

2PY Eksamen H2022 LK06 Løsningsforslag

Farhan Omar

December 19, 2022



Figure 1: Matematikk?

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (6 poeng)

1 a)

Datamaterialet sortert i stigende rekkefølge:

15, 15, 15, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 100

| Antall leste sider x | Frekvens f | $x \cdot f$ | Kumulativ frekvens | Relativ frekvens |
|------------------------|--------------|---------------------|--------------------|----------------------|
| 15 | 3 | $15 \cdot 3 = 45$ | 3 | $\frac{3}{10} = 0,3$ |
| 20 | 3 | $20 \cdot 3 = 60$ | $3 + 3 = 6$ | $\frac{3}{10} = 0,3$ |
| 25 | 3 | $25 \cdot 3 = 75$ | $6 + 3 = 9$ | $\frac{3}{10} = 0,3$ |
| 100 | 1 | $100 \cdot 1 = 100$ | $9 + 1 = 10$ | $\frac{1}{10} = 0,1$ |
| Sum | 10 | 280 | | 1 |

Fra tabellen ser vi at:

$$Median = \frac{20 + 20}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$Gjennomsnitt = \frac{280}{10} = 28$$

1 b)

Median vil beskrive datasettet bedre siden den blir ikke påvirket av ekstremt høye eller lave verdier. Dataverdi 100 vil påvirke gjennomsnitt siden den er veldig stor i forhold til andre verdier.

1 c)

Fra tabellen ovenfor ser vi at: Kumulativ frekvens for 25 er 9 og betyr at Maia har lest 25 eller mindre per dag i de første 10 dagene i ferien. Den relative frekvensen for 25 sider per dag er 0,3 og betyr hun har lest 25 sider per dag i 30% av de første 10 dagene i ferien.

Oppgave 2 (2 poeng)

La x være den originale prisen:

Metode 1:

$$\begin{aligned}1,5\% \text{ av } x &= 300 \\ \frac{1,5}{100} \cdot x &= 300 \quad | \cdot 100 \\ 100 \cdot \frac{1,5}{100} \cdot x &= 300 \cdot 100 \\ 1,5x &= 30000 \quad | \cdot 10 \\ 10 \cdot 1,5 \cdot x &= 30000 \cdot 10 \\ 15 \cdot x &= 300000 \quad | : 15 \\ x &= \frac{300000}{15} = \frac{30}{15} \cdot 10000 = 2 \cdot 10000 = 20000kr \\ 4\% \text{ av } 20000 &= \frac{4}{100} \cdot 20000 = 4 \cdot 200 = 800\end{aligned}$$

Metode 2:

$$\begin{aligned}1,5\% \text{ av } x &= 300 \quad | \cdot 10 \\ 15\% \text{ av } x &= 3000 \quad | : 15 \\ 1\% \text{ av } x &= \frac{3000}{15} = 200 \quad | \cdot 4 \\ 4\% \text{ av } x &= 200 \cdot 4 = 800\end{aligned}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

