

Eksamen

19.05.2025

REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du kan ikkje bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing• gjennomfører logiske resonnement• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar• vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• hengelås: Pixabay (17.02.2025)• valresultat henta frå www.valgresultat.no• oljefondets verdi henta frå www.nbim.no Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x - 1)^2$

- a) Bestem eventuelle nullpunkt til funksjonen g .
- b) Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^x(2x - 1)(2x + 3)$
- c) Finn koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til g .

Oppgave 3 (4 poeng)

Løys likningane

- a) $3^{3x+2} - 5 = 76$
- b) $3\lg x + 2\lg x^2 + \lg \frac{1}{x^9} = 2$

Oppgåve 4 (4 poeng)

Bestem grenseverdiane

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

Oppgåve 5 (5 poeng)

Skiskyttar Arne Treff skal skyte ein serie på tre skot. Det har tidlegare vist seg at Arne treffer på 80 % av skota sine. Vi antek at alle skota er uavhengige av kvarandre.

- a) Bestem sannsynet for at Arne treffer på begge dei to første skota.
- b) Bestem sannsynet for at Arne treffer på nøyaktig to av dei tre skota.
- c) Bestem sannsynet for at Arne treffer på høgst eitt av dei tre skota.

Oppgåve 6 (2 poeng)

Funksjonane f og g er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

og

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2e^x, & x > 0 \end{cases}$$

- a) Avgjer om f er kontinuertleg i $x = 0$.
- b) Avgjer om g er kontinuertleg i $x = 0$.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

Peder har gløymt koden på hengelåsen sin. Koden består av tre siffer. Peder hugsar at siffera 7, 8, 9 og 0 ikkje er med i koden. Han bestemmer seg for å prøve seg fram.

- Bestem sannsynet for at Peder klarer å opne hengelåsen på første forsøk.
- Bruk simulering til å bestemme sannsynet for at Peder klarer å opne hengelåsen på første forsøk.



Oppgåve 2 (3 poeng)

Amalie arbeider med ein funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til dei andre i klassen. Dessverre har ho sølt på arket sitt og klarer ikkje å lese alt som står der.

$$f(x) = \begin{cases} -9x - 15 & , x < -2 \\ \text{[blacked out]} & , -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2}{2} - x - \frac{7}{2} & , x > 1 \end{cases}$$

Ho hugsar at f er kontinuerleg for alle $x \in \mathbb{R}$.
Ho hugsar også at uttrykket i midten er eit tredjegradspolynom.
I tillegg hugsar ho at $f'(-2) = -9$ og $f'(1) = 0$.

Bruk dette til å bestemme heile funksjonsuttrykket til f .

Oppgåve 3 (4 poeng)

Ti elevar skriv namnet sitt på kvar sin lapp. Elevane legg dei ti lappane i ein hatt. Frå hatten blir det trekt fire lappar tilfeldig. Dei fire elevane som blir trekte ut, skal vere med i ei arbeidsgruppe.

a) På kor mange moglege måtar kan arbeidsgruppa setjast saman?

Sju av dei ti elevane er jenter. Resten er gutar.

b) Bestem sannsynet for at minst to gutar blir med i arbeidsgruppa.

Emma og Marie er to av jentene.

c) Bestem sannsynet for at berre éi av de to jentene blir med i arbeidsgruppa.






Oppgåve 4 (4 poeng)

Ved kommunevalet i 2023 stemte 11,3 % på Framstegspartiet. Vi skal plukke ut 10 tilfeldige personar som stemte ved valet.

a) Bestem sannsynet for at vi plukkar ut minst 4 som stemte Framstegspartiet ved valet.

I ein valkrets var det totalt 243 som stemte. Biletet viser ei oversikt over dei fem partia som fekk størst oppslutning i denne valkretsen.

Også her skal vi plukke ut 10 tilfeldige personar blant dei som stemte.

