DEL 1:

Oppgave 1

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

$$f'(x) = -2e^{-2x} + x^4$$

Oppgave 2

$$g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)^2$$

a) Funksjonen er faktorisert, så eneste nullpunkt til $g(x)$ er når $x = \frac{1}{2}$.

e^x kan aldri bli 0 .

b)

$u = \frac{1}{2}e^x \qquad v = (2x-1)^2$

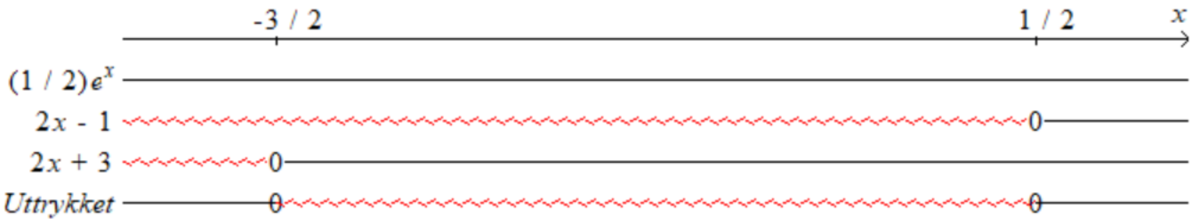
$u' = \frac{1}{2}e^x \qquad v' = 2(2x-1)^1 \cdot 2 = 4(2x-1)$

$g'^{(x)} = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)^2 + \frac{1}{2}e^x \cdot 4(2x-1)$ #brukt produktregel

$g'(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)(2x-1+4)$ #faktoriserer like faktorer $\frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)$

$g'(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)(2x+3)$

c) Lager fortegnskjema for den deriverte:



Ser at $x = -\frac{3}{2}$ er et toppunkt og $x = \frac{1}{2}$ er et bunnpunkt

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right)^2 = 0$$

Bunnpunkt: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$$g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 1\right)^2 = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}} \cdot 16 = \frac{8}{e^{\frac{3}{2}}} = \frac{8}{\sqrt{e^3}}$$

Toppunkt: $\left(-\frac{3}{2}, \frac{8}{\sqrt{e^3}}\right)$

Oppgave 3

a) #Kan løses med logaritmer også, men her bruker jeg at hvis potenser med samme grunntall er like, så må eksponenten være lik også

$$3^{3x+2} - 5 = 76$$

$$3^{3x+2} = 81$$

$$3^{3x+2} = 3^4$$

$$3x + 2 = 4$$

$$x = \frac{2}{3}$$

b)

$$3 \lg x + 2 \lg x^2 + \lg \frac{1}{x^9} = 2$$

$$3 \lg x + 4 \lg x + \lg 1 - 9 \lg x = 2$$

$$- \lg x = 2$$

$$\lg x = -2$$

$$x = 10^{-2}$$

$$x = 0.01$$

Oppgave 4

a)

$$\lim_{x \to 3} \frac{3 \cdot (x^2 - 3)}{x - 3} = \frac{3 \cdot (9 - 3)}{3 - 3} = \frac{18}{0}$$ Grenseverdien eksisterer ikke

b)

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$ Bruker L'Hopitals regel

$$\lim_{x \to 4} \frac{\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}}{1} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{4}} = \frac{1}{4}$$

Oppgave 5

Siden skuddene er uavhengige av hverandre og sannsynligheten er bestemt for suksess eller ikke suksess, kan man bruke binomisk sannsynlighet i denne oppgaven.

