Løsningsforslag til eksamen i Fysikk 2 høsten 2015

Oppgave 1

1a) A

Magnetisk fluks: $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$, hvor Φ er magnetisk fluks med enhet Wb, $\vec{B}$ er magnetisk feltstyrke med enhet T, og $\vec{A}$ er areal med enhet m^2. Dette gir $\mathrm{T} = \mathrm{Wb/m^2}$.

1b) C

Newtons andre lov:

$$\sum F = ma$$

Gravitasjonskraften er den eneste kraften som virker, og akselerasjonen er lik sentripetalakselerasjonen:

$$\frac{\gamma m M}{r^2} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma M}$$

1c) B

Tyngdekraften er gitt ved $G = mg \implies g = G/m$, så tyngdens akselerasjon er proporsjonal med tyngdekraften. På overflaten av planeten er derfor $g = (1/5) \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$.

1d) C

På planeten X har vi $g = \gamma m/r^2 \implies r = \sqrt{\gamma m/g}$. På planeten Y har vi $r_Y = \sqrt{\gamma(2m)/(2g)} = r$.

1e) D

Hookes lov: $F = kx$.

Newtons første lov gir at fjærkraften oppover må være like stor som tyngdekraften nedover for at klossene skal henge i ro.

I den nederste fjæren henger én kloss med masse $2m$, hvilket gir $kx_2 = 2mg \implies x_2 = 2mg/k$. I den øverste fjæren henger to klosser med samlet masse $3m$, hvilket gir $kx_1 = 3mg \implies x_1 = 3mg/k$.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{3 \cdot mg/k}{2 \cdot mg/k} = \frac{3}{2}$$

1f) C

Newtons andre lov i toppen av loopen:

$$N + G = m\frac{v^2}{r} \implies N = m\frac{v^2}{r} - G$$

Newtons andre lov i bunnen av loopen:

$$N - G = m\frac{v^2}{r} \implies N = m\frac{v^2}{r} + G$$

Farten er større i bunnen enn i toppen av loopen, så normalkraften blir mye større. Dette stemmer overens med figur C.

1g) C

Fra bevegelseslikningene har vi $h = \frac{1}{2}a_{rel}t^2 \implies t = \sqrt{2h/a_{rel}}$, hvor h er høyden som ballen faller relativt til raketten, a_{rel} er ballens akselerasjon relativt til raketten, og t er tiden fallet tar.

Når raketten står stille, er ballens akselerasjon g i forhold til bakken, mens rakettens akselerasjon i forhold til bakken er 0. Dette gir $a_{rel} = g$.

Når raketten akselererer oppover med $a = 3g$, er ballens akselerasjon fortsatt g i forhold til bakken, mens rakettens akselerasjon i forhold til bakken er $3g$. Ballens akselerasjon i forhold til raketten blir derfor $a_{rel} = 4g$, så falltiden halveres.

1h) D

Kraften på en ladd partikkel i et elektrisk felt er gitt ved $F = qE$. Hvis vi antar at det kun er den elektriske kraften som virker, får vi fra Newtons andre lov $qE = ma \implies a = qE/m$. Akselerasjonen til partiklene må være lik for at de skal komme frem samtidig, så forholdet mellom masse og ladning må være likt.

1i) A

Vi ser av figuren at det elektriske feltet er 0 i et punkt på linjen mellom de to ladningene. Dette betyr at feltene fra ladningene må være motsatt rettet. Det elektriske feltet går ut fra positive ladninger og inn mot negative ladninger, så den nederste partikkelen må også være positivt ladd.

1j) D

Kraften på en rett leder med strøm I, retning og lengde $\vec{l}$ i et magnetfelt $\vec{B}$ er gitt ved $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$. Med strøm inn i papirplanet og magnetfelt mot høyre, gir høyrehåndsregelen for kryssprodukt at kraften peker nedover.

1k) C

Høyrehåndsregelen for magnetfelt rundt en rett leder: Med tommel i strømretningen peker magnetfeltet langs krummede fingre. I_1 peker ut av papirplanet og I_3 inn i papirplanet, så magnetfeltene fra begge disse lederne peker oppover ved L_2. I_2 peker ut av papirplanet, og $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ og høyrehåndsregelen for kryssprodukt gir da at kraften på L_2 peker mot venstre.

1l) B

Begge ladningene blir avbøyd mot høyre i forhold til sin bane. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ og høyrehåndsregelen for kryssprodukt gir at ladningene må ha samme fortegn for at dette skal skje.

