Del 1: uten hjelpemidler 3 timer

(9:00 – 12:00)

Oppgave 1 (2 poeng)

$$x^2 + 7x + 6 \leq 0$$

Vi finner først nullpunktene til uttrykket ved å løse andregradsligningen

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

Vi faktoriserer ved hjelp av sum og produkt metoden

Sum: +7

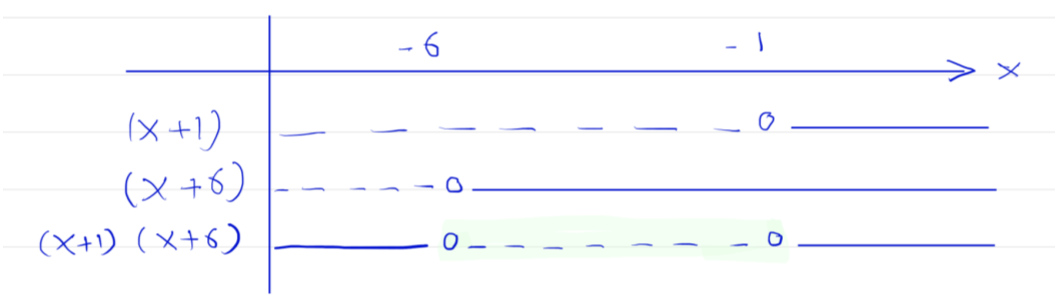
produkt: 6

To tall som passer, er 1 og 6

$$(x + 1)(x + 6) = 0$$

$$x = -1 \; eller \; x = -6$$

Fortegnsskjema



Løsningen på ulikheten er derfor:

$$x \in [-6, -1] \; (eller \; -6 \leq x \leq -1)$$

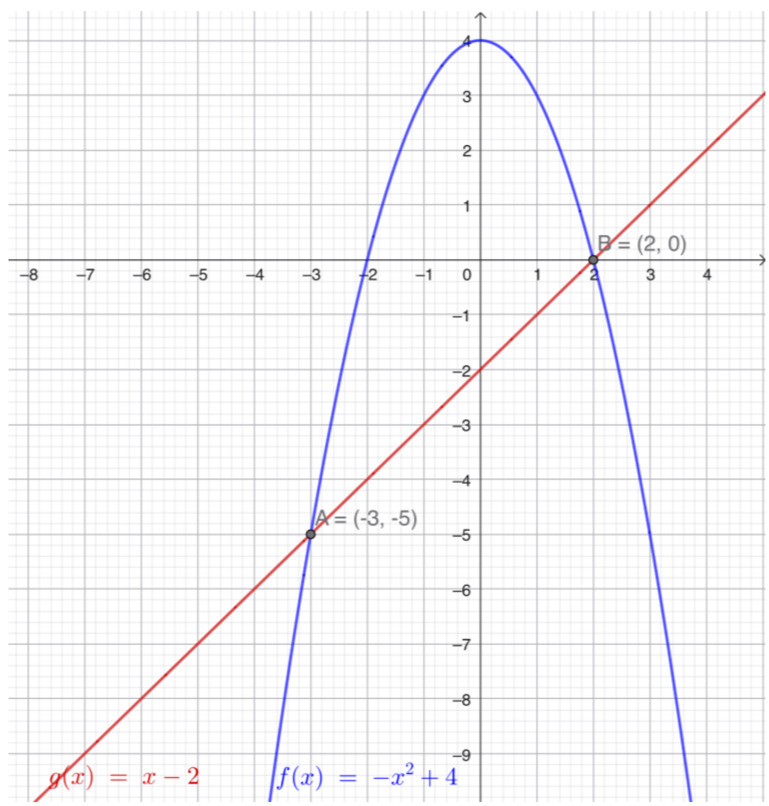
Oppgave 2 (4 poeng)

a) Vi bruker innsettingsmetoden

(1) $-x^2 + 4 = y$	(2) $x - y = 2$
$-x^2 + 4 = x - 2$ $0 = x^2 + x - 2 - 4$ $x^2 + x - 6 = 0$ Sum-og-produkt-metoden for å faktorisere $(x+3)(x-2) = 0$ $x = -3 \ \ eller \ \ x = 2$ Sett inn i (2)	$y = x - 2$ *Sett inn i (1)* $x = -3 \Rightarrow \quad y = -3 - 2 = -5$ $x = 2 \Rightarrow \quad y = 2 - 2 = 0$

