Løsningsforslag eksamen 1P våren 2023

Del 1

Oppgave 1

Når man skal regne ut prosentvis endring, vil denne være avhengig av utgangspunktet før endringen. Når vi regner ut endring delt på utgangspunkt, får vi prosentfaktoren for endringen.
La oss tenke oss at prisen på en sjokolade skal settes opp fra 20 kroner til 50 kroner. Det er en prisendring på 30 kroner, fra et utgangspunkt på 20 kroner.

$$\frac{\text{Endring}}{\text{Utgangspunkt}} = \frac{30kr}{20kr} = \frac{3}{2} = 1{,}5 = 150\%$$

La oss så tenke at prisen på en sjokolade skal settes ned fra 50 kroner til 20 kroner. Det er en prisendring på 30 kroner, fra et utgangspunkt på 50 kroner.

$$\frac{\text{Endring}}{\text{Utgangspunkt}} = \frac{30kr}{50kr} = \frac{3}{5} = \frac{3\cdot 20}{5\cdot 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Beregningene over forklarer hvorfor sjokoladeplaten er 150 % dyrere på bensinstasjonen enn i butikken, og hvorfor den er 60 % billigere i butikken enn på bensinstasjonen. Endringen i pris er lik, men utgangspunktene er ulike.

Oppgave 2

Informasjonen forteller oss at det er 2,5 millioner maur per menneske på jorda. Vi må altså multiplisere folketallet på jorden med 2,5 millioner for å bestemme omtrent hvor mange maur det er på jorden.

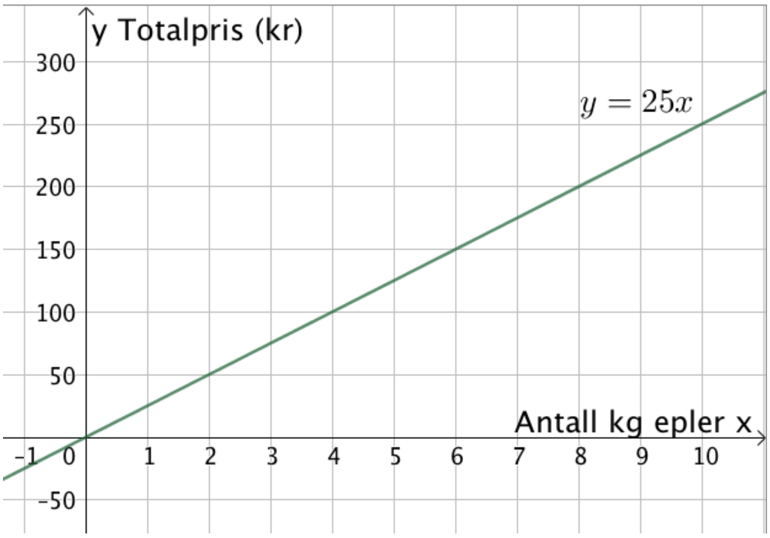
$$8 \text{ milliarder } \cdot \text{ } 2{,}5 \text{ millioner } = 8\cdot 10^9 \cdot 2{,}5\cdot 10^6 = 8\cdot 2{,}5\cdot 10^{9+6} = 20\cdot 10^{15} = 2{,}0\cdot 10^{16}$$

$$\underline{\underline{\text{Det er omtrent } 2{,}0\cdot 10^{16} \text{ maur på jorden.}}}$$

Oppgave 3

a) Dersom enhetsprisen på en vare er fast, for eksempel at prisen for en type epler i butikken er 25 kr/kg, vil antall kg epler vi kjøper være proporsjonal med beløpet vi betaler i kassen.
Forholdet mellom beløpet vi betaler i kassen og antall kg epler vi kjøper vil være konstant. Dette forholdet kaller vi da proporsjonalitetskonstanten, og den er i dette tilfellet 25.
Dersom to størrelser er proporsjonale, kan sammenhengen mellom dem illustreres ved ei rett linje gjennom origo og med stigningstall tilsvarende proporsjonalitetskonstanten.
I dette eksempelet blir det linja $y = 25x$, der x er antall kg epler vi kjøper og y er beløpet vi må betale.

