**Oppgave 1**

Vi slipper en ball med masse 0,60 kg fra taket av en bygning. Vi ser bort fra luftmotstand i beregningene.

(a) Hva er farten til ballen etter 0,80 s?
Hvor langt har ballen falt på denne tiden?

Etter 0,80 s er farten

$$v = at = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}80\ \mathrm{s} = \underline{\underline{7{,}8\ \mathrm{m/s}}}.$$

Ballen har da falt

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot (0{,}80\ \mathrm{s})^2 = \underline{\underline{3{,}1\ \mathrm{m}}}.$$

(b) Hvor lang tid tar det før ballen har kinetisk energi 5,0 J?

Finner farten til ballen ved kinetisk energi 5,0 J:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{2E_k}{m} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}0\ \mathrm{J}}{0{,}60\ \mathrm{kg}}} = 4{,}082\ \mathrm{m/s}.$$

Finner tiden når ballen har denne farten:

$$v = at$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{4{,}082\ \mathrm{m/s}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{0{,}42\ \mathrm{s}}}.$$

(c) Ballen treffer til slutt bakken. På den siste halvdelen av fallengden brukte ballen 0,50 s. Hvor lang tid brukte ballen på hele fallet?

Ballen faller totalt en høyde $h$. Vi kaller tiden når ballen har falt halveis for $t$. Da har vi for halve fallet

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = gt^2,$$

og for hele fallet

$$h = \frac{1}{2}g(t + 0{,}50\ \mathrm{s})^2.$$

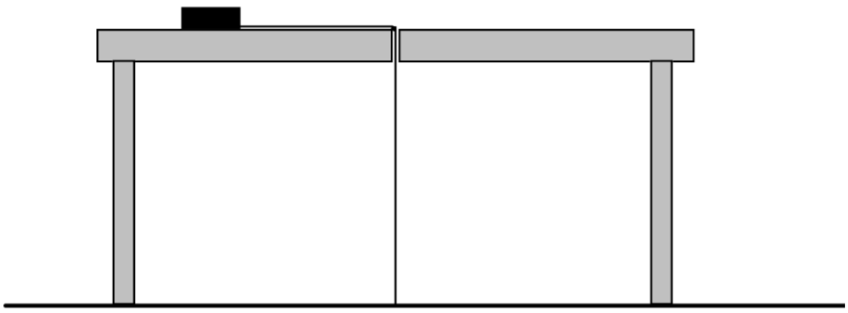
Ved å kombinere de to ligningene får vi

$$
\begin{aligned}
gt^2 &= \frac{1}{2}g(t + 0{,}50\ \mathrm{s})^2 \\
2t^2 &= t^2 + 1{,}0\ \mathrm{s} \cdot t + 0{,}25\ \mathrm{s}^2 \\
0 &= -t^2 + 1{,}0\ \mathrm{s} \cdot t + 0{,}25\ \mathrm{s}^2 \\
t &= -0{,}207\ \mathrm{s} \qquad t = 1{,}207\ \mathrm{s}.
\end{aligned}
$$

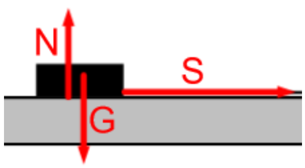
Tiden det tar ballen å falle halve høyden må være positiv. Tiden for hele fallet er $1{,}207\ \mathrm{s} + 0{,}50\ \mathrm{s} = \underline{\underline{1{,}7\ \mathrm{s}}}$.

**Oppgave 2**

En kloss med masse $m = 0{,}35$ kg på et friksjonsfritt bord er festet til en snor. Snoren går gjennom et hull i bordet og blir holdt fast på undersiden. Klossen roterer i en sirkelbane med radius 0,20 m om hullet i sentrum. Se figuren. Klossen har banefart 3,4 m/s.



(a) Tegn figur med kreftene som virker på klossen.
Beregn snordraget.




Vi finner snordraget med Newtons 2. lov og formelen for sentripetalakselerasjon.

$$S = ma = m\frac{v^2}{r} = 0{,}35\ \mathrm{kg} \cdot \frac{(3{,}4\ \mathrm{m/s})^2}{0{,}20\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{20\ \mathrm{N}}}$$

(b) Vi drar i snoren slik at klossens rotasjonsradius forkortes til 0,15 m. Da har klossen en omløpstid på 0,21 s. Hvor stort arbeid har vi gjort på klossen?