Løsningene er:

$$(-3, -5) \ \ og \ \ (2, 0)$$



b) For å løse systemet grafisk, tegner vi de to funksjonene i et koordinatsystem:

- $y = -x^2 + 4$ har et toppunkt i (0, 4) som. Den skjærer x-aksen der $-x^2 + 4 = 0$, altså i $x = -2 \ og \ x = 2$.
- $y = x - 2$ er en rett linje med stigningstall 1 og konstantledd -2. Den skjærer y-aksen i (0, -2) og x-aksen i (2, 0).
- Løsningene til ligningssystemet er skjæringspunktene mellom parabelen og den rette linjen. Ved nøyaktig avlesning ser vi at grafene skjærer hverandre i punktene:

$$(-3, -5) \ og \ \ (2, 0)$$

Oppgave 3 (3 poeng)

For å løse ligningen $2x^3 + 3x^2 - 18x + 8 = 0$

kan vi prøve å finne en heltallig rot ved å se på faktorene i konstantleddet 8 (±1, ±2, ±4, ±8).

Vi tester x = 2:

$$2(2)^3 + 3(2)^2 - 18(2) + 8 = 2(8) + 3(4) - 36 + 8$$

$$= 16 + 12 - 36 + 8 = 36 - 36 = 0$$

Siden x = 2 gir 0, er (x - 2) en faktor i polynomet. Vi utfører polynomdivisjon for å finne de resterende røttene:

$$
\begin{aligned}
&2x^3 + 3x^2 - 18x + 8 : x - 2 = 2x^2 + 7x - 4\\
&-(2x^3 - 4x^2)\\
&\overline{\quad 0 \quad +7x^2 - 18x + 8}\\
&\quad -(+7x^2 - 14x)\\
&\quad \overline{\qquad 0 \quad -4x + 8}\\
&\qquad\qquad -4x + 8\\
&\qquad\qquad \overline{\qquad 0 \qquad}
\end{aligned}
$$

Nå må vi løse andregradsligningen $2x^2 + 7x - 4 = 0$ med abc-formelen:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-7 \pm 9}{4}$$

$$x = \frac{(-7 + 9)}{4} = 0.5 \ \lor \ x = \frac{(-7 - 9)}{4} = -\frac{16}{4} = -4$$

Ligningen har tre løsninger:

$$x = -4, \qquad x = 0.5 \ og \ x = 2$$

Oppgave 4 (2 poeng)

For at ligningen skal være en identitet, må uttrykkene på venstre og høyre side være nøyaktig like for alle verdier av x.

Vi utvider venstresiden ved hjelp av første kvadratsetning:

$$a(x + b)^2 = x^2 + 8x + c$$

$$a(x^2 + 2bx + b^2) = x^2 + 8x + c$$
$$ax^2 + 2abx + ab^2 = x^2 + 8x + c$$

Vi sammenligner koeffisientene for hvert ledd på venstre og høyre side:

- For x^2-leddet: a = 1
- For x-leddet: 2ab = 8
- For konstantleddet: $ab^2 = c$

Siden a = 1, setter vi dette inn i x-leddets ligning:

$$2 \cdot 1 \cdot b = 8 \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

Nå setter vi a = 1 og b = 4 inn i konstantleddets ligning for å finne c:

$$c = 1 \cdot (4)^2 = 16$$

Verdiene som gjør ligningen til en identitet, er:

$$a = 1, \quad b = 4, \quad c = 16$$

Oppgave 5 (2 poeng)

a) *Mønsteret hun ser er:*

$$0 \cdot 1 + 1 = 1$$
$$1 \cdot 2 + 1 = 3$$
$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$3 \cdot 4 + 1 = 13$$

Vi ser at for tall nummer n, multipliseres (n-1) med n, og så legger vi til 1. For tall nummer 8 må regnestykket bli:

$7 \cdot 8 + 1 = 56 + 1 = 57$

Tall nummer 8 i tallfølgen er 57.

b) Som observert i deloppgave a, er det første tallet i multiplikasjonen alltid én mindre enn leddnummeret n, altså (n - 1). Det andre tallet er selve leddnummeret n. Til slutt adderes 1.