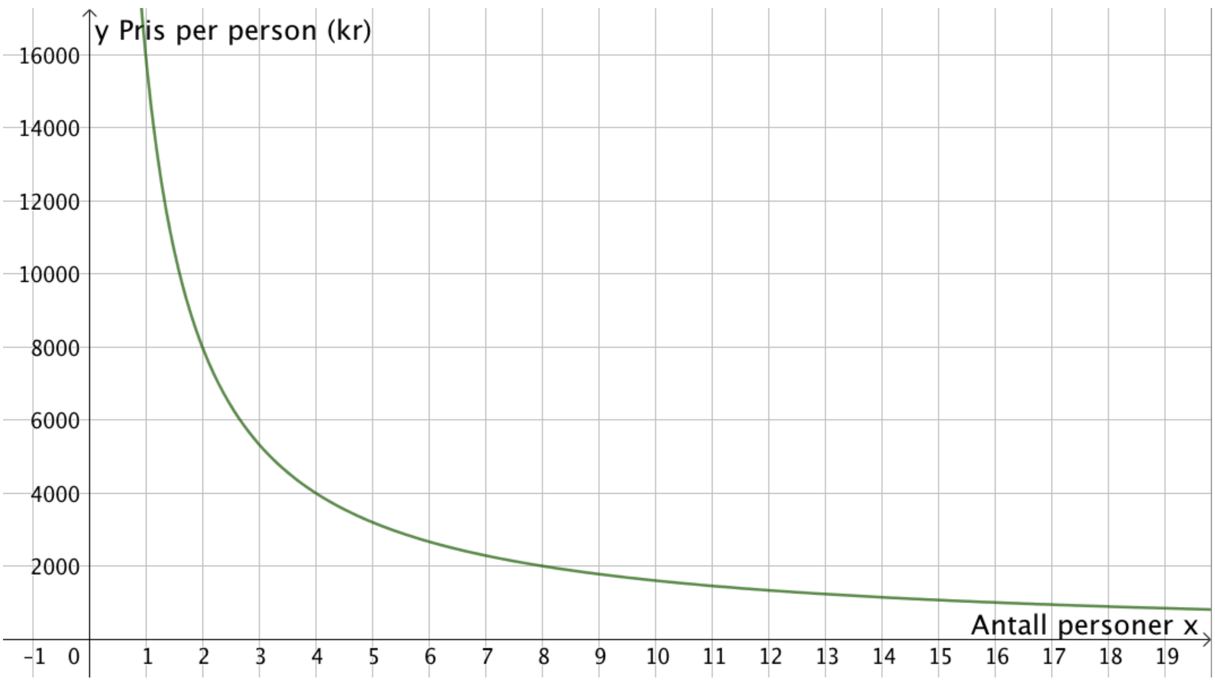
Graf øverst på neste side.



b) Dersom en vennegjeng velger å spleise på innkjøp av en grill, vil prisen per person være avhengig av antallet som er med på spleiselaget.
Prisen per person ganget med antall personer vil være konstant og utgjøre prisen på grillen.
Vi tenker oss at grillen koster 16000 kroner, og x personer spleiser på den.
Om vi da tenker oss at prisen per person er y kr., vil sammenhengen være gitt ved

$$y = \frac{16000}{x}.$$

Vi ser da at $x \cdot y = 16000$, som viser at x og y er omvendt proporsjonale størrelser.



Oppgave 4

a) Ser av tabellen at Klara, fra hun er 4 år til hun er 10 år, vokser med 7cm per år i gjennomsnitt.
Dersom vi skal lage en modell med dette som utgangspunkt, blir det en lineær modell på formen $h(x) = a \cdot x + b$, der *h* er høyden i cm når Klara er *x* år gammel.
Stigningstallet *a* er lik 7.
Konstantleddet vil være høyden til Klara da hun var 0 år, altså ved fødselen.
Da hun var 4 år, var hun 100 cm høy, så vi må trekke 7cm fra denne høyden fire ganger for å finne ut hvor høy hun var ved fødselen (ut fra informasjonen i tabellen).
$100 - 4 \cdot 7 = 100 - 28 = 72$.

