

Prosentregning

Med prosent mener vi "del av hundre". Vi bruker tegnet %.

Eksempel 1:

58% er det samme som $\frac{58}{100}$ eller 0,58.

Som vi ser er det en sammenheng mellom prosent, brøk og desimaltall. Desimaltallet, i dette tilfellet 0,58, kalles ofte prosentfaktoren. Skal vi gå fra prosent til brøk tar vi prosenten og deler på 100. Utfører vi divisjonen finner vi prosentfaktoren.

Del av tallet

For å finne delen av tallet må vi kjenne hele tallet, altså det vi skal finne prosenten av, og prosenten:

$$\text{Del av tallet} = \frac{\text{Hele tallet} \cdot \text{Prosent}}{100}$$

Eksempel 2:

En TV er på tilbud. Full pris er 3600 kr. Hva er avslaget i kroner når man får 20% avslag på full pris?

$$\text{Del av tallet} = \frac{3600\text{kr} \cdot 20}{100} = 720 \text{ kr.}$$

Prosenten

For å finne prosenten, må vi kjenne hele tallet og delen av tallet:

$$\text{Prosent} = \frac{\text{Del av tallet}}{\text{Hele tallet}} \cdot 100$$

Eksempel 3:

Av en befolkning på 500.000 er det 6000 som lider av schizofreni. Hvor mange prosent lider av sykdommen?

$$\text{Prosent} = \frac{6000}{500000} \cdot 100 = 1,2\%$$

Hele tallet

For å finne Hele tallet, må vi kjenne prosenten og "delen av tallet":

$$\text{Hele tallet} = \frac{\text{Del av tallet}}{\text{prosenten}} \cdot 100$$

Eksempel 4:

På en arbeidsplass var det 8 personer som var syke. Det var 20% av alle ansatte. Hvor mange ansatte var det på arbeidsplassen?

$$\text{Hele tallet} = \frac{8}{20} \cdot 100 = 40$$

Altså var det 40 personer som var ansatt på dette stedet.

Dersom du synes det ble mye å huske på, kan kanskje denne tabellen hjelpe deg:

	TALL	%
Del av tall		
Hele tall		100%

Les oppgaven nøye og fyll inn tallene på riktig plass i tabellen. Der det mangle et tall skriver du x, for det er det tallet du skal finne.

Se på **eksempel 2** over:

	TALL	%
Del av tall	x	20%
Heletall	3600kr	100%

$$\frac{x}{3600} = \frac{20}{100}$$

$$100x = 20 \cdot 3600kr \quad (\text{kryssmultipliser})$$

$$x = \frac{20 \cdot 3600kr}{100} = 720kr$$

Eller **eksempel 4**:

	TALL	%
Del av tall	8	20%
Hele tall	x	100%

$$\frac{8}{x} = \frac{20}{100}$$

$$20x = 800$$

$$x = 40$$

Endringer i prosent

Det spørres ofte etter endringer i prosent. Husk på at endringen av verdi kan betraktes som del av tallet.

Endring av verdi er det som er nå, minus det som var før.

Endring i prosent er verdiendring delt på den verdi som var før, multiplisert med 100.

Eksempel 5:

Prisen på en bolig steg fra kr. 1.600.000 til kr. 1.900.000 på et år. Hva var prisstigningen i prosent?

Endringen: 1.900.000kr. - 1.600.000 = 300.000 kr.

Her er hele tallet 1.600.000 da dette var verdien på boligen før endringen. Vi får:

$$\frac{300\,000}{1\,600\,000} \cdot 100 = 18,75\%$$

Boligprisen økte med 18,75 % det året

Eksempel 6:

Antall arbeidsledige går ned fra 80600 til 69000, fra en måned til den neste. Hvor stor var nedgangen i prosent?

Vi får:

80600 personer - 69000 personer = 11600 personer

$$\frac{11600}{80600} \cdot 100 = 14,4\%$$

Nedgangen var på 14,4%

Vekstfaktor

Når vi ønsker å finne den nye verdien etter en endring i prosent.