T: Arne treffer blink.

a) $P(TT) = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{64}{100}$

Det er 64% sjanse for at Arne treffer på de to første skuddene sine

b) $P(T = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{10}\right)^1 = 3 \cdot \frac{64}{100} \cdot \frac{2}{100} = 3 \cdot \frac{128}{10\,000} = \frac{384}{10\,000} = 3{,}84\ \%$

c) Siden jeg allerede har regnet ut $P(T = 2)$ så trenger jeg bare $P(T = 3)$ for å finne det motsatte (Komplementære) av $P(T \leq 1)$

$$P(T = 3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{10}\right)^0 = 1 \cdot \frac{512}{1000} \cdot 1 = 51{,}2\ \%$$

$$P(T \leq 1) = 1 - \big(P(T = 3) + P(T = 2)\big) = 100\ \% - (51{,}2\ \% + 3{,}8\ \%) = 45\ \%$$

Arne vil treffe høyst 1 ganger $45\ \%$ av gangene

Oppgave 6

a) Om f skal være kontinuerlig i $x = 0$ så må grenseverdien eksistere

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 2e^0 = 2$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = 0^2 + 2 = 2$$

$$f(0) = 2e^0 = 2$$

Siden grenseverdien eksisterer og $f(0) = \lim_{x \to 0} f(x) = 2$ så er f kontinuerlig i punktet

b)

Siden grenseverdien er den samme som $f(x)$ i oppgave a), men $f(0) = 1$

Så vil det si at $f(0) \neq \lim_{x \to 0} g(x)$ og $g(x)$ er ikke kontinuerlig i punktet.

DEL 2

Oppgave 1

a) Når sifrene 0,7,8 og 9 ikke er med, er det 6 muligheter per hjul.

$$P(Rett\ kode) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} = 0{,}46\ \%$$

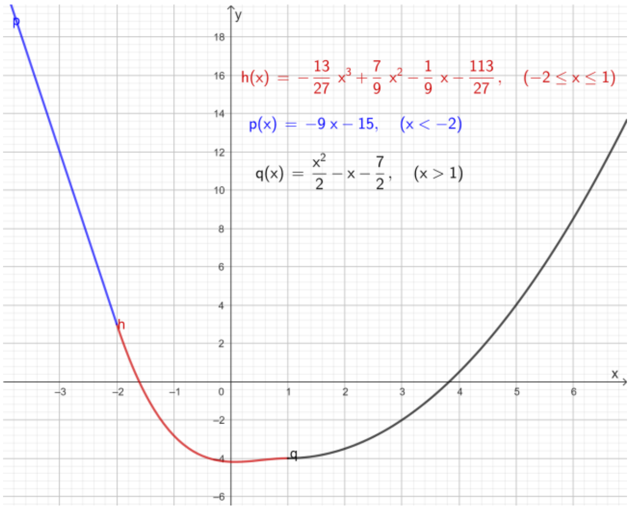
b)

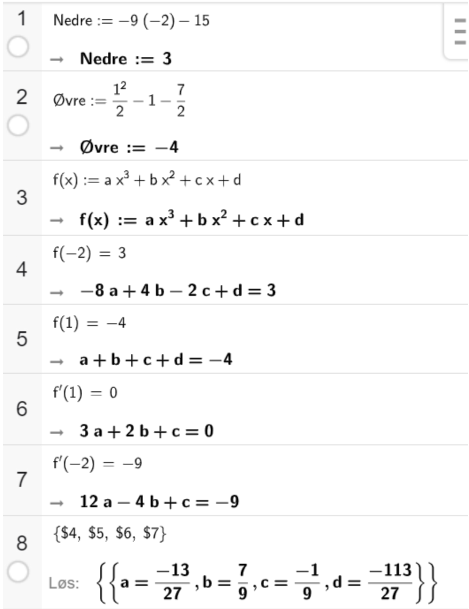
```python
from pylab import*

Rett1 = 1  #Den rette kombinasjonen er 1,2,3
Rett2 = 2
Rett3 = 3

N = 10000
teller = 0

for test in range(N):
    hjul1 = randint(1,7)
    hjul2 = randint(1,7)
    hjul3 = randint(1,7)
    if hjul1 == 1 and hjul2 == 2 and hjul3 == 3:
        teller = teller + 1
print(teller)
print("Sannsynligheten for å få rett kode på første forsøk er", teller/N)
```

```
>>> %Run -c $EDITOR_CONTENT
 48
 Sannsynligheten for å få rett kode på første forsøk er 0.0048
```

Ser at sannsynligheten er ganske nær den teoretiske sannsynligheten.