Basert utelukkende på tallene i tabellen, kan vi sette opp følgende modell for sammenhengen mellom høyden og alderen til Klara.
$\underline{\underline{f(x) = 7x + 72}}$

b) $f(19) = 7 \cdot 19 + 72 = 133 + 72 = 205$.

<u>I følge modellen vil Klara være 205 centimeter høy når hun fyller 19 år.</u>

c) Uavhengig av hvor høy Klara var ved fødselen, kan vi si at høyden modellen gir ikke kan stemme, for 72 centimeter er altfor stort for et nyfødt barn.

Klara har vokst 50 centimeter i løpet av sine 4 første leveår, som tilsvarer 12,5 cm per år i gjennomsnitt. Dette passer dårlig med vår modell. Følgelig passer starthøyden også dårlig. Vi må altså anta at Klara vokste raskere i starten av livet, enn i den 6-årsperioden tabellen redegjør for.

Det er ikke umulig at ei jente fortsetter å vokse helt fram til 19-årsdagen, og det er heller ikke umulig at ei jente blir 205 centimeter høy. Det er imidlertid ikke veldig mange mennesker, jenter eller gutter, som blir 205 centimeter høye.

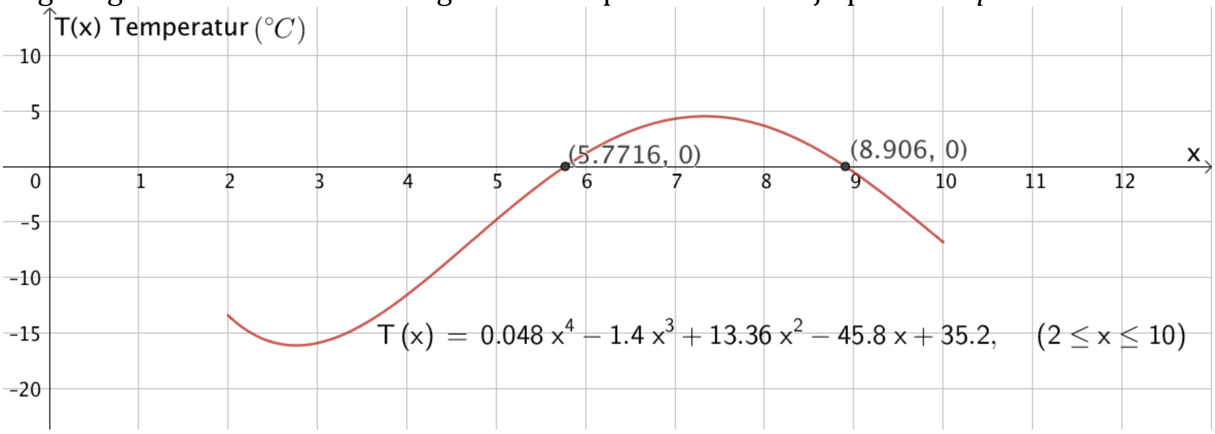
Hvor høy er Klara på 15 års-dagen i følge modellen?
$f(15) = 7 \cdot 15 + 72 = 105 + 72 = 177$.
Dette kan være mer realistisk, gitt at Klara er i ferd med å slutte å vokse når hun fyller 15 år.

Konklusjonen blir at det er vanskelig å bruke modellen til å si noe sikkert om Klara sin høyde *utenfor* det aldersspennet tabellen gir informasjon om (ekstrapolere).
Det "tryggeste" vil være å si at tabellen har gyldighetsområde i aldersspennet 4 år til 10 år, altså $4 \le x \le 10$. Om en ønsker å gå utover dette området, bør man begrense seg til aldersspennet 3-15 år, altså $3 \le x \le 15$, men dette vil gi mindre sikre estimater.