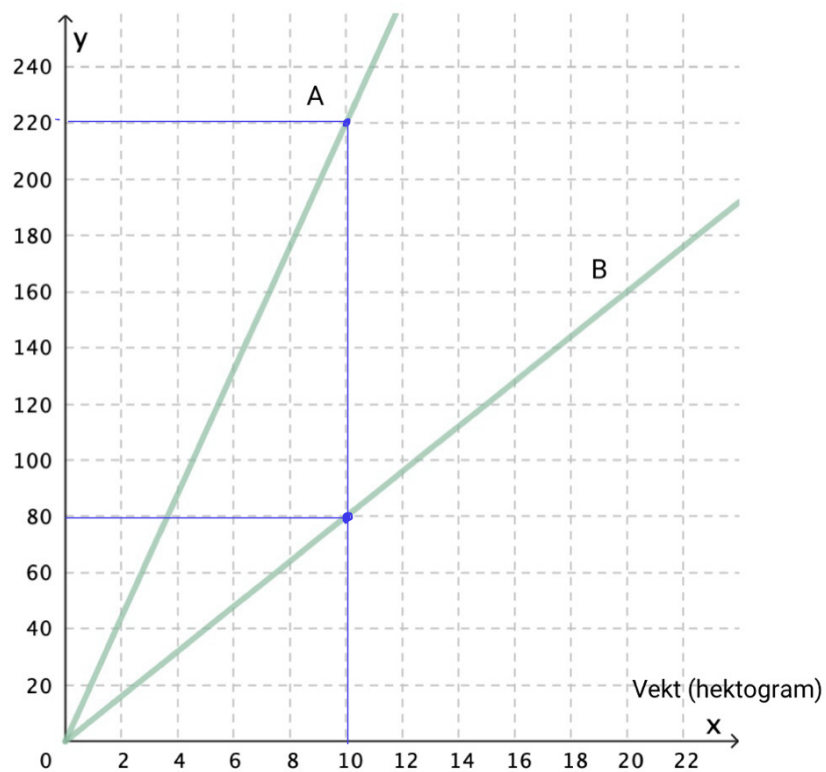


Figure 2

Fra grafen ser vi

$$x = 10 \Rightarrow y_A = 220$$

$$x = 10 \Rightarrow y_B = 80$$

$$\text{Prisforskjell per hektogram} = \frac{220 - 80}{10} = \frac{140}{10} = 14 \text{ kr/hg}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Vi omskriver alle tallene i standardform for å kunne sammenligne :

$$480 \text{ millioner} = 480 \cdot 10^6 = 4,8 \cdot 10^8$$

$$4800 \cdot 10^7 = 480 \cdot 10^8 = 4,8 \cdot 10^{10}$$

$$0,48 \cdot 10^{10} = 4,8 \cdot 10^9$$

$$0,048 \cdot 10^{-2} = 4,8 \cdot 10^{-4}$$

$$0,480 \cdot 10^{-5} = 4,8 \cdot 10^{-6}$$

$$0,0048\% = \frac{0,0048}{100} = 0,0048 \cdot 10^{-2} = 0,0048 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 4,8 \cdot 10^{-5}$$

Rekkefølgen blir:

$$0,480 \cdot 10^{-5}, \quad 0,0048\%, \quad 0,048 \cdot 10^{-2}, \quad 480 \text{ millioner}, \quad 0,48 \cdot 10^{10}, \quad 4800 \cdot 10^7$$

Oppgave 5 (2 poeng)

5 a)

Dette er lineært vekst (siden verdien øker med et fast verdi hvert år):

$$f(x) = 5200000 + 80000x$$

5 b)

Dette er eksponentiell vekst (siden verdien øker med et fast prosent hvert år):

$$\text{Ny verdi} = \text{Gammel verdi} \cdot \text{Vekstfaktor}^{\text{antall perioder}}$$

$$V = 1 + 1,4\% = 1 + \frac{1,4}{100} = 1 + 0,014 = 1,014$$

$$g(x) = 5200000 \cdot (1,014)^x$$

Oppgave 6 (4 poeng)

6 a)

Vi lager tabellen nedenfor utfra opplysningene i oppgaveteksten

| Alder x | Frekvens f | Klassemidtpunkt x_m | $x_m \cdot f$ | høyde = $\frac{\text{frekvens}}{\text{klassebredde}}$ |
|------------|--------------|--|----------------------|---|
| $[0, 10)$ | 40 | $\frac{0+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$ | $5 \cdot 40 = 200$ | $\frac{40}{10} = 4$ |
| $[10, 20)$ | 20 | $\frac{10+20}{2} = \frac{30}{2} = 15$ | $15 \cdot 20 = 300$ | $\frac{20}{10} = 2$ |
| $[20, 30)$ | 60 | $\frac{20+30}{2} = \frac{50}{2} = 25$ | $25 \cdot 60 = 1500$ | $\frac{60}{10} = 6$ |
| $[30, 50)$ | 20 | $\frac{30+50}{2} = \frac{80}{2} = 40$ | $40 \cdot 20 = 800$ | $\frac{20}{20} = 1$ |
| $[50, 60)$ | 20 | $\frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55$ | $55 \cdot 20 = 1100$ | $\frac{20}{10} = 2$ |
| $[60, 80)$ | 40 | $\frac{60+80}{2} = \frac{140}{2} = 70$ | $70 \cdot 40 = 2800$ | $\frac{40}{20} = 2$ |
| Sum | 200 | | 6700 | |

$$Gjennomsnitt = \frac{6700}{200} = 33,5$$

6 b)

vi lager histogram ved å bruke data fra tabellen ovenfor. Vi setter verdiene av $\frac{\text{frekvens}}{\text{klassebredde}}$ på y – *aksen* og klassegrensene på x – *aksen*