Formelen for tall nummer n blir da:

$$T_n = (n - 1) \cdot n + 1 = n^2 - n + 1$$

Oppgave 6 (1 poeng)

Trekanten ABC er en rettvinklet trekant siden vinkel B = 90°.

$$tan(A) = \frac{motstående\ katet}{hosliggende\ katet} = \frac{BC}{AB}$$

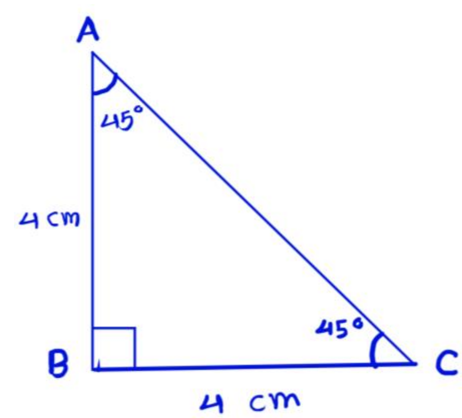
Siden vi har oppgitt at tan(A) = 1, må vi ha:

$$\frac{BC}{AB} = 1 \Rightarrow BC = AB$$

Dette betyr at de to katetene AB og BC er like lange, da er trekanten likebeint. Siden den også har en vinkel på 90°, er trekanten ABC en rettvinklet, likebeint trekant.

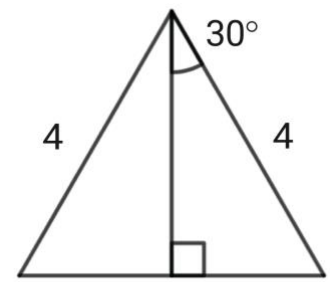
Siden vinkelsummen i en trekant alltid er 180°, og vinkel B = 90°, må summen av vinkel A og vinkel C være 90°. Siden katetene er like lange, må også vinklene A og C være like store:

$Vinkel\ A = Vinkel\ C = 45°$. En tegning av trekanten er vist til høyre



Oppgave 7 (5 poeng)

a) Normalhøyden deler trekanten i to rettvinklede trekanter. Toppvinkelen i den ene trekanten er 30°, og vinkelen mellom normalhøyden og grunnlinjen er 90°, som betyr at den siste vinkelen er 180° - 90° - 30° = 60°.



Trekanten er en 30°-60°-90°-trekant da har vi at den korte kateten (motstående til 30°) er halvparten så lang som hypotenusen, altså $\frac{4}{2} = 2$

Pythagoras' setning (h er høyden her og ikke hypotenusen):

$$h^2 + 2^2 = 4^2$$

$$h^2 + 4 = 16$$

$$h^2 = 12$$

$$h = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

Nå bruker vi definisjonene av sinus og cosinus for 30°-vinkelen:

$$sin\ 30° = \frac{motstående\ katet}{hypotenus} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$cos\ 30° = \frac{(hosliggende\ katet)}{hypotenus} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Vi bruker arealsetningen

$$Areal = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot sin(v)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10\sqrt{3} \cdot sin\ 30°$$

Vi vet fra oppgave a) at sin 30° = 1/2. Vi setter dette inn:

$$\text{Areal} = 0.5 \cdot 4 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 0.5 = 2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 0.5 = 10\sqrt{3}$$

Arealet av trekanten er 10√3.

c) Først finner vi lengden av den tredje ukjente siden, som vi kan kalle x. Vi bruker cosinussetningen:

$$x^2 = 4^2 + (10\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 10\sqrt{3} \cdot cos\ 30°$$

$$= 16 + (100 \cdot 3) - 80\sqrt{3} \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2})$$
$$= 16 + 300 - 40 \cdot 3$$
$$= 316 - 120 = 196$$

$$x = \sqrt{196} = 14$$

Nå kan vi beregne omkretsen (O) ved å summere alle tre sidene:

$$O = 4 + 10\sqrt{3} + 14 = 18 + 10\sqrt{3}$$

Omkretsen av trekanten er $18 + 10\sqrt{3}$.