Del 2

Oppgave 1

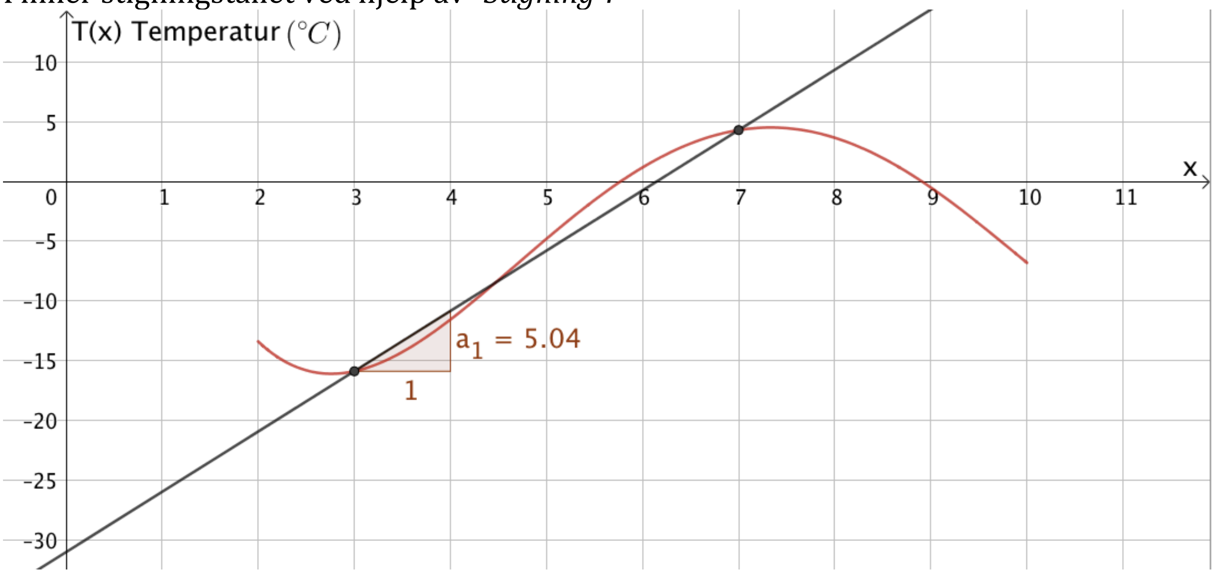
a) Tegner grafen til T i GeoGebra og finner nullpunktene ved hjelp av *"Nullpunkt"*.



$0,7716 \cdot 31 \approx 24$ og $0,906 \cdot 31 \approx 28$, så gjennomsnittstemperaturen er over 0°C omtrent fra 24.mai til 28.august.
Det tilsvarer siste uken av mai, hele juni, hele juli og de første 28 dagene i august.
$7+30+31+28=96$

<u>I følge modellen er gjennomsnittstemperaturen over 0°C omtrent 96 døgn i perioden 1.februar-1.oktober.</u>

b) Skriver inn $\left(3, T(3)\right)$ og $\left(7, T(7)\right)$ og tegner en linje gjennom disse punktene.
Finner stigningstallet ved hjelp av *"Stigning"*.



<u>Stigningstallet til linja er 5.04. Det betyr at gjennomsnittstemperaturen utenfor huset til Lars steg med omtrent 5 °C per måned i perioden 1.mars – 1.juli.</u>

Oppgave 2

Her er y lengden av turen (distansen) Aurora går, ikke avstanden hennes fra hjemmet.
Vi kan dermed umiddelbart utelukke B og D. Det er ikke slik at lengden av turen blir kortere når Aurora går hjem igjen.
Aurora går med jevn hastighet, slik at distansen øker konstant, før hun står stille.
Når hun står stille, fortsetter tiden å gå uten at lengden av turen øker.
Etter å ha fått pakken, går hun hjem igjen, så da skal avstanden fortsette å øke konstant.

Det er den grafiske fremstillingen C som best beskriver lengden av turen som en funksjon av tiden.