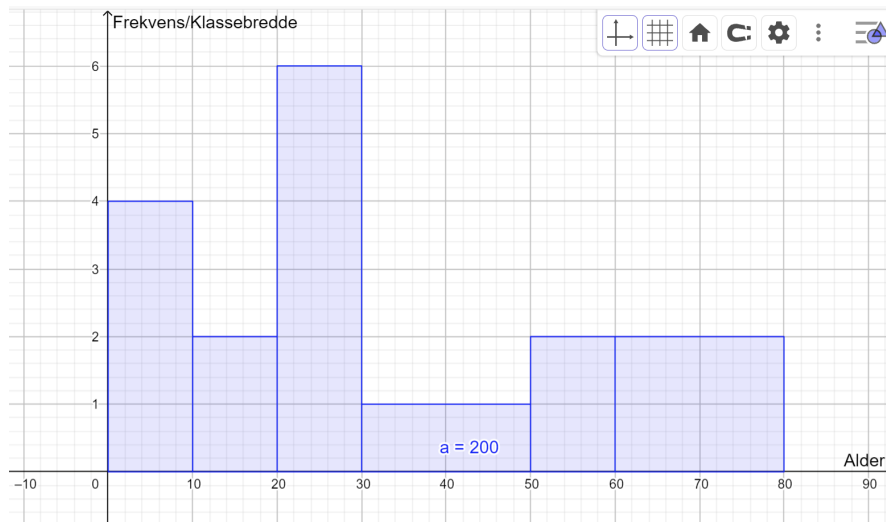


Figure 3

Oppgave 7 (2 poeng)

$$a = 2$$

$$2a + 3a^2 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot (2)^2 = 4 + 3 \cdot a = 4 + 12 = 16$$

$$5a^3 = 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$$

$$2a + 3a^2 \neq 5a^3$$

Vi ser at det to uttrykkene er ikke like og dermed Edwards påstanden er ikke riktig .

Oppgave 8 (4 poeng)

8 a)

Fra figurene ser vi at hvert figur består av 3 deler (Del1, Del 2 og Del 3) .

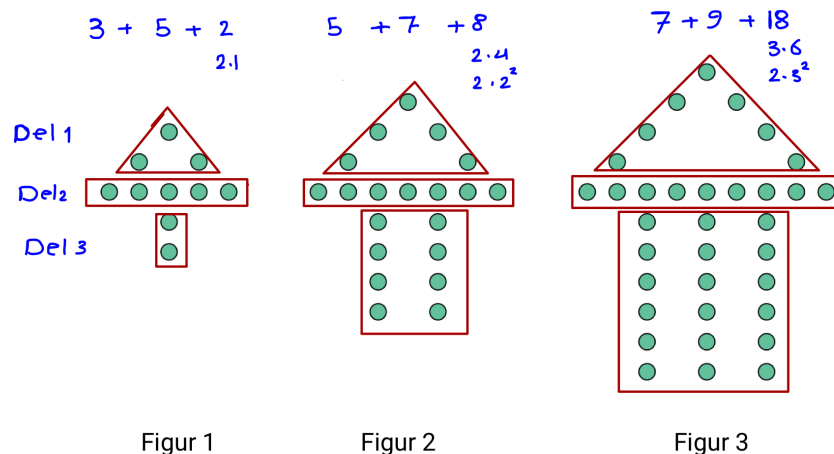


Figure 4

Sirklene i Del 1 og Del 2 øker med 2 for hver figur så kan representer med lineære funksjoner. Antall sirkler i Del 3 øker ikke med fast verdi så den kan representeres med andregrads-funksjon.