1m) D

Kinetisk energi:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \implies v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

Newtons andre lov for sirkelbevegelse, med magnetisk kraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ som eneste kraft og $\vec{v} \perp \vec{B}$:

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$
$$qB = \frac{m}{r}v$$
$$qB = \frac{m}{r}\sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$
$$qBr = \sqrt{2E_k m}$$
$$r = \frac{\sqrt{2E_k m}}{qB}$$

Dette gir at massen må firedobles for at radius, og derfor diameter, skal dobles.

1n) D

Magnetfeltet fra den ytre sløyfen peker ut av papirplanet ifølge høyrehåndsregelen for magnetfelt fra rette ledere (og for spoler). Dette betyr at den magnetiske fluksen gjennom den indre sløyfen øker ut av papirplanet. Lenz' lov sier at induksjon motvirker sin årsak, så den induserte spenningen vil gi et magnetfelt inn i papirplanet. Den induserte strømmen må derfor gå med klokken. Faradays induksjonslov, $\varepsilon = -\Phi'(t)$, sier at det er *endringen* i magnetisk fluks som induserer strømmen, så strømmen blir raskt borte.

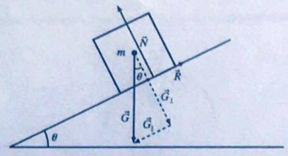
1o) A

Fra Faradays induksjonslov har vi at strømmen induseres når fluksen gjennom ledersløyfen endres. Dette skjer når sløyfen er på vei inn og ut av magnetfeltet. Farten, og derfor fluksendringen, oppgis å være konstant, så den induserte spenningen og strømmen vil også være konstant. Ettersom magnetfeltets lengde er større enn ledersløyfen, er ledersløyfen en stund helt inne i magnetfeltet, og fluksen endres da ikke. Fluksen øker når ledersløyfen er på vei inn og avtar når den er på vei ut av magnetfeltet, så fortegnene til de induserte strømmene vil være forskjellige.

1p) D

Lenz' lov sier at induksjon motvirker sin årsak. Årsaken er bevegelse mot høyre, så kraften vil virke mot venstre, og derfor ha samme fortegn, under hele bevegelsen. I forrige oppgave fant vi at den induserte strømmen vil være konstant, så kraften gitt ved $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ vil også være konstant (når den ikke er 0).

1q) C



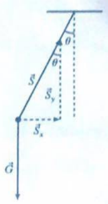
Klossen beveger seg med konstant fart, og Newtons første lov sier at summen av kreftene på klossen derfor må være 0. Normalt på skråplanet gir dette $N - G_{\perp} = 0 \implies N = G_{\perp}$. Dynamisk friksjon er definert ved $R = \mu N = \mu G_{\perp} \implies G_{\perp} = R/\mu$. Parallelt med skråplanet gir Newtons første lov $G_{\parallel} - R = 0 \implies G_{\parallel} = R$.

Definisjonen av tangens gir

$$\tan\theta = \frac{G_{\parallel}}{G_{\perp}} = \frac{R}{R/\mu} = \mu$$

1r) D

Det er ingen bevegelse i y-retning, og Newtons første lov sier at summen av kreftene i y-retning følgelig må være 0: $S_y - G = 0 \implies S_y = G$. Definisjonen av tangens gir $\tan\theta = S_x/S_y \implies S_x = S_y \tan\theta = G\tan\theta$. S_x er den eneste kraften som virker i x-retning, som er den eneste retningen hvor summen av kreftene ikke er 0. Fra Newtons andre lov for sirkelbevegelse med sentripetalakselerasjon $a = 4\pi^2 r/T^2$ får vi



$$\begin{aligned} S_x &= ma \\ mg\tan\theta &= m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \\ r &= \frac{gT^2\tan\theta}{4\pi^2} \end{aligned}$$

1s) D

Elastiske støt er definert ut fra at den kinetiske energien er bevart.

1t) C

Bevegelsesmengden er alltid bevart når ingen ytre krefter virker. Dette betyr at den totale bevegelsesmengden før støtet må være 0 for at bevegelsesmengden skal være 0 etter støtet.

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0 \implies m_1 v_1 = m_2 v_2 \implies v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{3{,}0 \cdot 0{,}50}{0{,}25}\ \text{m/s} = 6{,}0\ \text{m/s}$$

1u) D

Klipping betyr at noe av det analoge signalet blir borte under digitalisering, som følge av at det dynamiske området er for lite.