Oppgave 3

a) Dersom lengden skal være 60 meter, har speiderne 20 meter tau til overs til de to siste sidene av gjerdet. Da blir bredden 10 meter.

$$A = 10m \cdot 60m = 600m^2$$

Når lengden er 60 meter, blir arealet av området 600 kvadratmeter.

b) Tar utgangspunkt i at man bruker hele antall meter til både lengde og bredde.
Da kan man ha en maksimal lengde på 78 meter, og en minimal lengde på 2 meter.
Starter med lengde på 78 meter og bredde på 1 meter.
Øker så bredden med 1 meter, slik at lengden minker med 2 meter.
Justerer så lenge arealet øker, og slutter etter en stund når jeg ser det avtar.

	A	B	C
1	Lengde	Brede	Areal
2	78	1	78
3	76	2	152
4	74	3	222
5	72	4	288
6	70	5	350
7	68	6	408
8	66	7	462
9	64	8	512
10	62	9	558
11	60	10	600
12	58	11	638
13	56	12	672
14	54	13	702
15	52	14	728
16	50	15	750
17	48	16	768
18	46	17	782
19	44	18	792
20	42	19	798
21	40	20	800
22	38	21	798
23	36	22	792
24	34	23	782
25	32	24	768
26	30	25	750
27	28	26	728

Formler:

	A	B	C
1	Lengde	Brede	Areal
2	78	1	=A2*B2
3	=A2-2	2	=A3*B3
4	=A3-2	3	=A4*B4
5	=A4-2	4	=A5*B5
6	=A5-2	5	=A6*B6
7	=A6-2	6	=A7*B7
8	=A7-2	7	=A8*B8
9	=A8-2	8	=A9*B9
10	=A9-2	9	=A10*B10
11	=A10-2	10	=A11*B11
12	=A11-2	11	=A12*B12
13	=A12-2	12	=A13*B13
14	=A13-2	13	=A14*B14
15	=A14-2	14	=A15*B15
16	=A15-2	15	=A16*B16
17	=A16-2	16	=A17*B17
18	=A17-2	17	=A18*B18
19	=A18-2	18	=A19*B19
20	=A19-2	19	=A20*B20
21	=A20-2	20	=A21*B21
22	=A21-2	21	=A22*B22
23	=A22-2	22	=A23*B23
24	=A23-2	23	=A24*B24
25	=A24-2	24	=A25*B25
26	=A25-2	25	=A26*B26
27	=A26-2	26	=A27*B27

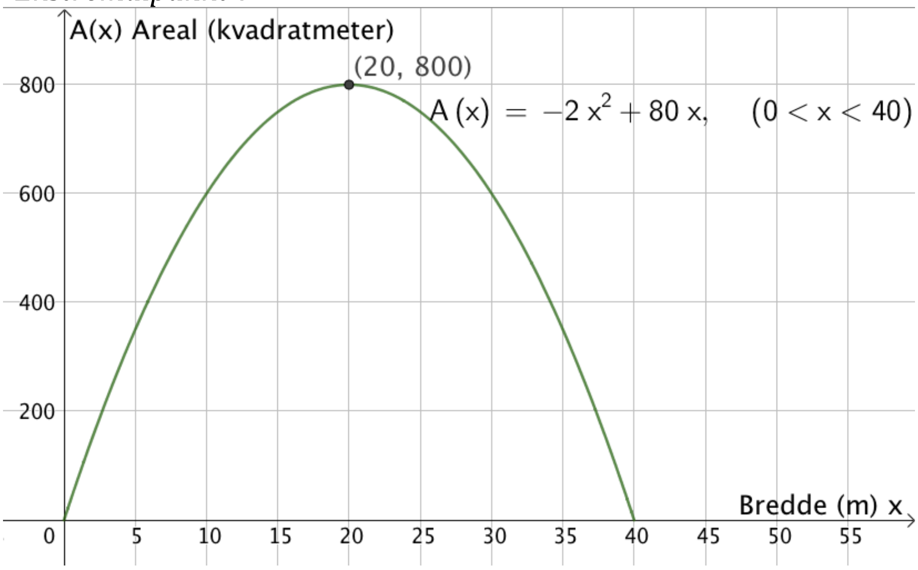
Vi ser at arealet her er størst når lengden er 40 meter og bredden 20 meter.
(Rad 11 i regnearket over).
Herman ser ut til å ha rett i sin påstand.

c) Vi tenker oss at bredden av rektangelet er x meter.
Da er lengden $(80-2x)$ meter.