Oppgave 8 (4 poeng)

a) 1) Ingen nullpunkt betyr at telleren i den rasjonale funksjonen aldri kan bli null. Vi kan derfor sette telleren lik et konstant tall som ikke er null, for eksempel 1.

2) To vertikale asymptoter betyr at nevneren må ha to unike nullpunkter der funksjonen ikke er definert (og som ikke nullstilles av telleren). Vi kan velge asymptoter i for eksempel $x = 2 \; og \; x = -2$. Nevneren blir da $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$.

Et mulig funksjonsuttrykk er:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

Begrunnelse: Telleren er en konstant (1) og kan aldri bli 0, så funksjonen har ingen nullpunkter. Nevneren blir null når x = 2 eller x = -2, noe som gir de to vertikale asymptotene x = 2 og x = -2.

b)

- At grafen ikke skjærer y-aksen betyr at funksjonen ikke er definert for x = 0. Det betyr at nevneren må ha et nullpunkt i x = 0. Vi kan la nevneren være x.
- En horisontal asymptote y = 2 betyr at når x går mot uendelig (eller minus uendelig), går g(x) mot 2. For en rasjonal funksjon betyr det at graden til teller og nevner er lik, og forholdet mellom koeffisientene til høyegradsleddene er 2.

Hvis nevneren er x, kan vi ha et ledd 2x i telleren. For å unngå at x kan forkortes bort (slik at den likevel ville krysset y-aksen), må vi legge til et konstantledd i telleren som ikke er null, for eksempel 1.

Et mulig funksjonsuttrykk er:

$$g(x) = \frac{2x + 1}{x}$$

Begrunnelse: Siden nevneren er x, er ikke funksjonen definert for x = 0, og den vil derfor aldri skjære y-aksen. Når x går mot uendelig, vil konstanten 1 ha forsvinnende liten betydning, og $g(x) \approx \frac{2x}{x} = 2$, som gir den horisontale asymptoten y = 2.

Alternativt kan uttrykket skrives som $g(x) = 2 + \frac{1}{x}$, som gjør asymptoten y = 2 enda mer åpenbar.

Oppgave 9 (3 poeng)

a) Den deriverte til en funksjon i et bestemt punkt x gir stigningstallet til tangenten til grafen i akkurat det punktet. Oppgaven oppgir at den rette linjen er en tangent til grafen til f i punktet der x = 4, og at denne tangenten har et stigningstall på 5 (vises også ved at når vi går 1 enhet til høyre, går linjen 5 enheter opp). Derfor er per definisjon $f'(4) = 5$.

b) Siden f(x) er en andregradsfunksjon på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$, vet vi at den deriverte f'(x) må være en førsteggradsfunksjon (en rett linje) på formen:

$$f'(x) = kx + m$$

Utrykket har to ukjente k og m, da trenger vi to likninger for å finne dem. Vi får disse to likningene ved å bruke to viktige opplysninger:

- Funksjonen har et bunnpunkt i $x = -1$. I et topp- eller bunnpunkt er tangenten horisontal, som betyr at den deriverte er lik null. Altså er $f'(-1) = 0$.
- Fra oppgave a) vet vi at $f'(4) = 5$.

Dette gir oss et ligningssystem med k og m:

1) $k \cdot (-1) + m = 0$	2) $k \cdot 4 + m = 5$
$-k + m = 0$ $m = k$ Vi setter m = k inn i den andre ligningen	$4k + k = 5$ $5k = 5$ $k = 1 \Rightarrow m = 1$

Det gir den deriverte funksjonen:

$$f'(x) = x + 1$$

> $Merk$: $Vi\ kan\ også\ gå\ videre\ og\ finne\ selve\ funksjonsuttrykket\ f(x) = 0.5x^2 + x - 12\ for\ å\ verifisere, men\ oppgaven\ ber\ kun\ om\ f'(x).$