Partinamn	Oppslutning (%)	Tal på røyster
Arbeidarpartiet	41,8 	100
Senterpartiet	26,8 	64
Framstegspartiet	10,5 	25
Raudt	6,7 	16
Høgre	6,3 	15

b) Bestem sannsynet for at vi plukkar ut minst 4 som stemte Arbeidarpartiet ved valet. Hugs å grunngi valet av metoden du bruker for å rekne ut sannsynet.

Oppgave 5 (6 poeng)

Ei bedrift produserer og sel T-skjorter. Prisen $p(x)$ kroner per T-skjorte ved produksjon og sal av x T-skjorter per veke er gitt ved

$$p(x) = -0,001x^2 + 0,2x + 100$$

Dei totale kostnadene $K(x)$ kroner per veke er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 + 8000$$

- a) Bestem den største moglege inntekta bedrifta kan få per veke.
- b) Bestem det største moglege overskotet bedrifta kan få per veke.

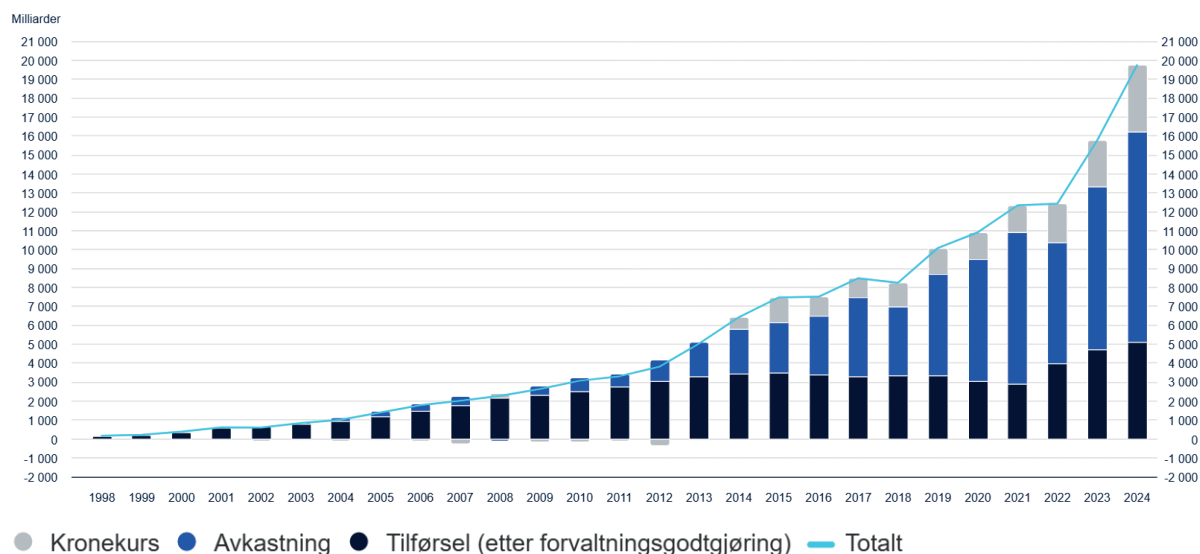
Bedrifta ønskjer å gjennomføre ein kampanje der dei ei veke donerer 30 kroner per selde T-skjorte til velgjærdsarbeid.

- c) Bestem det største antalet T-skjorter bedrifta kan produsere og selje i ei veke med kampanje utan å gå med underskot.

Oppgave 6 (6 poeng)

Oljefondet (Statens pensjonsfond utland) blei oppretta etter at vi fann olje i Nordsjøen. Formålet med oljefondet er å sikre framtida i norsk økonomi.

Figuren nedanfor viser utviklinga av oljefondet frå og med 1998 til og med 2024.



- a) Lag ein modell $O(t)$ som tilnærma viser utviklinga av den totale verdien av oljefondet i heile perioden. Hugs å grunngi val av modell.

I resten av oppgåva skal du bruke funksjonen V gitt ved

$$V(t) = 330 \cdot 1,1787^t$$

som modell for den totale verdien av oljefondet i milliardar kroner t år etter 1998.

- b) Bestem $V(20)$ og $V'(20)$.

Gi ei praktisk tolking av svara.