Vi kan da sette opp et funksjonsuttrykk for arealet avhengig av bredden.
Arealet av rektangelet er $A(x)$ kvadratmeter når bredden er x meter.

$A(x) = x(80-2x) = 80x - 2x^2 = \underline{\underline{-2x^2 + 80x}}$

Tegner grafen til A for $0 < x < 40$ og finner toppunktet ved hjelp av *"Ekstremalpunkt"*.



Ser at arealet blir størst når bredden av rektangelet er 20 meter.
Da er lengden 40 meter, altså dobbelt så lang som bredden, så Herman sin påstand stemmer.
<u>Som skulle vises</u>.

Oppgave 4

a) x-koordinaten til de ulike punktene angir vekten, så jo lenger til høyre et punkt ligger i koordinatsystemet, jo større er vekten av potetsekken punktet representerer.

<u>Sekk *D* er tyngst.</u>

b) y-koordinaten til de ulike punktene angir prisen, så to sekker som ligger på linje i y-retning (lik høyde over x-aksen) har samme pris.

<u>Sekk *A* og sekk *C* koster like mye.</u>

c) Tar utgangspunkt i at den sekken det lønner seg å kjøpe er den sekken som gir mest poteter for pengene, altså har lavest kilopris.
Stigningstallet til ei rett linje gjennom origo og et av punktene, angir kiloprisen for potetene i den sekken punktet representerer.
Ser at ei rett linje gjennom origo og punkt C vil ha lavere stigningstall enn ei rett linje gjennom origo og punkt B.

<u>Det vil lønne seg å kjøpe sekk *C*</u>

d) Den eneste rette linja som går gjennom origo og samtidig går gjennom to av punktene, er ei rett linje gjennom origo, punktet *A* og punktet *F*.

<u>Det er potetene i sekk *A* og sekk *F* som har samme kilopris.</u>

Oppgave 5

a) Teller opp antall Non Stop i hver figur, og ser at dette øker med 4 hver gang man lager den neste figuren.
Det er 18 Non Stopp i K_3, så da er det bare å følge mønsteret for de to neste figurene.

<u>Det er 22 Non Stop i K_4 og 26 Non Stop i K_5.</u>

b)

```python
# Startverdier
nonstop_figur = 10
nonstop_totalt = 10

# Overskrifter
print("Figurnummer            Non Stop i figur        Non Stop totalt")


for figurnummer in range(1,21):

    # Skriver ut tre kolonner ved å bruke tabulatorer sep = "\t\t\t"
    print(figurnummer, nonstop_figur, nonstop_totalt, sep = "\t\t\t")

    nonstop_figur = nonstop_figur + 4
    nonstop_totalt = nonstop_totalt + nonstop_figur
```

Figurnummer	Non Stop i figur	Non Stop totalt
1	10	10
2	14	24
3	18	42
4	22	64
5	26	90
6	30	120
7	34	154
8	38	192
9	42	234
10	46	280
11	50	330
12	54	384
13	58	442
14	62	504
15	66	570
16	70	640
17	74	714
18	78	792
19	82	874
20	86	960

c) Leser av utskriften fra programmet over.
<u>Kari trenger 960 Non Stop til sammen for å lage de 20 første K-ene.</u>

NB! Denne deloppgaven kan løses ved hjelp av for eksempel regneark eller ved å bestemme en modell ved hjelp av lineær regresjon, dersom man ikke klarer å lage programmet.

d) *(Kan også løses ved hjelp av regneark, men jeg fortsetter med program).*
Her er det mulig å bare utvide "rangen" og kjøre programmet for hver gang. Til slutt vil man se at antall Non Stop Kari trenger overstiger 2000, og da ha man funnet ut hvor mange K-er hun kan lage.
Jeg velger likevel å endre programmet litt, slik at det gir meg dette antallet direkte. Bruker en *while-løkke* som kjører så lenge totalen er mindre eller lik 2000.

