

Eksempelsett

24.05.2023

REA3062 Matematikk S2



Sjå eksamenstips på baksida!
Se eksamenstips på baksiden!

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 7 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1

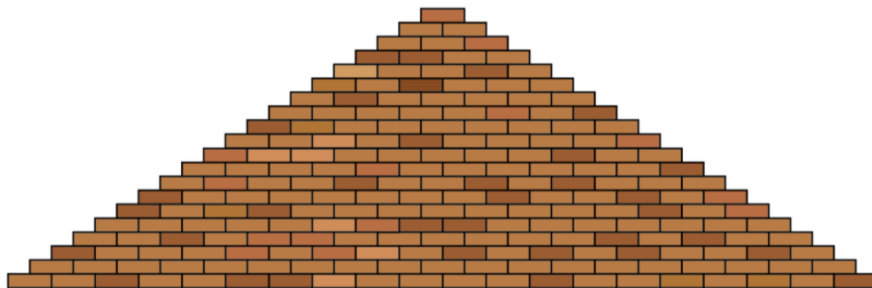
Regn ut integralene

a) $\int_0^1 (4x^2 + 3) dx$

b) $\int 4x\sqrt{x^2 + 2} dx$

Oppgave 2

- a) Forklar hva det vil si at en rekke $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ er aritmetisk.
- b) En murer skal lage en mur slik figuren viser. Bruk teorien om rekker til å bestemme hvor mange murstein mureren trenger, når han vet at det er totalt 20 rader med murstein.



Oppgave 3

En uendelig geometrisk rekke $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots$ konvergerer mot 6.

Summen av de tre første leddene er $\frac{38}{9}$.

Bestem summen av de fire første leddene.

Oppgave 4

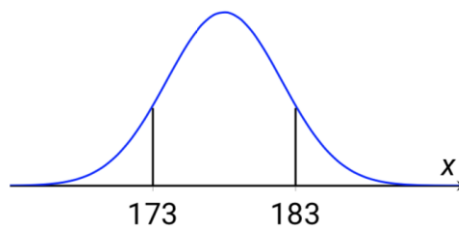
En sannsynlighetsfordeling er gitt ved tabellen nedenfor.

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,2	k	$2k$	$5k$

- a) Forklar hvorfor k må være 0,1. Bestem forventningsverdien $E(X)$.
- b) Bestem variansen $\text{Var}(X)$.

Oppgave 5

I en gruppe elever er høyden tilnærmet normalfordelt med forventningsverdi μ og standardavvik σ .



I denne fordelingen er 15,9 prosent av elevene lavere enn 173 cm og 15,9 prosent av elevene er høyere enn 183 cm.

- a) Bestem μ og σ .
- b) Hvor stor andel av elevene er høyere enn 180 cm?

Oppgave 6

Forklar hvorfor vi kan sette grensekostnad lik grenseinntekt når vi skal finne det største overskuddet.

Oppgave 7

En elev har skrevet følgende kode:

```
1 from math import sqrt      # Importerer kvadratrotfunksjonen
2 a = 0
3 b = 2
4 n = 10000
5
6 def f(x):
7     return x**2 + 2        # Definerer funksjonen f(x)=x^2+2
8
9 I = 0
10 h = (b - a)/n
11
12 for i in range(n):        # Lar i gjennomløpe tallene 0, 1, ... , n-1
13     I = I + f(a + i*h)*h
14
15 print(round(I,3))
```

- a) Forklar hva eleven ønsker å regne ut.
- b) Hva blir det eksakte svaret på oppgaven eleven ønsker å løse?

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser markedsverdien til Statens pensjonsfond utland, «Oljefondet», for noen år.

År	2000	2004	2008	2012	2016	2020	2021
Markedsverdi (milliarder kroner)	386	1016	2275	3816	7510	10914	12340

- a) Lag en logistisk funksjon g som gir oss en god modell for markedsverdien x år etter 2000.
- b) Vil markedsverdien noen gang bli mer enn 20 000 milliarder kroner ifølge modellen g ?
- c) I hvilket år vokste markedsverdien raskest ifølge modellen g ?

En politiker mener en logistisk modell ikke er realistisk, siden det er rimelig å anta at verdien av fondet ikke vil stagnere i framtiden.

- d) Foreslå en annen modell h som du mener kan være rimelig å bruke for verdien av fondet, dersom antagelsen til politikerens legges til grunn.
- e) Hvor mye raskere vil verdien av fondet øke per år i 2023 ifølge modellen h sammenliknet med modellen g ?