Dersom en størrelse endrer seg over tid med en fast prosent kan det være hensiktsmessig å regne med vekstfaktor.

Dersom en størrelse vokser med 18% per tidsenhet blir vekstfaktoren:

$$100\% + 18\% = 118\% = \frac{118}{100} = 1,18$$

Dersom en størrelse vokser, øker, er vekstfaktoren større enn 1.

Økning

$$1 + \frac{p}{100}$$

Der p er prosenten det øker med.

EKSEMPEL 7

Eva setter inn 15 000 kroner på en sparekonto med 4% renter per år. Hvor mye har hun på kontoen et år senere?

Vi finner først vekstfaktoren: $1 + \frac{4}{100} = 1,04$

Vi multipliserer det beløpet hun satte inn med vekstfaktoren, og får det beløpet hun har etter ett år:

$$15000\text{kr} \cdot 1,04 = 15600\text{kr}$$

Hun har altså økt formuen med 600 kroner på et år og har nå 15600 kroner i banken.

Reduksjon

Dersom noe **reduseres**, **minker** eller **avtar** (alle tre ordene betyr det samme) med en gitt prosent per tidsenhet er vekstfaktoren gitt ved:

$$1 - \frac{p}{100}, \text{ der } p \text{ er prosenten størrelsen avtar med.}$$

Vi observerer at ved reduksjon er pluss erstattet av minus.

Dersom en størrelse avtar er alltid vekstfaktoren mindre enn en.

EKSEMPEL 8

En aksje mister 8 prosent av sin verdi i løpet av januar 2024. I januar var verdien 249,50 kroner. Hva var verdien 1 februar?

Løsning

Vekstfaktoren blir $1 - \frac{8}{100} = 0,92$

Aksjens verdi 1. februar: $249,50 \text{ kr.} \cdot 0,92 = 229,54 \text{ kr.}$

Eksempler på prosentvis endring opp og ned, med tilhørende vekstfaktor

Prosent Opp / ned	Vekstfaktor
+12%	1,12
-16%	0,84
+1.3%	1,013
-0,7%	0,993
+50%	1,5
+100%	2,0
+300%	4,0
0%	1,0

Prosentvis vekst over flere perioder

Dersom en verdi A vokser med en gitt prosent over flere tidsperioder kan det uttrykkes slik:

Vekstfaktor = VF

$$A \cdot (VF)^t$$

der t er tidsperioder, for eksempel år.

Tidsenheter kan være sekunder, minutter, timer, døgn, uker, måneder, år osv.

Dersom vi snakker om renter på bankinnskudd er ofte tidsperioden år.

Dersom vi snakker om bakterievekst, kan det være timer.

Dersom vi snakker om gjennomsnittstemperatur, kan det være uker eller måneder.

Les oppgaven nøye.

Framtid

Eksempel 9

Jon Erik setter inn 6000 kroner i banken i år 2000. Hvor mye har han på den kontoen i 2040, altså etter 40 år, når renten hele tiden er 2,5% per år?

Vekstfaktoren er 1,025. Vi får:

$$6000 \text{ kr.} \cdot 1,025^{40} = 16110,38 \text{ kr.}$$

Fortid - bakover i tid

Eksempel 10

La oss tenke oss at vi er i 2040. Jon Erik satte inn ett beløp i banken for førti år siden, til en rente på 2,5% per år. Han har nå 16110,38 kroner på konto, men har glemt hvor mye han satte inn for 40 år siden. Han ønsker å finne beløpet ved å regne tilbake i tid:

La oss kalle beløpet han satte inn for x .

Vi får

$$x \cdot 1,025^{40} = 16110,38$$

$$x = \frac{16110,38}{1,025^{40}} \quad (\text{kan også skrives: } x = 16110,38 \cdot 1,025^{-40})$$

$$x = 6000$$

I dette eksempelet var det en størrelse som vokste, men metoden fungerer like godt på noe som minker, så lenge du har vekstfaktoren og hvor lang tid du skal bakover.

Sammenlikne størrelser

Eksempel 11

Vi har to tall, 75 og 100.