Oppgave 2





Lagde h(x) ved definere en generell 3.gradsfunksjon og å løse 4 likninger med 4 ukjente i CAS som vist.

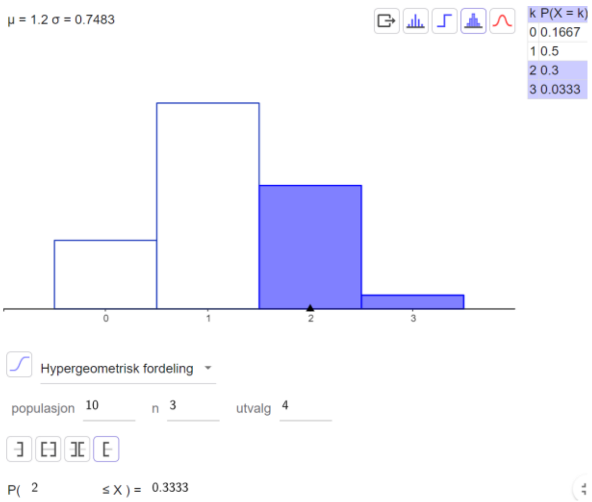
Oppgave 3

a) 4 stykk skal trekkes ut fra 10 personer. Rekkefølgen har ikke noe å si.

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 210$$

Det finnes 210 forskjellige grupper som kan trekkes

b) 3 gutter og 7 jenter.



$$P(minst\ 2\ gutter) = 0{,}333$$

Det er 33,3 % sjanse for at minst 2 gutter blir trukket

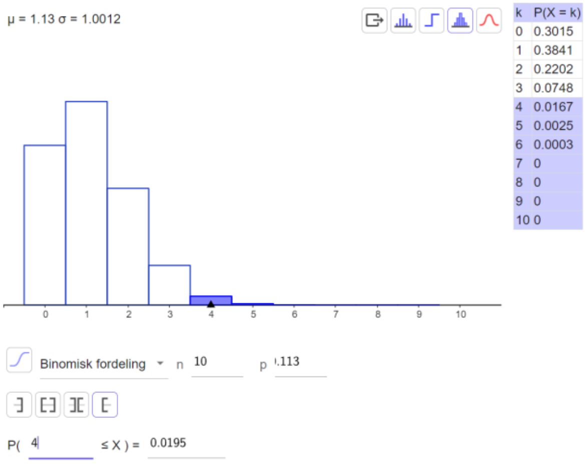
c) Emma og Marie er to personer og resten er 8 personer. Man vil trekke 1 av de to og 3 av de andre. T: Antall som trekkes av Emma og Marie

$$P(T=1)=\frac{\binom{2}{1}\binom{8}{3}}{\binom{10}{4}}=\frac{2\cdot 56}{210}=0{,}533$$

Det er 53,3 % sjanse for at én av jentene kommer i arbeidsgruppa

Oppgave 4

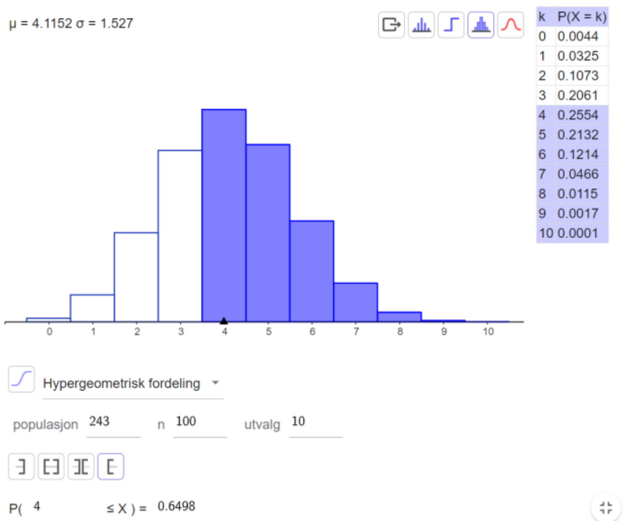
a) En bestemt sannsynlighet for suksess, personene er uavhengige av hverandre. Dette er et binomisk forsøk.