Vi lager tabellen nedenfor:

| figur no. | 1 | 2 | 3 | 4 | n |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|
| Del 1 | $2 \cdot 1 + 1$ | $2 \cdot 2 + 1$ | $2 \cdot 3 + 1$ | $2 \cdot 4 + 1$ | $2 \cdot n + 1$ |
| Del 2 | $2 \cdot 1 + 3$ | $2 \cdot 2 + 3$ | $2 \cdot 3 + 3$ | $2 \cdot 4 + 3$ | $2 \cdot n + 3$ |
| Del 3 | $2 \cdot 1^2$ | $2 \cdot 2^2$ | $2 \cdot 3^2$ | $2 \cdot 4^2$ | $2 \cdot n^2$ |
| Sum | 10 | 20 | 34 | 52 | $2n + 1 + 2n + 3 + 2n^2 = 2n^2 + 4n + 4$ |

Det er 52 sirkler i figur nummer 4.

En alternativ algoritme for å finne antall sirkler i figur nummer 4:

Første differanse er differanse mellom antall sirkler i to etterfølgende figurer .

Andre differanse er differanse mellom to etterfølgende første differanser (som bør være like om første differanse er ikke like).

| figur no. | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------------------|----------------|-------------------|------|---|
| Sum | 10 | 20 | 34 | x |
| Første differanse | $20 - 10 = 10$ | $34 - 20 = 14$ | x-34 | |
| Andre differanse | $14 - 10 = 4$ | $x - 34 - 14 = 4$ | | |

$$x - 34 - 14 = 4$$

$$x - 48 = 4$$

$$x = 4 + 48 = 52$$

Antall sirkler i figur nummer 4 er $x = 52$

8 b)

Fra tabellen vi lagde i a) er antall sirkler i figur nummer n gitt ved:

$$\begin{aligned}
 f(n) &= 2n + 1 + 2n + 3 + 2n^2 \\
 &= 2n^2 + 4n + 4
 \end{aligned}$$

Alternative metode (For de som liker algebra):

Siden første differansen er ikke lik så antall sirkler i figur nummer n bør være andregrads-funksjon minst:

Vi har tre punkter (figur nummer ,antall sirkler) og tre koeffisienter som man kan finne dem slik(3 ligninger med 3 ukjente):

$$(1, 10), (2, 20), (3, 34)$$

$$f(n) = an^2 + bn + c$$

$$f(1) = 10$$

$$(1) a + b + c = 10$$

$$f(2) = 20$$

$$(2) 4a + 2b + c = 20$$

$$f(3) = 34$$

$$(3) 9a + 3b + c = 34$$

$$figure2 - figure1$$

$$(4) 3a + b = 10$$

$$figure3 - figure2$$

$$(5) 5a + b = 14$$

$$(4) \Rightarrow b = 10 - 3a$$

$$(5) \Rightarrow 5a + 10 - 3a = 14$$

$$2a + 10 = 14$$

$$2a = 14 - 10$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$$

$$b = 10 - 3a = 10 - 3 \cdot 2 = 10 - 6 = 4$$

$$(1) \Rightarrow 2 + 4 + c = 10$$

$$6 + c = 10$$

$$c = 10 - 6 = 4$$

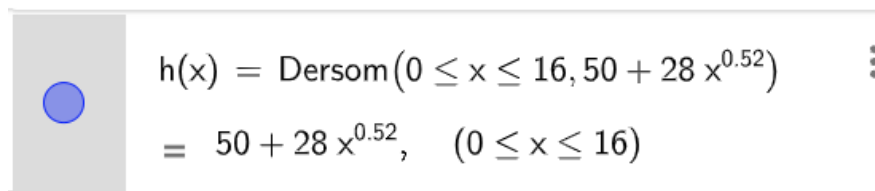
$$f(n) = 2n^2 + 4n + 4$$

DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (6 poeng)

1 a)