- c) Samanlikn den gjennomsnittlege vekstfarten i intervalla $[0, 10]$ og $[16, 26]$.

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">• viser regneferdigheter og matematisk forståelse• gjennomfører logiske resonnementer• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler• forklarer framgangsmåter og begrunner svar• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger• vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• hengelås: Pixabay (17.02.2025)• valgresultat hentet fra www.valgresultat.no• oljefondets verdi hentet fra www.nbim.no Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x - 1)^2$

- a) Bestem eventuelle nullpunkter til funksjonen g .
- b) Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^x(2x - 1)(2x + 3)$
- c) Finn koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til g .

Oppgave 3 (4 poeng)

Løs likningene

- a) $3^{3x+2} - 5 = 76$
- b) $3\lg x + 2\lg x^2 + \lg \frac{1}{x^9} = 2$

Oppgave 4 (4 poeng)

Bestem grenseverdiene

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

Oppgave 5 (5 poeng)

Skiskytter Arne Treff skal skyte en serie på tre skudd. Det har tidligere vist seg at Arne treffer på 80 % av skuddene sine. Vi antar at alle skuddene er uavhengige av hverandre.

- a) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på begge de to første skuddene.
- b) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på nøyaktig to av de tre skuddene.
- c) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på høyst ett av de tre skuddene.

Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

og

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2e^x, & x > 0 \end{cases}$$

- a) Avgjør om f er kontinuertlig i $x = 0$.
- b) Avgjør om g er kontinuertlig i $x = 0$.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Peder har glemt koden på hengellåsen sin. Koden består av tre sifre. Peder husker at sifrene 7, 8, 9 og 0 ikke er med i koden. Han bestemmer seg for å prøve seg fram.

- Bestem sannsynligheten for at Peder klarer å åpne hengellåsen på første forsøk.
- Bruk simulering til å bestemme sannsynligheten for at Peder klarer å åpne hengellåsen på første forsøk.



Oppgave 2 (3 poeng)

Amalie arbeider med en funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til de andre i klassen. Dessverre har hun sølt på arket sitt og klarer ikke å lese alt som står der.

$$f(x) = \begin{cases} -9x - 15, & x < -2 \\ \text{[blotet uttrykk]}, & -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2}{2} - x - \frac{7}{2}, & x > 1 \end{cases}$$

Hun husker at f er kontinuertlig for alle $x \in \mathbb{R}$.
Hun husker også at uttrykket i midten er et tredjegradspolynom.
I tillegg husker hun at $f'(-2) = -9$ og $f'(1) = 0$.

Bruk dette til å bestemme hele funksjonsuttrykket til f .

Oppgave 3 (4 poeng)

Ti elever skriver navnet sitt på hver sin lapp. Elevene legger de ti lappene i en hatt. Fra hatten trekkes fire lapper tilfeldig. De fire elevene som trekkes ut, skal være med i en arbeidsgruppe.

a) På hvor mange mulige måter kan arbeidsgruppen settes sammen?

Sju av de ti elevene er jenter. Resten er gutter.

b) Bestem sannsynligheten for at minst to gutter blir med i arbeidsgruppen.

Emma og Marie er to av jentene.

c) Bestem sannsynligheten for at bare én av de to jentene blir med i arbeidsgruppen.






Oppgave 4 (4 poeng)

Ved kommunevalget i 2023 stemte 11,3 % på Fremskrittspartiet. Vi skal plukke ut 10 tilfeldige personer som stemte ved valget.

a) Bestem sannsynligheten for at vi plukker ut minst 4 som stemte Fremskrittspartiet ved valget.

I en valgkrets var det totalt 243 som stemte. Bildet viser en oversikt over de fem partiene som fikk størst oppslutning i denne valgkretsen.

Også her skal vi plukke ut 10 tilfeldige personer blant dem som stemte.

Partinavn	Oppslutning (%)	Antall stemmer
Arbeiderpartiet	41,8 	100
Senterpartiet	26,8 	64
Fremskrittspartiet	10,5 	25
Rødt	6,7 	16
Høyre	6,3 	15

b) Bestem sannsynligheten for at vi plukker ut minst 4 som stemte Arbeiderpartiet ved valget. Husk å begrunne valget av metoden du bruker for å regne ut sannsynligheten.