Oppgave 2

Levetiden T (i timer) til en tilfeldig lyspære av en bestemt type er en stokastisk variabel. Det viser seg at

$$P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$

der tetthetsfunksjonen f er gitt ved

$$f(t) = \begin{cases} k \cdot e^{-0,005t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

- a) Vis at $k = 0,005$.
- b) Hva er sannsynligheten for at lyspærens levetid er mer enn 400 timer?

Forventningsverdien μ til en kontinuerlig stokastisk variabel med tetthetsfunksjon f er gitt ved

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

- c) Bestem forventningsverdien til T .

Oppgave 3

Sigrid har to terninger som hun syntes mistenkelig ofte gir seksere. Hun testet derfor de to terningene ved å kaste dem 100 ganger og telle opp antall ganger begge terningene gav seksere.

Det viste seg begge terningene gav seksere sju ganger.

Bruk det du har lært om hypotesetesting og sannsynlighet til å avgjøre om Sigrid kan ha grunn til mistanken. Synliggjør de forutsetningene du mener er nødvendige for utregningene dine.

Oppgave 4

Bjarne skal kjøpe et hjemmekinoanlegg. Anlegget koster 20 000 kroner. Han velger å kjøpe det på avbetaling. Han må da betale 729 kroner per måned i 36 måneder. Første innbetaling er én måned etter kjøpsdatoen.

Bestem renten per måned for dette avbetalingstilbudet. Hva er årsrenten?

Oppgave 5

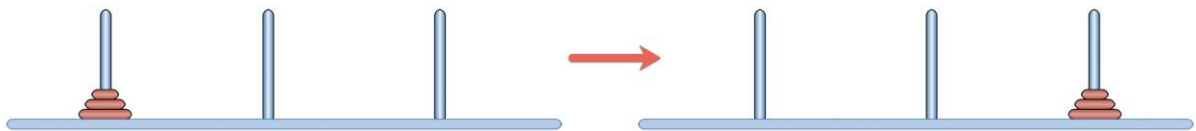
Spillet «Hanois tårn» består av tre pinner og en mengde diskere med ulik radius som skal tres på pinnene.

Når spillet starter, skal alle diskene være plassert på samme pinne. Ingen av diskene skal ha en større disk liggende oppå seg.

Målet er å flytte alle diskene over på én av de to ledige pinnene. Det er bare lov å flytte én disk av gangen. Diskene som ikke flyttes, må ligge på en pinne. Det er aldri lov å plassere en større disk oppå en mindre disk.

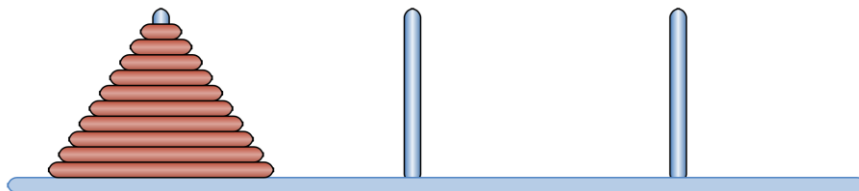
Det minste antallet forflytninger du må gjøre for å flytte n diskere kaller vi $F(n)$.

a) Bestem $F(3)$.



Det er en rekursiv sammenheng mellom $F(n)$ og $F(n-1)$.

b) Bestem den rekursive sammenhengen. Bruk denne til å bestemme $F(10)$.



Det finnes også en eksplisitt formel for F .

c) Undersøk og finn denne formelen.

Oppgave 6

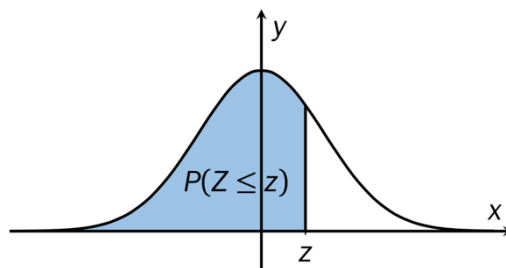
På en skole er det 323 jenter og 301 gutter. La X være høyden til en tilfeldig valgt jente og Y være høyden til en tilfeldig valgt gutt. Vi antar at X og Y er normalfordelte med $\mu_X = 168$ cm, $\mu_Y = 180$ cm, $\sigma_X = 6$ cm og $\sigma_Y = 8$ cm.

Lag et program som du kan bruke til å simulere sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev er høyere enn 175 cm. Bestem denne sannsynligheten.

Vedlegg 1

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \leq z)$ for $-3,09 \leq z \leq 3,09$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Takk for at du gjennomgikk eksempeloppgavene!

Her kan du gi oss dine tilbakemeldinger (questback):

<https://response.questback.com/utdanningsdirektoratet/noewdfipog>

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!