Det er 1,95 % = 2,0 % sjanse for at minst 4 av personene har stemt FrP.

(Om man klarer å trekke tilfeldig da)

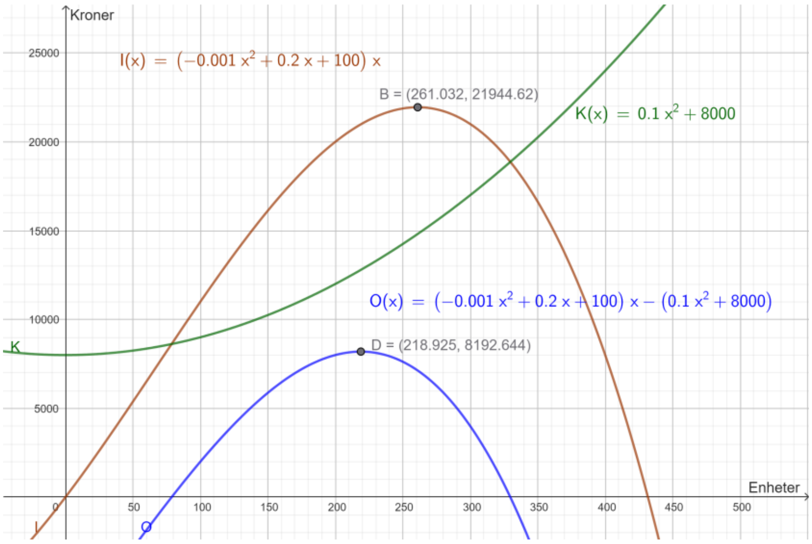
b) Siden dette er en gruppe mennesker på 243 stykk, så vil sannsynligheten være avhengig av hvilken man trakk forrige gang. Dette blir da et hypergeometrisk forsøk med delgrupper på 100 og 143.



Det er 65,0 % sjanse for at minst 4 av de 10 stemmer arbeiderpartiet.

Oppgave 5

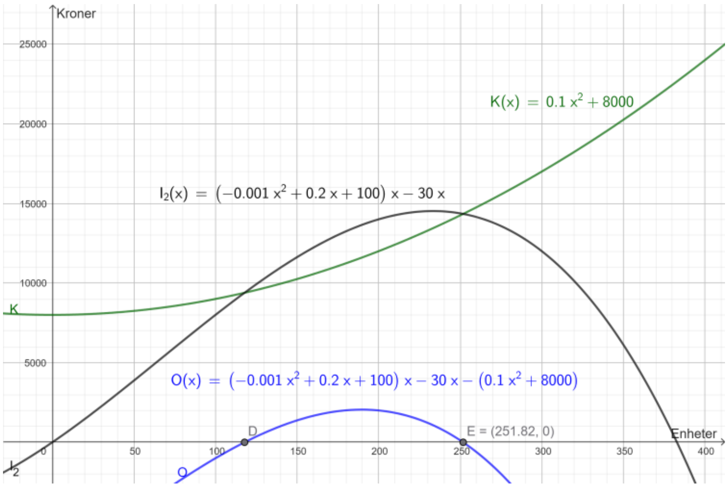
$$I(x) = p(x) \cdot x \text{ og } O(x) = I(x) - K(x)$$



a) Den største inntekten bedriften kan få er ca. 22000 kr i uka. Se punkt B. Kommando ekstremalpunkt.