Del 2: Med hjelpemidler 2 timer (12:00 – 14:00)

Oppgave 1 (5 poeng)

a) Vi finner utslippet ved å sette x = 50 inn i funksjonsuttrykket:

1	$U(x) := \frac{5400}{x} + 0.0074\, x^2 + 50$
	$\rightarrow\ U(x) := \frac{37}{5000}\, x^2 + 50 + \frac{5400}{x}$
2	$U(50)$
	$\approx\ 176.5$

Bilen slipper ut 176,5 gram CO_2 per kilometer når farten er 50 km/h.

b) For å finne den farten som gir minst utslipp, må vi finne funksjonens bunnpunkt ved å sette den deriverte lik null og løse den (rad 4).

Vi bekrefter at dette er et bunnpunkt ved å sjekke at den deriverte skifter fortegn (rad 5 og 6).

Farten som gir minst utslipp er omtrent 71,5 km/h.

Vi finner det minimale utslippet ved å sette denne x-verdien tilbake inn i funksjonen

3	b)
4	$U'(x) = 0, x = 1$
	NLøs: $\{x = 71.4569\}$
5	$U'(71)$
	$\approx\ -0.0204$
6	$U'(72)$
	$\approx\ 0.0239$
7	$U(71.4569)$
	$\approx\ 163.3551$

Den farten som gir minst utslipp er 71,5 km/h, og utslippet er da 163,4 gram CO_2 per kilometer.

c) Først finner vi utslippet per kilometer ved en fart på 90 km/h (rad 9).

Deretter må vi finne ut hvor mange kilometer hun kjører i løpet av 20 minutter. 20 minutter tilsvarer 20/60 = 1/3 time (rad 10)

Nå beregner vi det totale utslippet for hele turen (rad 11):

Totalt utslipp = 30 km · 169,94 g/km = 5098,2 gram

Bilen slipper ut 5098,2 gram (ca. 5,1 kg) CO_2 i løpet av de 20 minuttene.

8	c)
9	$U(90)$
	$\approx\ 169.94$
10	$90 \cdot \frac{20}{60}$
	$\approx\ 30$
11	$30 \cdot 169.94$
	$\approx\ 5098.2$

Oppgave 2 (5 poeng)

a) Vi ser på trekant ABC. Her kjenner vi to sider og vinkelen mellom dem.

Vi kan bruke cosinussetningen for å finne den motstående siden AB (som vi kaller c):

$$AB^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot cos(105°)$$

1 $AB^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos(105°)$

Løs: $\left\{ \mathbf{AB} = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}, \mathbf{AB} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \right\}$

2 \$1

$\approx \{\mathbf{AB} = -1.9319, \mathbf{AB} = 1.9319\}$

Lengden av sidekanten AB er omtrent 1,93.

b) Arealet av hele figuren ABD er lik summen av arealene til de to trekantene ABC og ACD:

1) Vi finner areal av trekanten ABC ved å bruke bruker arealsetningen (rad 4)

2) For å finne arealet av trekant ACD må vi først finne siden CD ved å bruke sinussetning (rad 5). Vi kjenner vinkel D = 60° og vinkel CAD = 45°. Den siste vinkelen ACD må da være:
Vinkel ACD = 180° - 60° - 45° = 75°

Nå bruker vi arealsetningen for trekant ACD (rad 8)

3) Arealet av trekanten ABD er omtrent 1,47.

4 $\mathrm{ArealABC:} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(105°)$

$\approx \mathbf{ArealABC := 0.683}$

5 $\frac{\mathrm{CD}}{\sin(45°)} = \frac{\sqrt{2}}{\sin(60°)}$

Løs: $\left\{ \mathbf{CD} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$

6 \$5

$\approx \{\mathbf{CD} = 1.1547\}$

7 $\mathrm{vinkelACD} := 180 - 60 - 45$

$\approx \mathbf{vinkelACD := 75}$

8 $\mathrm{ArealACD:} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\approx \mathbf{ArealACD := 0.8165}$

9 $\mathrm{ArealABD} := \mathrm{ArealABC} + \mathrm{ArealACD}$

$\approx \mathbf{ArealABD := 1.4995}$

Oppgave 3 (6 poeng)

a) En lineær modell er på formen $f(x) = ax + b$.