Klossens nye banefart blir

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 0{,}15\ \text{m}}{0{,}21\ \text{s}} = 4{,}488\ \text{m/s}$$

Arbeid-energi-setningingen gir arbeidet

$$\begin{aligned} W = \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}35\ \text{kg} \cdot (4{,}488\ \text{m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}35\ \text{kg} \cdot (3{,}4\ \text{m/s})^2 = \underline{\underline{1{,}5\ \text{J}}}. \end{aligned}$$

**Oppgave 3**

En fortøyningsbøye er kuleformet med radius $r = 40$ cm og en masse på $m = 22$ kg.

(a) Hvor mange prosent av volumet til bøyen er under vann når bøyen flyter fritt i sjøen?

Vi har at $r = 0{,}40$ m som gir et volum på $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 0{,}268\ \text{m}^3$. Når bøyen flyter fritt i sjøen har vi kraftlikevekt

$$F_o - G = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F_o = G$$

der $F_o$ er oppdriften og $G$ er tyngden til bøyen, og siden retningen på kreftene er tydelig, regner vi med absoluttverdier. Vi setter volumet til bøyen som er under vannflaten lik $V'$, tettheten til sjøvann lik $\rho$ med massen til bøyen lik $m$, og får

$$\rho V' g = mg \qquad \Rightarrow \qquad V' = \frac{m}{\rho} = \frac{22\ \text{kg}}{1025\ \text{kg/m}^3} = 0{,}0215\ \text{m}^3$$

Da blir

$$\frac{V'}{V} = 0{,}080$$

slik at $\underline{\underline{\text{andelen av bøyen som er under vann er } 8{,}0\%}}$.

Bøyen er festet til en snor som er fast i havbunnen i den andre enden. Vi regner lengden på snoren som mye større enn $r$. En dag mens det er flo er 70% av bøyen under vann.

(b) Finn snordraget når snoren er loddrett i vannet.

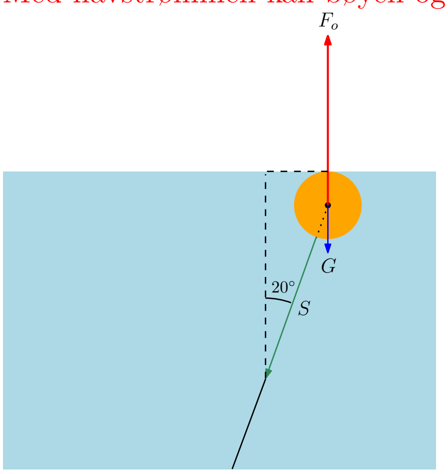
Med 70% av bøyen under vann er $V' = 0{,}7V = 0{,}188 \text{ m}^3$. Her blir da kraftbalansen

$$F_o = S + G \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} S &= F_o - G = \rho V' g - mg = g(\rho V' - m) \\ &= 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot (1025 \text{ kg/m}^3 \cdot 0{,}188 \text{ m}^3 - 22 \text{ kg}) \\ &= \underline{\underline{1{,}7 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

En dag er det sterk havstrøm mot bøyen ved flo sjø, slik at bøyen blir dradd ut til siden. Hele bøyen er under vann, og snoren er stram og danner en vinkel på 20° med loddlinjen.

(c) Bestem snordraget og den horisontale kraften fra vannet mot bøyen som skyldes havstrømmen.

Med havstrømmen kan bøyen og snoren se slik ut:




Fra figuren ser vi at $S_y = S\cos(20°)$ og at $S_x = S\sin(20°)$. Kraftbalansen er i dette tilfelle

$$F_o = S_y + G \quad \Rightarrow \quad S_y = F_o - G \quad \Rightarrow \quad S\cos(20°) = \rho V' g - mg$$

Siden hele bøyen er nedsenket i vannet får vi at $V' = V$, da blir

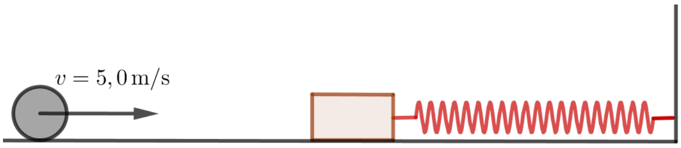
$$S = \frac{g(\rho V - m)}{\cos(20°)} = \frac{9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot (1025 \text{ kg/m}^3 \cdot 0{,}268 \text{ m}^3 - 22 \text{ kg})}{\cos(20°)} = \underline{\underline{2{,}6 \text{ kN}}}$$

Den horisontale kraften fra vannet som virker på bøyen er lik $x$-komponenten av snordraget $S$. Vi får

$$S_x = S\sin(20°) = \underline{\underline{0{,}90 \text{ kN}}}$$

**Oppgave 4**

En kloss med masse 1,5 kg er festet til en tilnærmet masseløs fjær med fjærkonstant 250 N/m. Både kloss og fjær ligger på et friksjonsfritt bord og fjæren er festet til veggen bak bordet. En kule med masse 5,0 kg treffer klossen i et sentralt, fullstendig uelastisk støt. Etter støtet har kule og kloss farten 5,0 m/s i samme retning som fjæren presses sammen.