1v) A

1w) D

1x) B

Reaksjonene 2 og 4 er *umulige*, ettersom de ikke bevarer ladning.

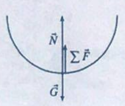
Oppgave 2

2a)

1. Vi ser bort fra luftmotstand og friksjon, så den mekaniske energien er bevart. Før bilen slippes har den kun potensiell energi, hvorav alt har gått over til kinetisk energi når den når bunnen av banen. Dette gir

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh \implies v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}25}\ \text{m/s} = 5{,}0\ \text{m/s}$$

2. Skisse av kreftene:



Newtons andre lov for sirkelbevegelse, med $v = \sqrt{2gh}$ og sentripetalakselerasjon $a = v^2/r$:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ N - G &= m\frac{v^2}{r} \\ N - mg &= m\frac{2gh}{r} \\ N = mg\left(1 + \frac{2h}{r}\right) &= 0{,}050 \cdot 10 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 1{,}25}{0{,}5}\right)\ \text{N} = 3{,}0\ \text{N} \end{aligned}$$

3. Normalkraften må være større enn 0 for at bilen skal ha kontakt med underlaget i toppen av loopen. $N = 0$ er grensetilfellet hvor bilen så vidt klarer å kjøre gjennom hele loopen uten å miste kontakten.

Newtons andre lov, hvor normalkraften og tyngdekraften nå peker i samme retning og høydeforskjellen fra startpunktet er $h - 2r = \frac{1}{2}r$:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ N + G &= m\frac{v^2}{r} \\ N &= m\frac{2g\left(\frac{1}{2}r\right)}{r} - mg \\ N &= mg\left(\frac{r}{r} - 1\right) \\ N &= 0 \end{aligned}$$

Dette betyr at bilen så vidt klarer å beholde kontakten med underlaget og fullføre loopen.

2b)

Bevegelsesmengden er bevart i alle støt uten ytre krefter. Klossens bevegelsesmengde er 0 før støtet, og klossen og kulen har samme hastighet etter støtet.

$$m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2)\, v_2 \implies v_1 = \frac{(m_1 + m_2)\, v_2}{m_1} = \frac{(0{,}0010 + 0{,}199) \cdot 1{,}0}{0{,}0010}\ \text{m/s} = 200\ \text{m/s}$$

2c)

1. Kraften på elektronet er gitt ved $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, hvor $q < 0$. Elektronet blir avbøyd mot venstre, og høyrehåndsregelen for kryssprodukt gir at magnetfeltet må peke ut av papirplanet.
2. Oppgaveteksten sier at de to partiklene ble dannet fra et foton. De to partiklene som dannes må derfor være et partikkel-antipartikkel-par, så den nederste partikkelen er et positron, e^+.

2d)

1. Spenning er definert som $U = W/q \implies W = qU$, hvor W er arbeidet som gjøres på den ladde partikkelen. Hele dette arbeidet går over til kinetisk energi, hvilket gir:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = qU \implies v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Bevegelsesmengden til elektronet er derfor gitt ved

$$p = m_e v = m_e\sqrt{\frac{2Ue}{m_e}} = \sqrt{2m_e eU}$$

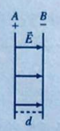
2. Bølgelengden til en partikkel med bevegelsesmengde p er $\lambda = h/p = h/\sqrt{2m_e eU}$.
3. Setter inn tall:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 5000}}\,\mathrm{m} \approx \frac{7 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{3}}}\,\mathrm{m} \\ &= \frac{7 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{16 \cdot 10^{-46}}}\,\mathrm{m} = \frac{7 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 10^{-23}}\,\mathrm{m} = \frac{7}{4} \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Dette betyr at elektronene får en bølgelengde som er mye mindre enn 100 nm når de blir akselerert av 5 kV.

Oppgave 3

3a)



$$E = \frac{U}{d} = \frac{2{,}4}{0{,}010}\,\mathrm{V/m} = 0{,}24\,\mathrm{kV/m}$$

3b)

Arbeidet som gjøres på elektronet er gitt ved $W = qU$. Den kinetiske energien til elektronet må bli 0 før elektronet når plate B for at det ikke skal treffe plate B. Grensetilfellet er hvor den kinetiske energien blir 0 ved plate B:

$$\tfrac{1}{2}mv_{\text{maks}}^2 - qU = 0 \implies v_{\text{maks}} = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}}\,\mathrm{m/s} = 9{,}2 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m/s}$$

3c)

Vi har igjen $E_k - W = E_k - qU = 0 \implies E_k = qU$ for at elektronet skal snu.