Konstantleddet b er verdien ved start (x = 0), som betyr b = 9000.

Stigningstallet a er den årlige endringen i bestanden fra x = 0 til x = 9:

$a = \frac{2500 - 9000}{9 - 0} = -\frac{6500}{9} \approx -722{,}22$

Modellen f(x) blir da:

$$f(x) = -722{,}2x + 9000$$

Der x er år etter 2013

Forklaring: Modellen forteller at vipebestanden startet på 9000 par i 2013, og at bestanden synker lineært med i gjennomsnitt ca. 722 par per år.

Man kan også bruke CAS:

1	$f(x) := a\,x + b$ $\approx$ $\mathbf{f(x) := a\,x + b}$
2	$f(0) = 9000$ $\approx$ $\mathbf{b = 9000}$
3	$f(9) = 2500$ $\approx$ $\mathbf{9\,a + b = 2500}$
4	$\{\$2, \$3\}$ Løs: $\left\{\left\{\mathbf{a = \frac{-6500}{9}, b = 9000}\right\}\right\}$
5	$\$4$ $\approx$ $\mathbf{\{\{a = -722.2222, b = 9000\}\}}$

b) En eksponentiell modell er på formen $g(x) = G \cdot v^x$.

Startverdien G er 9000. Vi finner vekstfaktoren v ved å bruke opplysningen om at $g(9) = 2500$:

$$9000 \cdot v^9 = 2500$$

$$v^9 = \frac{2500}{9000} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

$$v = \left(\frac{5}{18}\right)^{\frac{1}{9}} \approx 0.8672$$

Modellen g(x) blir da:

$$g(x) = 9000 \cdot 0{,}8672^x$$

Der x er år etter 2013.

Forklaring:

Vekstfaktoren er $0{,}8672 = 86{,}72\%$

Posentvis årlig nedgang: $100\% - 86{,}72\% = 13{,}28\ \%$

Modellen forteller at vipebestanden avtar med ca. 13,28 % per år.

Man kan bruke CAS eller regresjon. Her viser jeg hvordan man bruker CAS

6	$g(x) := G\, v^x$ $\approx$ $g(x) := G\, v^x$
7	$g(0) = 9000$ $\approx$ $G = 9000$
8	$g(9) = 2500$ $\rightarrow$ $G\, v^9 = 2500$
9	{\$7, \$8} Løs: $\left\{\left\{G = 9000, v = \sqrt[9]{\frac{5}{18}}\right\}\right\}$
10	\$9 $\approx$ $\{\{G = 9000, v = 0.8673\}\}$

c) Redegjørelse for modell q:
Fra grafene ser vi at modell p er en ren eksponentiell modell som går mot null når x blir stor. Modell q derimot flater ut og stabiliserer seg på en horisontal asymptote y = 2000. Dette betyr at Egil antar at vernetiltakene vil fungere, slik at nedgangen stopper opp og bestanden stabiliserer seg på 2000 par på sikt.

Finne p(x):
Modell p er en ren eksponentiell modell

$p(x) = B \cdot k^x$, men ut fra grafen ser vi at verdiene er annerledes enn i g(x). Grafen til p starter i (0, 7000) og går gjennom (9, 500). Da får vi funksjonen

11	$p(x) := B\, k^x$ $\approx$ $p(x) := B\, k^x$
12	$p(0) = 7000$ $\rightarrow$ $B = 7000$
13	$p(9) = 500$ $\approx$ $B\, k^9 = 500$
14	{\$12, \$13} NLøs: $\{B = 7000, k = 0.7459\}$
15	$P(x) := 7000 \cdot 0.7459^x$ $\rightarrow$ $P(x) := 7000 \left(\frac{7459}{10000}\right)^x$
16	$q(x) := P(x) + 2000$ $\rightarrow$ $q(x) := 7000 \left(\frac{7459}{10000}\right)^x + 2000$