Oppgave 5 (6 poeng)

En bedrift produserer og selger T-skjorter. Prisen $p(x)$ kroner per T-skjorte ved produksjon og salg av x T-skjorter per uke er gitt ved

$$p(x) = -0,001x^2 + 0,2x + 100$$

De totale kostnadene $K(x)$ kroner per uke er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 + 8000$$

- a) Bestem den største mulige inntekten bedriften kan få per uke.
- b) Bestem det største mulige overskuddet bedriften kan få per uke.

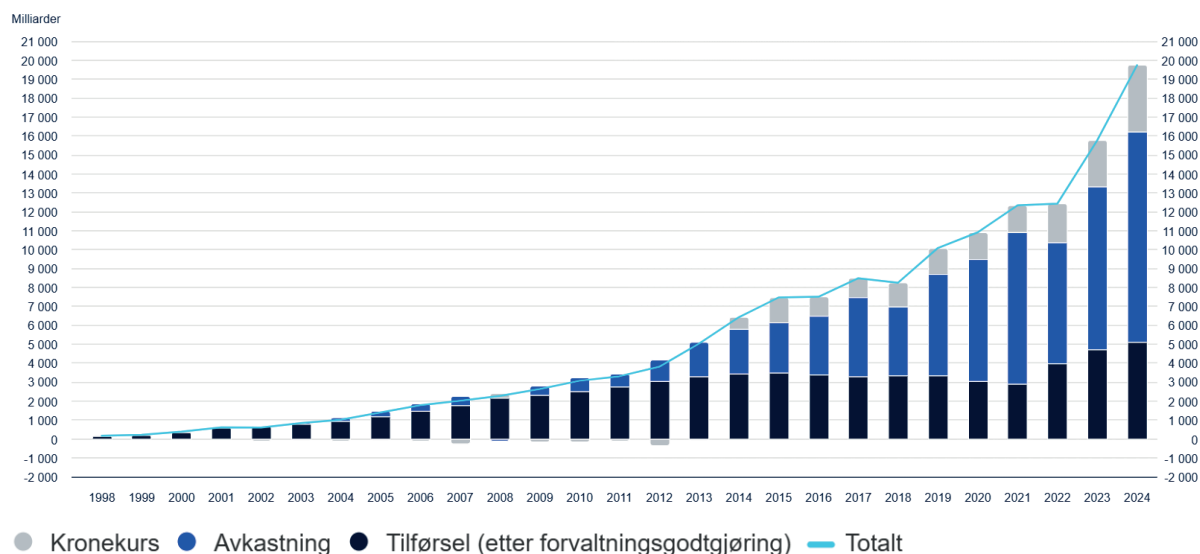
Bedriften ønsker å gjennomføre en kampanje hvor de en uke donerer 30 kroner per solgte T-skjorte til veldedighet.

- c) Bestem det største antallet T-skjorter bedriften kan produsere og selge i en uke med kampanje uten å gå med underskudd.

Oppgave 6 (6 poeng)

Oljefondet (Statens pensjonsfond utland) ble opprettet etter at vi fant olje i Nordsjøen. Formålet med oljefondet er å sikre framtiden i norsk økonomi.

Figuren nedenfor viser utviklingen av oljefondet fra og med 1998 til og med 2024.



- a) Lag en modell $O(t)$ som tilnærmet viser utviklingen av den totale verdien av oljefondet i hele perioden. Husk å begrunne valg av modell.

I resten av oppgaven skal du bruke funksjonen V gitt ved

$$V(t) = 330 \cdot 1,1787^t$$

som modell for den totale verdien av oljefondet i milliarder kroner t år etter 1998.

- b) Bestem $V(20)$ og $V'(20)$.
Gi en praktisk tolkning av svarene.
- c) Sammenlign den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallene $[0, 10]$ og $[16, 26]$.

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!