Vi bruker kommando Funksjon(Funksjon,start,slutt) i algebrafelt i Geogebra



The image shows the Geogebra algebra view. On the left is a blue circle icon. To its right, the function is defined as:

$$h(x) = \text{Dersom}(0 \leq x \leq 16, 50 + 28 x^{0.52})$$
$$= 50 + 28 x^{0.52}, \quad (0 \leq x \leq 16)$$

Figure 5

og får grafen nedenfor:

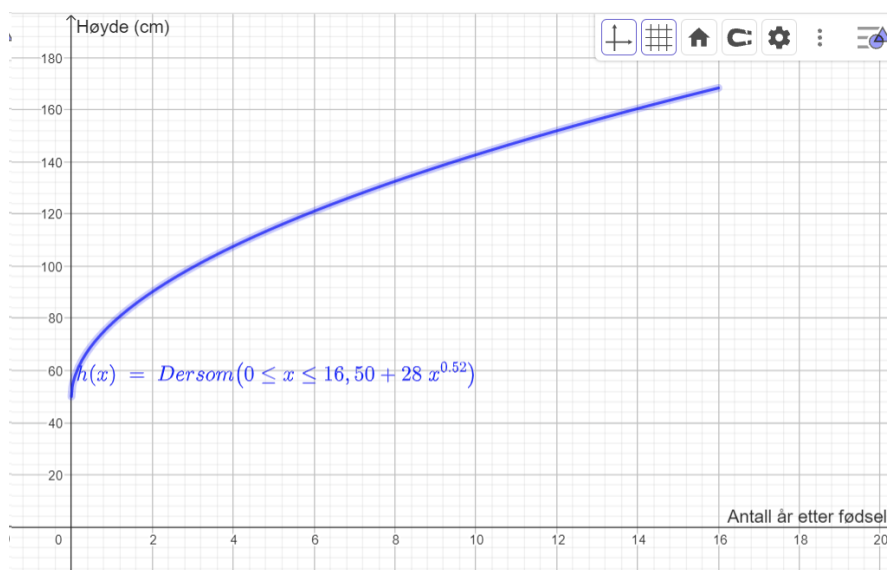
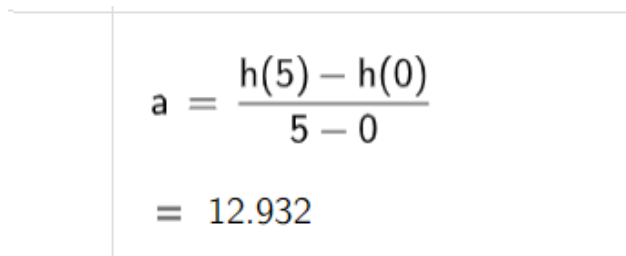


Figure 6

1 b)

Vi bruker Geogebra til å finne stigningstallet algebraisk og får at $stigning = 12,94 \text{ cm/år}$



The image shows a Geogebra interface with a vertical line on the left and a text area on the right. The text area contains the following calculation:

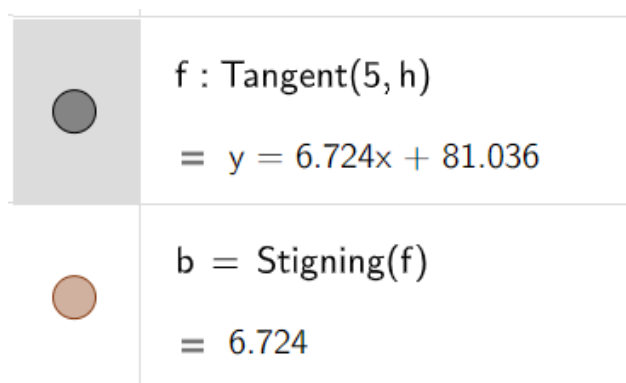
$$a = \frac{h(5) - h(0)}{5 - 0}$$
$$= 12.932$$

Figure 7

Tolking blir at Emmas høyde vokste med 12,9 cm/år i gjennomsnitt i de fem første årene.