$$p(x) = 7000 \cdot 0{,}7454^x$$

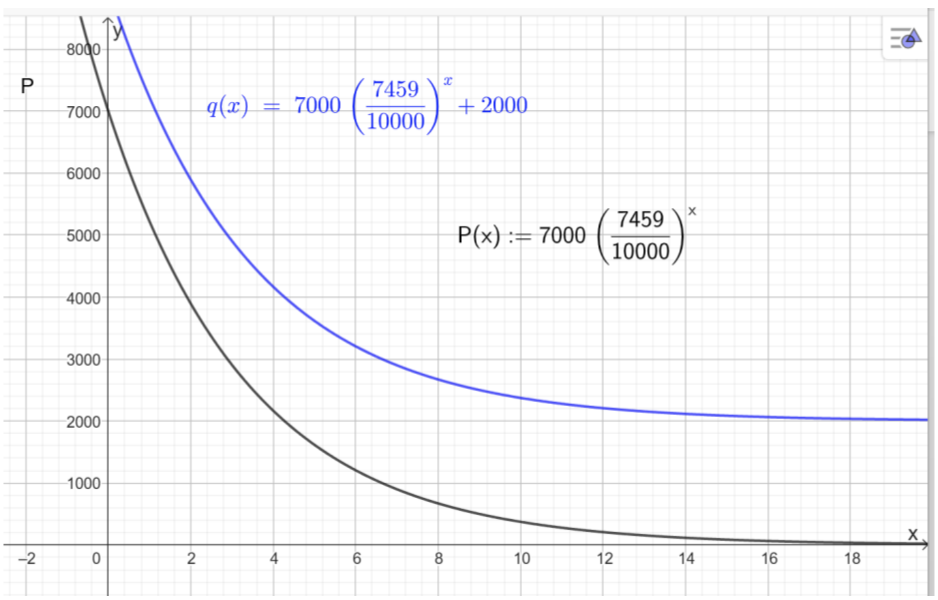
(se rad12-15)

Finne q(x):
Modell q er også en type eksponentiell funksjon som stabiliserer seg på 2000 og ikke null. Det betyr at den er luftet opp med 2000, altså $q(x) = p(x) + 2000$.

Dermed er funksjonsuttrykket for q(x):

$$q(x) = 7000 \cdot 0{,}7454^x + 2000$$

Nedenfor er grafene til p og q og de matcher grafene på bildene i oppgaven



Oppgave 4 (3 poeng)

Først finner vi direkte formler for antall kuler og pinner

	Fig 0	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Fig n
Antall kuler	$\boxed{0}$	0	$2 \cdot 1 = 2$	$3 \cdot 2 = 6$	$4 \cdot 3 = 12$	$n \cdot (n-1)$ $= n^2 - n$
diff 1	$\boxed{0}$	2	4	6		
diff 2		2	2	2		

Eksplisitt formel

Vi kan bruke differansemetoden for å finne en direkte formel. Siden andre differanse er konstant lik 2, vet vi at formelen må være et andragradspolynom

$$K(n) = an^2 + bn + c.$$

Fra den konstante andre differansen får vi $2a = 2 \Rightarrow a=1$.

$$c = K(0) = 0$$

$$K(1) = 0,$$

$$1^2 + b \cdot 1 + 0 = 0$$

$$1 + b = 0 \Rightarrow b = -1.$$

Dermed blir den eksplisitte formelen

$$K(n) = n^2 - n = n(n-1).$$

Merknad: Man kan finne eksplisitt formel (direkte formel) ved å analysere figurene også.

Vi ser at kulene danner rektangler der bredden er lik figur nummer og øker med 1 for hver ny figur og høyden er 1 mindre enn figurnummer og øker også med én for hver ny figur.