Hvor mange prosent større er 100 enn 75?

Her er det 75 som er referansen. Det ser man av "..... enn 75?". Da blir prosenten forskjellen delt på 75, ganger hundre:

$$\frac{100-75}{75} \cdot 100 = 33,3\%$$

100 er altså 33,3% større enn 75.

Hvor mange prosent mindre er 75 enn 100?

Nå er det 100 som er referansen, det forskjellen skal måles mot:

$$\frac{75-100}{100} \cdot 100 = -25\%$$

75 er 25% mindre enn 100.

Det er ikke alltid like klart hva som er referansen, altså hva forskjellen skal sammenlignes med. Bruk litt tid på å lese og analysere oppgaveteksten.

Når prosenten spretter opp og ned.....

Eksempel 12

Verdien av en aksje kan sprette opp og ned flere ganger i løpet av en dag. Astrid følger aksjekursen til et selskap i fem dager, fra mandag til fredag. Mandag er aksjekursen 172 kroner. Tirsdag har kursen økt med 12%. Onsdag øker den ytterligere med 23%. Torsdag er en dårlig dag, kursen går ned 47%. Fredag stiger kursen med 6%.

Hva var aksjens verdi onsdag?

Her er det gunstig å bruke vekstfaktorer: $172 \text{ kr} \cdot 1,12 \cdot 1,23 = 236,95$ kroner

Hva var aksjens verdi torsdag?

$172 \cdot 1,12 \cdot 1,23 \cdot 0,53 = 125,58$ kroner

Hva var den totale endringen i prosent fra mandag til fredag?

Aksjens verdi fredag: $125,58 \cdot 1,06 = 133,11$ (6% opp fra torsdag)

Differanse: $172 \text{ kr} - 133,11 \text{ kr} = 38,89 \text{ kr}$

Aksjens verdi har falt med 38,89 kroner. Nedgangen i prosent fra mandag til fredag blir da:

$$\frac{38,89}{172} \cdot 100 = 22,6\%$$

Test deg selv

1. Hva er 20 % av 500?
2. Regn ut 35 % av 200.
3. En vare koster 400 kr, og prisen øker med 15 %. Hva er den nye prisen?
4. Et tall er 25 % av 120. Hva er tallet?
5. En rabatt på 10 % gis på en vare som koster 1500 kr. Hva blir den nye prisen?
6. En vare koster 1000 kr, og prisen reduseres med 20 %. Hva er den nye prisen?
7. Lønnen din øker med 5 %. Hvis du tidligere tjente 30 000 kr i måneden, hva er din nye månedslønn?
8. En genser kostet opprinnelig 800 kr, men prisen økte med 12 %. Hva er den nye prisen?
9. Prisen på en sykkel ble redusert med 25 %. Den nye prisen er 1800 kr. Hva var opprinnelig pris?
10. En boks inneholder 120 gram, og 10 % av innholdet fjernes. Hvor mye veier boksen nå?
11. Hvis 70 % av en klasse på 40 elever er til stede, hvor mange elever er til stede?
12. I en meningsmåling svarte 80 % av de spurte "ja". Hvis 240 personer deltok i undersøkelsen, hvor mange svarte "ja"?
13. En fabrikk økte produksjonen med 15 % fra 500 enheter til 575 enheter. Stemmer dette? Begrunn svaret.
14. Regn ut vekstfaktoren ved en økning på 7 %.
15. Regn ut vekstfaktoren ved en reduksjon på 18 %.
16. En pris øker fra 600 kr til 720 kr. Hva er prosentvis økning?
17. En aksje synker fra 250 kr til 175 kr. Hva er prosentvis nedgang?
18. Et lån reduseres fra 200 000 kr til 160 000 kr. Hvor mange prosent er lånet redusert med?
19. Et selskap økte sine inntekter fra 1,2 millioner kr til 1,5 millioner kr. Hva var prosentvis økning?
20. Hvis prisen på en vare øker med 25 % og deretter reduseres med 25 %, er prisen tilbake til opprinnelig nivå? Begrunn svaret.