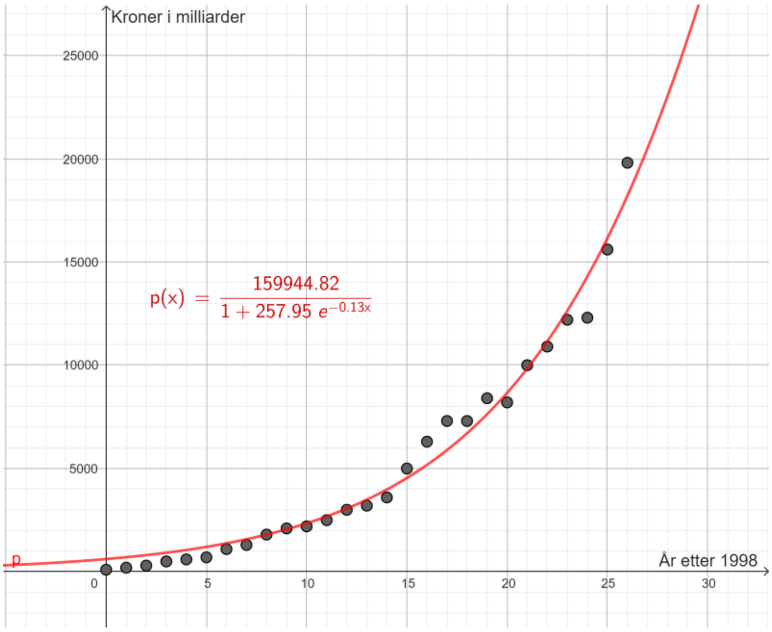
b) Det største overskuddet bedriften kan få er ca. 8200 kr i uka. Se punkt D.

c) Den nye inntektsfunksjonen får vi ved å trekke fra $30x$, altså 30 kroner for hver enhet.

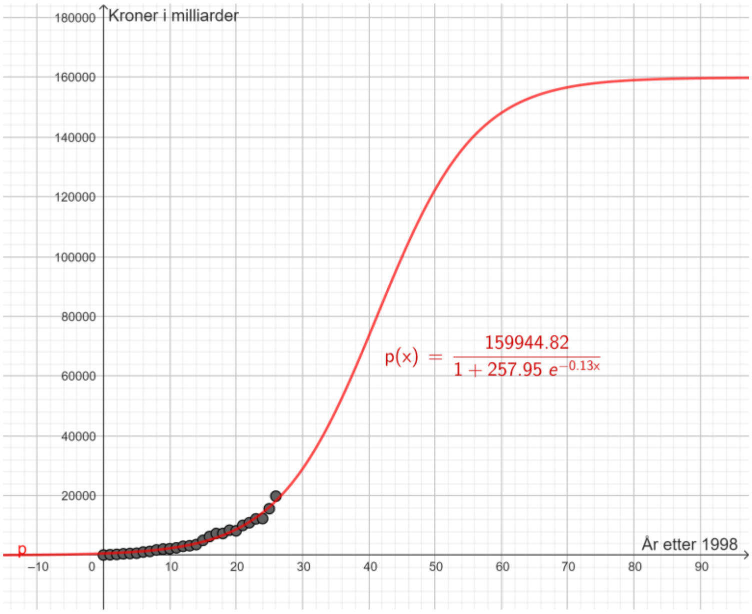


Det største antall T-skjorter bedriften kan selge uten å gå i underskudd er 251 T-skjorter. Se punkt E. Kommando: Nullpunkt

Oppgave 6



Den funksjonen som jeg mener passer best med punktene er en logistisk modell. Andre alternativer var polynomfunksjon og eksponentialfunksjon. Jeg valgte denne fordi den passer ok i tidlig i datasettet, men at den øker eksponentielt en stund, for så å flate ut etter hvert. Dette kan man forsvare med at olje og gassproduksjonen fases ut i det grønne skiftet. Se bildet under for et bilde i en større tidshorisont.



b)

$V(20) = 8843$ som betyr at oljefondet er på 8843 milliarder i år 2018

$V'(20) = 1454$. Den momentane vekstfarten er 1454 milliarder kroner i året i 2018.

c) Den gjennomsnittlige vekstfarten er regnet ut i rad 3 og 4 i CAS i bildet til høyre. Svarene sier hvor fort oljefondet har vokst per år i de to 10-årsperiodene. Svarene viser at veksten er mye høyere fra 2014 til 2024 enn fra 1998 til 2008.

1	$V(20)$
	$\approx$ **8842.59**
2	$V'(20)$
	$\approx$ **1453.83**
3	$\frac{V(10) - V(0)}{10}$
	$\approx$ **137.82**
4	$\frac{V(26) - V(16)}{10}$
	$\approx$ **1913.26**