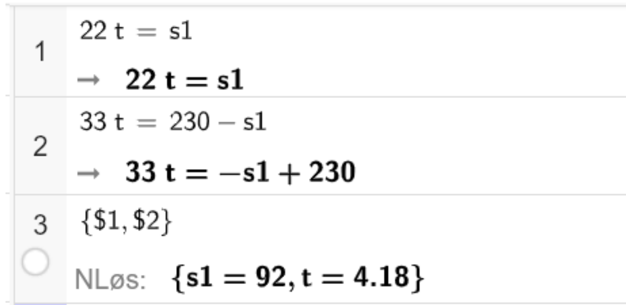

Figure 24

Så de møtes 92 km fra hjemmestedet til Even.

Oppgave 4 (6 poeng)

a)

Siden x og y er antall dager så de kan ikke være negative noe som gir de to ulikhetene. Begrensinger på Bokpapir (begge fabrikkene må kunne produsere minst 40000 bokpapir)

$$400x + 260y \geq 40000 \quad \text{Dele begge sider på 400}$$
$$x + 0,65y \geq 100$$

Dette gir tredje ulikhet. Begrensinger på Avispapir (begge fabrikkene må kunne produsere minst 24000 avispapir)

$$180x + 200y \geq 24000 \quad \text{Dele begge sider på 200}$$
$$0,9x + y \geq 160$$

Dette gir fjerde ulikhet.

Begrensinger på Magasinpapir (begge fabrikkene må kunne produsere minst 38400 Magasinpapir)

$$240x + 384y \geq 38400 \quad \text{Dele begge sider på 240}$$
$$x + 1,6y \geq 120$$

Dette gir femte ulikhet

b)

Først tegner vi området avgrenset av ulikhetene ved å tegne grenselinjene så område så finner vi hjørnepunktene ved å bruke skjæring mellom to objekter.

b)

eq1 : $x + 0.65\,y = 100$

eq2 : $0.9\,x + y = 120$

eq3 : $x + 1.6\,y = 160$

a : $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x + 0.65\,y \geq 100 \wedge 0.9\,x + y \geq 120 \wedge x + 1.6\,y \geq 160$

Figure 25

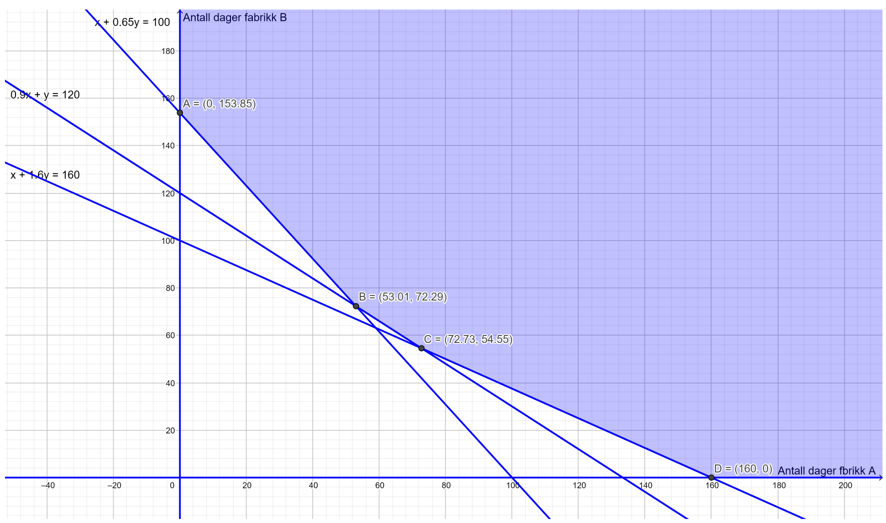

Figure 26

Vi skriver kostnadsfunksjon og regner den i hjørnepunktene via en liste så bruker vi kommando min(liste) for å finne lavest kostnad.