(a) Hva var farten til kulen før kollisjonen?

Bevaring av bevegelsesmengde gir

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v$$
$$v_1 = \frac{(m_1+m_2)v}{m_1} = \frac{(5{,}0\ \text{kg} + 1{,}5\ \text{kg}) \cdot 5{,}0\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{kg}} = \underline{\underline{6{,}5\ \text{m/s}}}$$

(b) Hvor langt presses fjæren sammen?

Bevaring av mekanisk energi etter kollisjonen gir

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 = \frac{1}{2}kx^2$$
$$\frac{(m_1+m_2)v^2}{k} = x^2$$
$$x = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)v^2}{k}}$$
$$x = \sqrt{\frac{(5{,}0\ \text{kg} + 1{,}5\ \text{kg}) \cdot (5{,}0\ \text{m/s})^2}{250\ \text{N/m}}} = \underline{\underline{0{,}81\ \text{m}}}$$

Etter at fjæren er blitt presset sammen løser den ut igjen. Kulen blir skutt tilbake der den kom fra, men kloss og fjær vil fortsette å svinge.

(c) Hvor stor blir amplituden til denne svingningen?

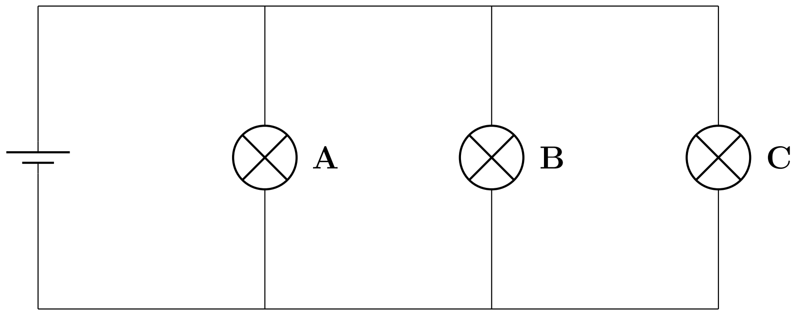
Kula vil forlate klossen på vei tilbake når farten til klossen er på sitt høyeste. Dette vil skje når klossen og kula er tilbake til kollisjonspunktet. Siden energien er bevart i svingebevegelsen vil kula dermed forsvinne avgårde med farten 5,0 m/s.
Vi kan dermed bruke energibevaring med kun klossen til å finne den nye ampli-

tuden

$$\frac{1}{2}m_2v^2 = \frac{1}{2}kx^2$$
$$\frac{m_2v^2}{k} = x^2$$
$$x = \sqrt{\frac{m_2v^2}{k}}$$
$$x = \sqrt{\frac{1{,}5\text{ kg}\cdot(5{,}0\text{ m/s})^2}{250\text{ N/m}}} = \underline{\underline{0{,}39\text{ m}}}$$

**Oppgave 5**

En krets består av en spenningskilde med elektromotorisk spenning $\mathcal{E} = 1{,}50$ V og tre identiske lyspærer koblet i parallell. Når spenningen over en slik lyspære er $U = 1{,}50$ V trekker den effekten $P = 0{,}225$ W. I begynnelsen av oppgaven skal du anta at spenningskilden ikke har noen indre motstand




(a) Finn motstanden i hver av lyspærene.

Siden $P = UI$ og $U = RI$ er sammenhengen mellom effekt, spenning og motstand

$$P = UI = U\frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Løst med hensyn på motstanden finner vi da

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(1{,}50\text{ V})^2}{0{,}225\text{ W}} = \underline{\underline{10{,}0\ \Omega}}$$

(b) Hva skjer med lysstyrken til henholdsvis pære $A$ og $C$ dersom pære $B$ blir skrudd ut?

Siden pærene er koblet i parallell og spenningskilden ikke har noen indre motstand (som igjen gjør at polspenningen er uavhengig av strømmen gjennom det), blir ikke pære $A$ og $C$ påvirket av at pære $B$ blir skrudd ut.