U (V)	0,85	0,92	0,81	0,87	0,91
E_k (aJ)	0,14	0,15	0,13	0,14	0,15

Gjennomsnitt:

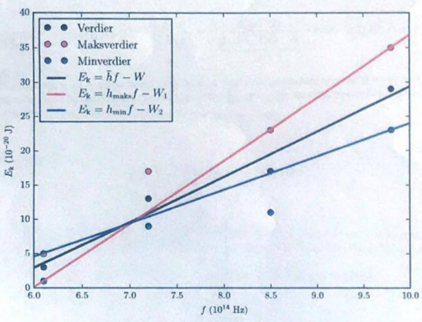
$$\bar{E}_k = \frac{0{,}14 + 0{,}15 + 0{,}13 + 0{,}14 + 0{,}15}{5}\,\mathrm{aJ} = 0{,}14\,\mathrm{aJ}$$

Usikkerhet:

$$\frac{E_{k,\text{maks}} - E_{k,\text{min}}}{2} = \frac{0{,}15 - 0{,}13}{2}\,\mathrm{aJ} = 0{,}01\,\mathrm{aJ}$$

3d)

Fotonet som forårsaker at elektronet løsrives, har energi $E = hf$. Denne energien går med til å frigjøre elektronet, hvilket krever et arbeid W, og å gi elektronet kinetisk energi E_k. Dette gir $hf = W + E_k \implies E_k = hf - W$. Dette betyr at Plancks konstant, h, er stigningstallet til grafen når man plotter kinetisk energi som funksjon av frekvens.



Figur 1: Skisse av lineær regresjon.

Lineær regresjon i f.eks. GeoGebra gir $\bar{h} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s.

For å finne et mål på den absolutte usikkerheten Δh, kan vi bruke

$$\Delta h = \frac{h_{\text{maks}} - h_{\text{min}}}{2}$$

h_{maks} kan anslås som stigningstallet fra minimalverdi for første målepunkt til maksimalverdi for siste målepunkt, mens h_{min} kan anslås som stigningstallet fra maksimalverdi for første målepunkt til minimalverdi for siste målepunkt. Dette gir

$$\begin{aligned}\Delta h &= \frac{\frac{35-1}{9{,}8-6{,}1} - \frac{23-5}{9{,}8-6{,}1}}{2} \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \\ &= \frac{16}{2 \cdot (9{,}8 - 6{,}1)} \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} = 2 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}\end{aligned}$$

Plancks konstant er derfor målt til å være $(7 \pm 2) \cdot 10^{-34}$ J s.

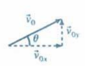
3e)

Støtet er elastisk, så den kinetiske energien er bevart. Den store hastigheten til elektronet gjør at den relativistiske formelen for kinetisk energi bør benyttes: $E_k = mc^2(\gamma - 1)$, hvor γ er Lorentzfaktoren $1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$.

$$\begin{aligned}hf_0 + 0 &= hf_1 + mc^2(\gamma - 1) \\ hf_1 &= hf_0 - mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1\right) \\ f_1 &= f_0 - \frac{mc^2}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1\right) \\ &= 6{,}3 \cdot 10^{18}\,\mathrm{Hz} - \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}00 \cdot 10^{8})^2}{6{,}626 \cdot 10^{-34}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2{,}92 \cdot 10^{7}}{3{,}00 \cdot 10^{8}}\right)^2}} - 1\right)\mathrm{Hz} \\ &= 5{,}7 \cdot 10^{18}\,\mathrm{Hz}\end{aligned}$$

Oppgave 4

4a)



Trigonometri:

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{v_{0x}}{v_0} \implies v_{0x} = v_0\cos\theta \\ \sin\theta &= \frac{v_{0y}}{v_0} \implies v_{0y} = v_0\sin\theta\end{aligned}$$

Vi ser bort fra luftmotstand og lignende, så gravitasjonskraften er den eneste kraften som virker. Den horisontale farten er derfor konstant lik $v_x = v_{0x}$.