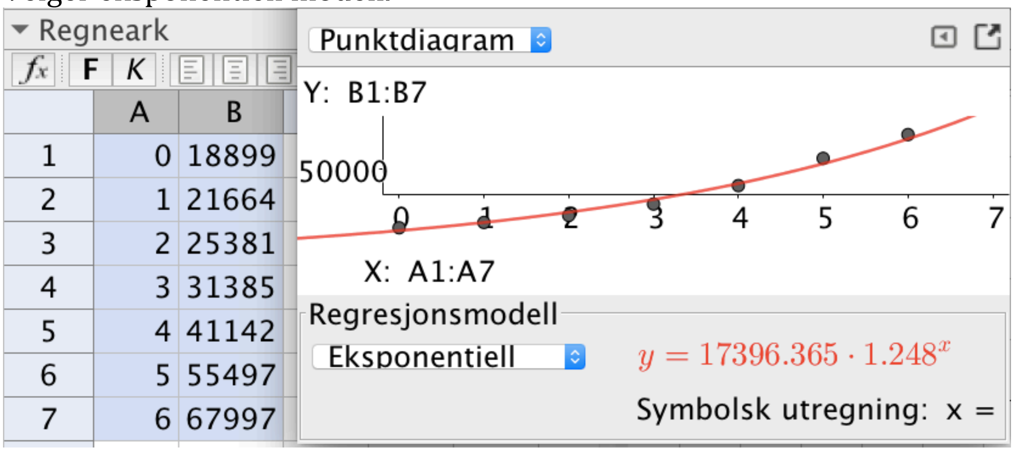
```
# Startverdier
nonstop_figur = 10
nonstop_totalt = 10

# Overskrifter
print("Antall figurer")

antall_figurer = 1

while nonstop_totalt <= 2000:

    nonstop_figur = nonstop_figur + 4
    nonstop_totalt = nonstop_totalt + nonstop_figur
    antall_figurer = antall_figurer + 1

#Løkka vil kjøre så lenge totalen er mindre eller lik 2000, så blir en runde for mye.
#Derfor trekker vi fra 1 fra antall runder for å få riktig antall figurer
print(antall_figurer - 1)


```

```
Antall figurer
29
```

Kari kan lage 29 K-er.

Oppgave 6

a) Legger inn verdier for årstall ($x = 0$ svarer til 2015, $x = 1$ til 2016, osv.) og salg i regnearket i GeoGebra og gjennomfører regresjonsanalyse.
Velger eksponentiell modell.



Lar salget av energidrikk i Norge, målt i antall tusen liter, x år etter 2015 være gitt ved følgende modell:

$$\underline{\underline{E(x) = 17396 \cdot 1{,}25^x}}$$

b) Tallet b er vekstfaktoren som forteller at salget av energidrikk, i følge modellen, øker med 25 % i gjennomsnitt per år.
Tallet a er startverdien/utgangspunktet for modellen, og forteller at modellen tar utgangspunkt i at salget var ca.17396 liter i 2015. Dette stemmer ikke helt med de faktiske dataene, men er en justering for at modellen skal passe best mulig med punktene i tabellen samlet sett.

c) Faktisk økning i prosent:

$\frac{73109}{67997} \approx 1{,}075$, som er vekstfaktor ved økning på 7,5 %.

<u>Salget av energidrikk økte med ca.7,5 % fra 2021 til 2022.</u>

Dette er en vesentlig lavere økning enn 25 %, så det passer dårlig med modellen i oppgave a).

(Skal man være litt ”pirkete”, er nok mer presist å si at modellen vår passer dårlig med virkeligheten, enn at virkeligheten passer dårlig med modellen)