Anta nå at spenningskilden har indre motstand $r = 0{,}200\ \Omega$. Lyspærene antas å ha konstant motstand uavhengig av strømmen gjennom dem.

(c) Hvor stor effekt trekker hver av lyspærene i kretsen nå?
*Dersom du ikke har løst oppgave (a) kan du regne med motstand $R = 12{,}0\ \Omega$ i hver av lyspærene.*

Siden spenningskilden nå har indre motstand vil polspenningen, og dermed spenningen over hver av lyspærene, avhenge av hvor mye strøm som går i kretsen. Polspenningen beregner vi som $U_p = \mathcal{E} - rI$, og strømmen i kretsen er gitt fra $U_p = R_{\text{krets}} I$ der $R_{\text{krets}}$ er motstanden i resten av kretsen. Motstanden i resten av kretsen finner vi som parallellkoblingen mellom de tre lyspærene:

$$R_{\text{krets}} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{3}$$

Når vi setter dette sammen finner vi at strømmen i kretsen er

$$\begin{aligned} \frac{R}{3} I &= U_p = \mathcal{E} - rI \\ \left(\frac{R}{3} + r\right) I &= \mathcal{E} \\ I &= \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{3} + r} = \frac{1{,}50\ \text{V}}{\frac{10{,}0\ \Omega}{3} + 0{,}200\ \Omega} = 0{,}4245\ \text{A}. \end{aligned}$$

Polspenningen med dette strømtrekket blir da

$$U_p = \mathcal{E} - rI = 1{,}50\ \text{V} - 0{,}200\ \Omega \cdot 0{,}4245\ \text{A} = 1{,}415\ \text{V}$$

Strømmen deles likt mellom de tre lyspærene slik at strømmen gjennom hver lyspære blir $I_{\text{pære}} = \frac{I}{3}$, mens spenningen over hver av lyspærene er lik polspenningen. Effekten i hver lyspære blir da

$$P = U_p I_{\text{pære}} = 1{,}415\ \text{V} \cdot \frac{0{,}4245\ \text{A}}{3} = \underline{\underline{0{,}200\ \text{W}}}.$$

**Oppgave 6**
Den radioaktive plutoniumisotopen Pu-238 sender ut $\alpha$-stråling med en halveringstid på 87,7 år.

(a) Fullfør reaksjonslikningen for denne prosessen ved å bestemme $a$, $b$, $c$ og X.

$$^{238}_{a}\mathrm{Pu} \;\rightarrow\; ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{b}_{c}\mathrm{X}$$

Vi finner først at $a = 94$ ved å sjekke i tabeller etter atomnummeret til plutonium. Så bruker vi bevarelse av nukleontall $A$ og ladning $Z$ til å finne at $238 = 4 + b \Rightarrow b = 234$ og $94 = 2 + c \Rightarrow c = 92$. Deretter sjekker vi i tabeller at grunnstoff nr. 92 er uran (U).

En balansert reaksjonslikning er da

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \;\rightarrow\; ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{234}_{92}\mathrm{U}$$

Sonden Voyager 2 bruker en energikilde basert på Pu-238 hvor energien fra den radioaktive nedbrytningen konverteres til elektrisk energi. Da sonden ble skutt opp i 1977 leverte denne energikilden en effekt på 470 W. Man regner med at sonden blir ute av stand til å kommunisere når den produserte effekten er redusert til 65% av den opprinnelige.

(b) Hvilket år skjer dette?

For mengden Pu-238 setter vi at

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_h}}$$

der $t_h = 87{,}7$ år er halveringstiden til Pu-238 og $N_0$ er mengden Pu-238 ved oppskytningen ($t = 0$). Effekten som produseres av energikilden er proporsjonal med mengden Pu-238, slik at vi har

$$P = P_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_h}}$$

der $P_0$ er effekten ved oppskytningen ($t = 0$). Vi skal ha $P = 0{,}65 \cdot P_0$. Dette gir

$$0{,}65 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_h}} \quad \Rightarrow \quad \ln(0{,}65) = \ln(0{,}5)\,\frac{t}{t_h}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\ln(0{,}65)}{\ln(0{,}5)}\,t_h = 54{,}5 \text{ år}$$

Vi regner $t = 0$ for året 1977, slik at med $1977 + 54{,}5 = 2031{,}5$, finner vi at sonden vil <u>slutte å kommunisere i år 2031</u>.