På toppen av banen er den vertikale farten 0, mens den horisontale farten fortsatt er $v_x = v_{0x} = v_0\cos\theta$. Den mekaniske energien er bevart, hvilket gir

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 &= \tfrac{1}{2}mv_x^2 + mgh \\
mgh &= mgh_0 + \tfrac{1}{2}mv_0^2 - \tfrac{1}{2}mv_x^2 \\
mgh &= mgh_0 + \tfrac{1}{2}mv_0^2 - \tfrac{1}{2}m\,(v_0\cos\theta)^2 \\
h &= h_0 + \frac{1}{2g}v_0^2\,(1-\cos^2\theta) \qquad (1)\\
&= 2{,}0\ \text{m} + \frac{1}{2\cdot 9{,}81}\cdot 20^2\cdot(1-\cos^2 30^\circ)\ \text{m} = 7{,}1\ \text{m}
\end{aligned}$$

Vi bruker følgende bevegelseslikninger for å finne ut hvor langt ballen kommer før den lander:

$$\begin{aligned}
x(t) &= v_x t \\
y(t) &= h_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2
\end{aligned}$$

Når ballen treffer bakken, er $y(t) = 0$:

$$\begin{aligned}
0 &= h_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\
0 &= \tfrac{1}{2}gt^2 - v_{0y}t - h_0
\end{aligned}$$

Fra *abc*-formelen for andregradslikninger får vi løsningene

$$\begin{aligned}
t_1 &= \frac{v_{0y} - \sqrt{v_{0y}^2 + 2gh_0}}{g} \\
t_2 &= \frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 + 2gh_0}}{g}
\end{aligned}$$

Den første løsningen er et negativt tall og tilsvarer at ballen er på vei opp før den når hånden til Per. Den andre løsningen tilsvarer at ballen treffer bakken på vei ned, og er den riktige. Med $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ er den totale tilbakelagte strekningen i x-retning lik

$$\begin{aligned}
x &= v_0\cos\theta\cdot t_2 = v_0\cos\theta\,\frac{v_0\sin\theta + \sqrt{v_0^2\sin^2\theta + 2gh_0}}{g} \qquad (2)\\
&= 20\cdot\cos 30^\circ\cdot\frac{20\cdot\sin 30^\circ + \sqrt{20^2\cdot\sin^2 30^\circ + 2\cdot 9{,}81\cdot 2{,}0}}{9{,}81}\ \text{m} \\
&= 38{,}5\ \text{m}
\end{aligned}$$

4b)

Vi har fra tabellen bakerst i oppgaveheftet at tyngdeakselerasjonen på månen er $1{,}6\ \text{m/s}^2$. Ellers er alt likt, og innsetting i formlene (1) og (2) gir

$$h = 33{,}2\ \text{m} \qquad x = 220\ \text{m}$$

4c)

Parameterisering av ballens bane:

$$\begin{aligned}
x(t) &= v_0\cos\theta\cdot t \\
y(t) &= h_0 + v_0\sin\theta\cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2
\end{aligned}$$

For å parameterisere bakken, ser vi at $\tan\theta = y/x \implies y = x\tan\theta$. Ved å parameterisere x som s får vi

$$\begin{aligned}
x(s) &= s \\
y(s) &= s\tan\theta
\end{aligned}$$

Når ballen treffer bakken, er x-koordinatene til ballen og bakken like:

$$v_0\cos\theta\cdot t = s \implies t = \frac{s}{v_0\cos\theta}$$

Det samme gjelder y-koordinatene. Setter inn uttrykket for t:

$$\begin{aligned}
s\tan\theta &= h_0 + v_0\sin\theta\cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\
s\tan\theta &= h_0 + v_0\sin\theta\cdot\frac{s}{v_0\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{s}{v_0\cos\theta}\right)^2 \\
s\tan\theta &= h_0 + s\tan\theta - \frac{gs^2}{2v_0^2\cos^2\theta} \\
h_0 &= \frac{gs^2}{2v_0^2\cos^2\theta} \\
s &= \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,v_0\cos\theta
\end{aligned}$$

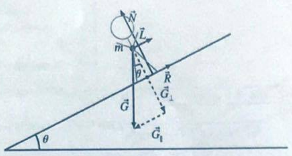
Dette gir at krysningspunktet har koordinater

$$\begin{aligned}
x = s &= \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,v_0\cos\theta \\
&= \sqrt{\frac{2\cdot 2{,}0}{9{,}81}}\cdot 20\ \text{m}\cdot\cos 30^\circ = 11{,}1\ \text{m} \\
y = s\tan\theta &= \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,v_0\cos\theta\tan\theta = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\,v_0\sin\theta \\
&= \sqrt{\frac{2\cdot 2{,}0}{9{,}81}}\cdot 20\ \text{m}\cdot\sin 30^\circ = 6{,}4\ \text{m}
\end{aligned}$$