1 c)

Vi bruker Geogebra og får at *stigning* = 6,7 cm/år



The image shows a Geogebra interface with a vertical line on the left and a text area on the right. The text area contains the following calculation:

$$f : \text{Tangent}(5, h)$$
$$= y = 6.724x + 81.036$$

Below this, there is a second calculation:

$$b = \text{Stigning}(f)$$
$$= 6.724$$

Figure 8

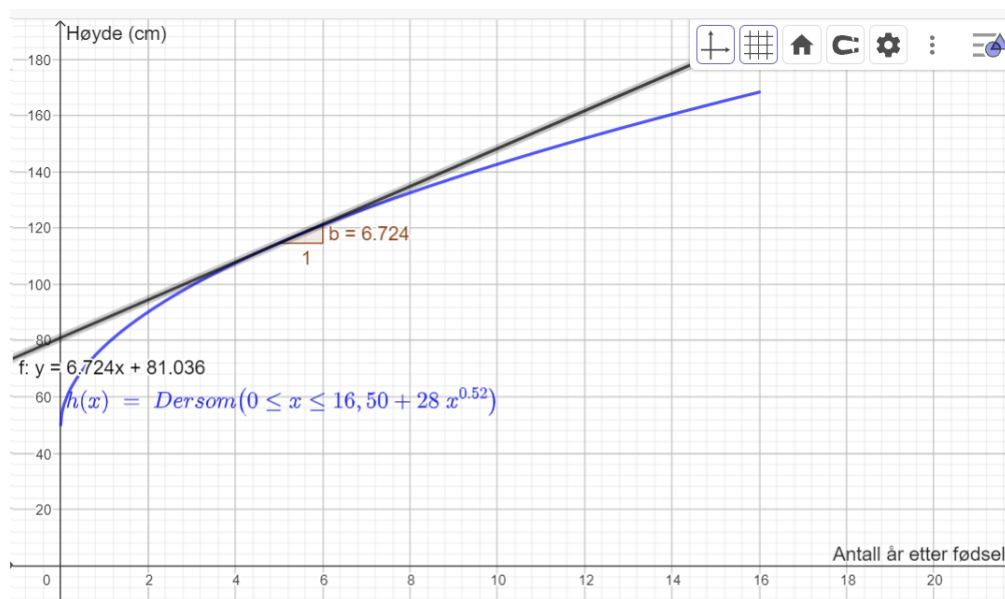


Figure 9

Praktisk tolkning: Akkurat når hun blir 5 år vokser hun med 6,7 cm/år

Oppgave 2 (4 poeng)

2 a)

Den grønne grafen er til beholder B siden den består av to rettlinjer med forskjellige stigninger. Den første rettlinjen med større stigning representerer den smale delen av beholderen og den andre rettlinjen med mindre stigning representerer den vide delen (krever mer tid for at vannhøyden skal øke).

Den oransje linjen som går gjennom punktene $(0, 0)$, $(8, 8)$ er til beholder A siden vannhøyden øker lineært uten noe endring da beholderen har samme radius overalt.

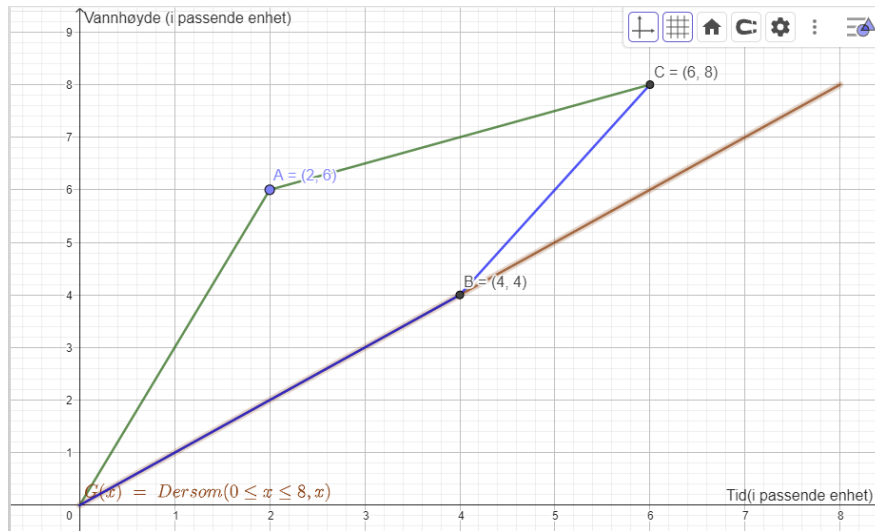


Figure 10

2 b)

Fra grafen til beholder B ser vi at den delen av beholderen med mindre radius fylles i løpet av 4 tidsenheter og den vide delen i løpet av 2 tidsenheter. Beholder B og C har samme volum og dermed skal trenge samme tid for å fylles.