**Oppgave 7**

For å lage isbiter må energi fjernes fra det flytende vannet vi starter med. Anta at vannet har starttemperatur $T_{\text{vann}} = 10$ °C og de ferdige isbitene har temperatur $T_{\text{is}} = -18$ °C.

(a) Hvor mye energi må fjernes fra vannet for å lage 200 g isbiter?

Her må vi ta hensyn til varmekapasiteten for flytende vann, smeltevarmen til is og varmekapasiteten til isen:

$$
\begin{aligned}
|Q| &= mc_{\text{vann}}|\Delta T_{\text{vann}}| + mL_{\text{s}} + mc_{\text{is}}|\Delta T_{\text{is}}| \\
&= 0{,}200\ \text{kg}\,(4{,}18\ \text{kJ/kg K} \cdot 10\ \text{K} + 334\ \text{kJ/kg} + 2{,}1\ \text{kJ/kg K} \cdot 18\ \text{K}) \\
&= \underline{\underline{83\ \text{kJ}}}
\end{aligned}
$$

(b) Isbitene blir laget ved å plassere det flytende vannet i en fryseboks som står i et rom med vanlig innetemperatur. Forklar hvorfor varmen fryseboksen avgir til rommet den står i er større enn energien regnet ut i punkt (a).

I følge termodynamikkens 2. lov vil energi ikke spontant gå fra et område med lav temperatur til et område med høyere temperatur. Det må derfor gjøres et arbeid (her i hovedsak i form av arbeid i fryseboksens kompressor) for å fjerne energi fra vannet som fryser til is. Energien som leveres til rommet er summen av energien som fjernes fra isen og arbeidet som fryseboksen gjør.

*(I tillegg må fryseboksen gjøre ytterligere arbeid for å motarbeide varmelekkasje fra utsiden pga at perfekt isolasjon ikke er mulig å oppnå. Det er ikke nødvendig å ta med denne effekten for å få full uttelling på spørsmålet).*

**Oppgave 8**

Overflatetemperaturen til solen er 5778 K og solen er med god tilnærming et svart legeme.

(a) Ved hvilken bølgelengde blir det strålt ut mest energi? Hvilken frekvens svarer denne bølgelengden til?

Bølgelengde for maksimal utstråling fra et sort legeme finner vi ved hjelp av Wiens forskyvningslov:

$$\lambda_{\text{topp}} = \frac{a}{T} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}\ \text{Km}}{5778\ \text{K}} = \underline{\underline{5{,}02 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}} = \underline{\underline{502\ \text{nm}}}.$$

Tilhørende frekvens er

$$f = \frac{c}{\lambda_{\text{topp}}} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5{,}02 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = \underline{\underline{5{,}98 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}}}$$

Noen ganger dannes det solflekker som kan observeres som mørkere flekker på soloverflaten. Solflekkene har lavere overflatetemperatur enn normaltemperaturen til soloverflaten, typisk $3000 - 4500$ K.

(b) Hvor stor er reduksjonen i utstrålingstettheten fra en solflekk med temperatur 4000 K sammenlignet med andre områder på soloverflaten? Oppgi svaret i prosent.
Bruk dette til å forklare hvorfor flekken ser mørk ut selv om den sender ut synlig lys.

Utstrålingstettheten (utstrålt energi per areal) er gitt som:

$$E = \frac{P}{A} = \sigma T^4$$

der vi har satt $\varepsilon = 1$ siden vi tilnærmer solen som et perfekt svart legeme. *(Læreverket ERGO bruker symbolet $U$ om den størrelsen som her betegnes med $E$).* Redusert effekt per areal i solflekken er derfor

$$\begin{aligned} |\Delta E| &= \sigma T_{\text{sol}}^4 - \sigma T_{\text{flekk}}^4 \\ &= 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\text{K}^4 \cdot ((5778\ \text{K})^4 - (4000\ \text{K})^4) \\ &= 4{,}868 \cdot 10^7\ \text{W/m}^2 \end{aligned}$$

Når vi sammenligner dette med utstrålingstetthet utenfor solflekken finner vi

$$\frac{|\Delta E|}{E} = \frac{4{,}868 \cdot 10^7\ \text{W/m}^2}{5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\text{K}^4 \cdot (5778\ \text{K})^4} = 0{,}77$$

Strålingstettheten er altså redusert med 77%, noe som er stor nok kontrast til at flekken oppfattes som vesentlig mørkere. I tillegg gjør den lavere temperaturen at en mindre andel av strålingen som sendes ut er synlig lys.