Rekursiv formel

$$Diff_1 = 2n$$

Derfor kan neste ledd finnes fra forrige ved

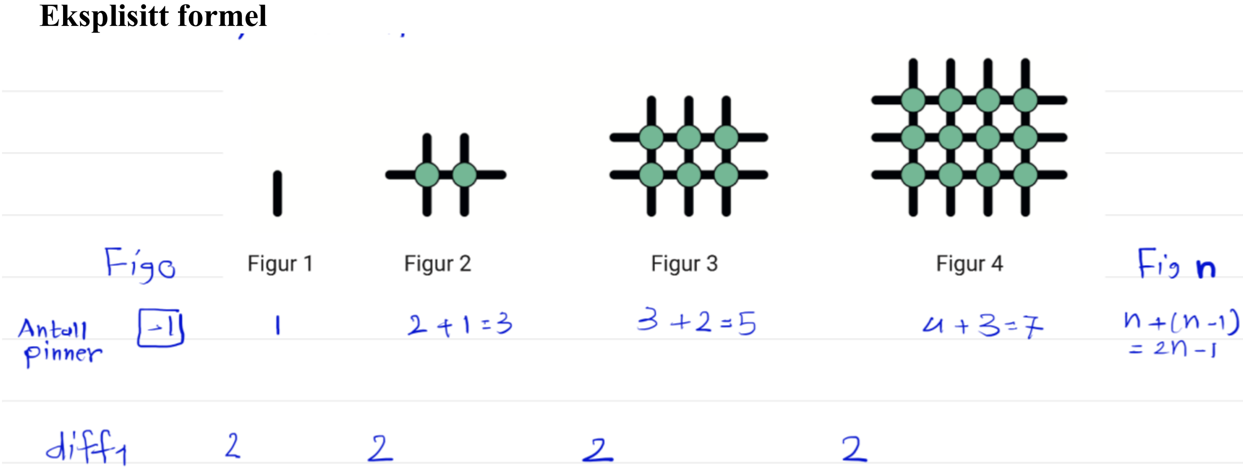
$$K_{n+1} = K_n + 2n,$$

med startverdi

$$K_1 = 0.$$

Antall pinner:

Eksplisitt formel



Vi kan bruke differansemetoden for å finne en direkte formel. Siden første differanse er konstant, vet vi at formelen er lineær:

$P(n) = an + b.$

$$a = diff_1 = 2$$

Da får du

$$b = P(0) = -1,$$

Dermed blir den eksplisitte formelen

$$P(n) = 2n - 1.$$

Rekursiv formel

Siden det alltid legges til 2 pinner når figurnummeret øker med 1,

$$P_{n+1} = P_n + 2,$$

med startverdi

$$P_1 = 1.$$

Kode som bruker eksplisitt formel (direkte formel)

```python
antall_figurer = 50

sum_kuler = 0
sum_pinner = 0

for n in range(1, antall_figurer + 1):
    kuler = n*(n-1)
    pinner = 2*n - 1

    sum_kuler = sum_kuler + kuler
    sum_pinner = sum_pinner + pinner

print(f"Kristian trenger {sum_kuler} kuler for å lage de {antall_figurer} første figurene")
print(f"Kristian trenger {sum_pinner} kuler for å lage de {antall_figurer} første figurene"
```

Ln: 15, Col: 1

Run Share Debug $ Command Line Arguments

TERMINAL PROBLEMS

```
Kristian trenger 41650 kuler for å lage de 50 første figurene
Kristian trenger 2500 kuler for å lage de 50 første figurene


** Process exited - Return Code: 0 **
```

https://www.online-python.com/zGEZpD6eWN

Løsning ved bruk av rekursiv formel

```python
antall_figurer = 50

kuler = 0       # figur 1 har 0 kuler
pinner = 1      # figur 1 har 1 pinne

sum_kuler = 0
sum_pinner = 0

for n in range(1, antall_figurer + 1):
    sum_kuler = sum_kuler + kuler
    sum_pinner = sum_pinner + pinner

    kuler = kuler + 2*n      # rekursiv formel
    pinner = pinner + 2      # rekursiv formel

print(f"Kristian trenger {sum_kuler} kuler for å lage de {antall_figurer} første figurene")
print(f"Kristian trenger {sum_pinner} kuler for å lage de {antall_figurer} første figurene'
```

Ln: 17, Col: 37

Run Share Debug $ Command Line Arguments

TERMINAL PROBLEMS

```
Kristian trenger 41650 kuler for å lage de 50 første figurene
Kristian trenger 2500 kuler for å lage de 50 første figurene


** Process exited - Return Code: 0 **
```

https://www.online-python.com/zLpOsVA3Uw