$K(x, y) = 40000\,x + 30000\,y$

$L1 = \{K(A), K(B), K(C), K(D)\}$

$\rightarrow \{4615384.62,\ 4289156.63,\ 4545454.55,\ 6400000\}$

$b = \text{Min}(L1)$

$\rightarrow 4289156.63$

Figure 27

Den laveste kostnaden for bestillingen er $4289156,63\,Kr$ og da bruker fabrikk A $53,01$ timer og fabrikk B $72,29$ timer.

c)

Vi setter x=0 i alle opprinnelige ulikhetene og får

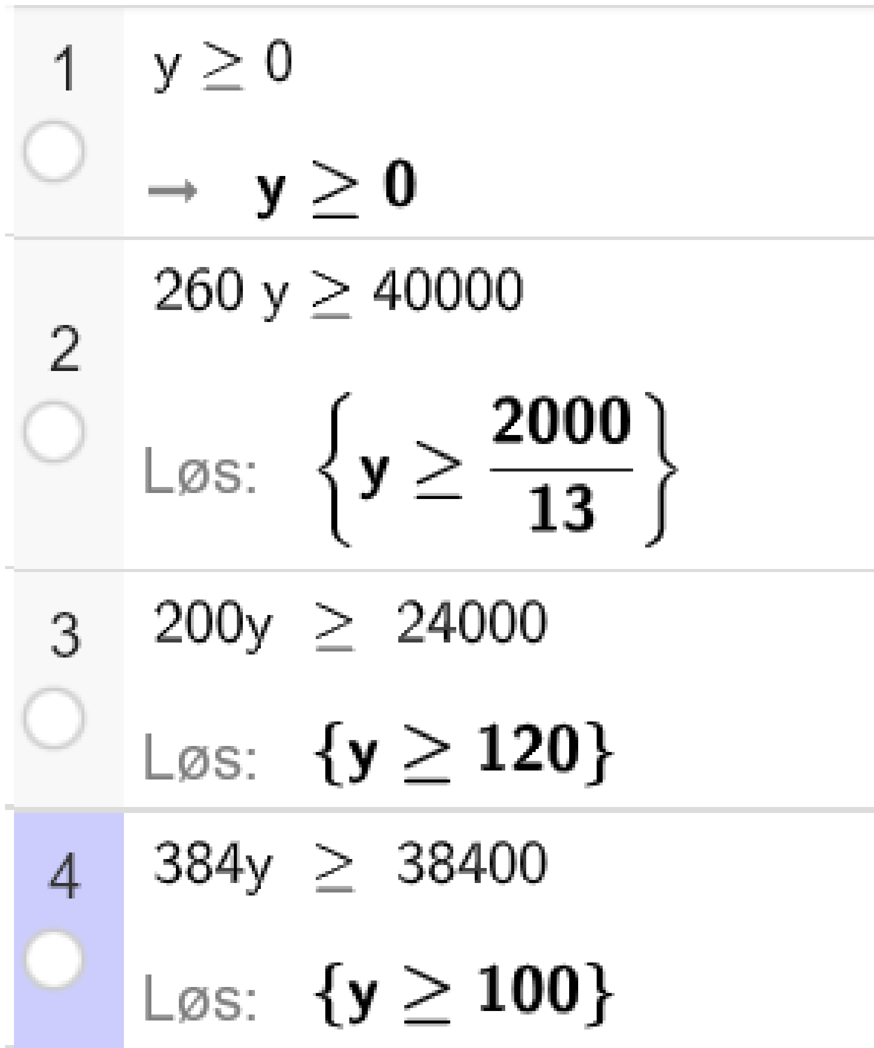

Figure 28

Om vi løser alle disse ulikhetene sammen så får vi at $y \geq \frac{2000}{13} = 153,85$ så bedrift B må bruke 153,85 dager for å gjennomføre bestillingen.

Total kostnaden blir

$$K(y) = 30000 \cdot 153,85 = 4615384,62\,Kr$$

Fabrikk B må redusere total kostnadene med $326227,99$ slik at det blir lik kostnadene når begge fabrikkene var involvert,

$$4615384,62 - 4289156,63 = 326227,99\,Kr$$

Så må fabrikk B redusere de daglige kostnadene med $2120,43\,Kr$

$$\frac{326227,99}{153,85} = 2120,43$$