Kommandoer i GeoGebra som gir samme resultat:

```
bakke = Linje[(0,0), (1,tan(30°))]
ball = Kurve[20*cos(30°)*t, 2+20*sin(30°)*t-0.5*9.81*t^2, t, 0, 50]
Skjæring[bakke, ball]
```


4d)



Luftmotstanden virker alltid motsatt av hastigheten, så luftmotstanden peker parallelt med skråplanet. Akselerasjonen normalt på skråplanet er 0, så summen av kreftene normalt på skråplanet må være 0. Dette gir $N - G_\perp = 0 \implies N = G_\perp$. Skiene sklir mot underlaget, så vi har dynamisk friksjon gitt ved $R = \mu N = \mu G_\perp$. Geometrisk har vi $\cos\theta = G_\perp/G \implies G_\perp = G\cos\theta$ og tilsvarende $G_\parallel = G\sin\theta$.

Newtons andre lov parallelt med skråplanet gir

$$\begin{aligned}
\sum F &= ma \\
G_\parallel - R - L &= ma \\
mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta - L &= ma \\
g\,(\sin\theta - \mu\cos\theta) - \frac{L}{m} &= a
\end{aligned}$$

Når de to skiløperne har samme friksjonstall μ og luftmotstand L, betyr dette at skiløperen med størst masse vil få størst akselerasjon.

Oppgave 5

5a)

Kraften på en ladning i bevegelse i et magnetfelt er gitt ved $F = q\vec{v}\times\vec{B}$. Høyrehåndsregelen for kryssprodukt gir at kraften på et (negativt ladd) elektron med hastighet mot høyre i et magnetfelt pekende inn i papirplanet peker nedover. Med $\vec{v} \perp \vec{B}$ er størrelsen på kraften

$$F = qvB = 1{,}60\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}0\cdot 0{,}35\ \text{N} = 1{,}1\cdot 10^{-19}\ \text{N}$$

5b)

Ettersom staven er en leder og elektronene blir påvirket av en kraft som peker nedover, vil det bli en opphopning av negative ladninger i bunnen av staven. For at ladningen skal være bevart, må det bli en like stor opphopning av positive ladninger i toppen av staven. Dette betyr at det vil bli satt opp et elektrisk felt som peker fra toppen til bunnen av staven. Opphopningen av ladninger fortsetter å vokse inntil den elektriske kraften på elektronene er like stor som den magnetiske. Når dette inntreffer, vil det innstilles en likevekt hvor det elektriske feltet forblir konstant.

5c)

Når likevekten er innstilt, er den elektriske kraften $\vec{F}_E = q\vec{E}$ like stor som og motsatt rettet av den magnetiske kraften $\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$. Dette gir $qvB = qE \implies vB = E$.

5d)

1. Lenz' lov: Induksjon motvirker sin årsak. Årsaken er at staven roterer *mot* klokken, følgelig vil kraften på den induserte strømmen motvirke denne bevegelsen. $\vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}$ gir at kraften på staven er *med* klokken når strømmen går radielt innover gjennom staven, dvs. at strømmen gjennom kretsen går mot klokken.
2. Faradays induksjonslov: $\varepsilon = -\Phi'(t)$. Den magnetiske fluksen er definert som $\Phi = \vec{B}\cdot\vec{A}$, hvor A går fra 0 til $\pi l^2/4$. Den gjennomsnittlige induserte spenningen er, i absoluttverdi, gitt ved

   $$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

   Ohms lov: $\bar{\varepsilon} = R\bar{I}$

   $$\begin{aligned}
   R\bar{I} &= \frac{B\cdot\pi l^2/4}{\Delta t} \\
   \bar{I} &= \frac{\pi B l^2}{4R\Delta t} \\
   &= \frac{\pi\cdot 0{,}35\cdot 0{,}10^2}{4\cdot 1{,}25\cdot 0{,}020}\ \text{A} = 0{,}11\ \text{A}
   \end{aligned}$$

5e)

En ladingsbærer i avstand r fra sentrum tilbakelegger en distanse $2\pi r$ i løpet av én periode T. Dette gir $v(r) = 2\pi r/T$.

$$\varepsilon = \int_0^l E\,\mathrm{d}r = \int_0^l v(r)B\,\mathrm{d}r = \int_0^l \frac{2\pi r}{T}B\,\mathrm{d}r = \frac{\pi B}{T}\int_0^l 2r\,\mathrm{d}r = \frac{\pi B}{T}l^2 = \frac{\pi l^2 B}{T}$$