Den vide delen av beholder C skal fylles i løpet av 2 tidsenheter og vannhøyden skal øke med samme verdi som i beholder A i løpet av fyllingsiden (2 tidsenheter). Den er representert med en linje mellom punktene $(0, 0)$ og $(4, 4)$.

Den samle delen av beholder C tar 4 tidsenheter for å fylles (fra 2 til 6 tidsenheter) og derfor er den representert med en linje mellom punktene $(4, 4)$ og $(6, 8)$. Hele grafen til beholder C er den blå grafen.

Har funnet linjene ved å bruke Geogebra og kommando $\text{Linje(Punkt, Punkt)}$ så tegnet funksjonene som skal gi grafene (funksjon med delt funksjonsuttrykk). Si figurene nedenfor:

| | |
|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Funksjon | |
| <input checked="" type="radio"/> | $F(x) = \begin{cases} 3x & : 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x + 5 & : 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$ |
| <input type="radio"/> | $G(x) = x, \quad (0 \leq x \leq 8)$ |
| <input type="radio"/> | $H(x) = \begin{cases} x & : 0 \leq x \leq 4 \\ 2x - 4 & : 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$ |
| <input type="checkbox"/> Linje | |
| <input type="radio"/> | $f : \text{Linje}((0, 0), (2, 6))$ $= y = 3x$ |
| <input type="radio"/> | $g : \text{Linje}((2, 6), (6, 8))$ $= y = 0.5x + 5$ |
| <input type="radio"/> | $h : \text{Linje}((0, 0), (1, 1))$ $= -x + y = 0$ |
| <input type="radio"/> | $i : \text{Linje}((0, 0), (4, 4))$ $= y = x$ |
| <input type="radio"/> | $j : \text{Linje}((4, 4), (6, 8))$ |

Figure 11

Oppgave 3 (4 poeng)

3 a)

Vi lager krystabell i Excel:

| | A | B | C | D | E |
|---|-------------------------------------|--------------------|-------------------------|-----|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | Eleven har fagbrev | Eleven ikke har fagbrev | Sum | |
| 3 | Eleven gjør skolearbeid hjemme | 4 | 21 | 25 | |
| 4 | Eleven ikke gjør skolearbeid hjemme | 36 | 14 | 50 | |
| 5 | Sum | 40 | 35 | 75 | |
| 6 | | | | | |

Figure 12

| | A | B | C | D | E |
|---|-------------------------------------|--------------------|-------------------------|--------|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | Eleven har fagbrev | Eleven ikke har fagbrev | Sum | |
| 3 | Eleven gjør skolearbeid hjemme | =B5-B4 | 21 | =B3+C3 | |
| 4 | Eleven ikke gjør skolearbeid hjemme | =D4-C4 | =C5-C3 | 50 | |
| 5 | Sum | 40 | =D5-B5 | 75 | |
| 6 | | | | | |

Figure 13: Med formler

3 b)

Fra tabellen i deloppgave a ser vi at sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev som tar påbygging, ikke har fagbrev, men jobber med skolearbeid hjemme hver dag er $\frac{21}{75} = 0,28 = 28\%$

3 c)

Sannsynligheten for at en eleven som tar påbygging har fagbrev, når han sier at han ikke jobber med skolearbeid hjemme hver dag er $\frac{36}{50} = 0,72 = 72\%$.

Oppgave 4 (6 poeng)

4 a)

Vi bruker regneark i Geogebra for å lage liste med punkter (Vi setter startåret til 2008) så bruker vi lineær regresjon (Polynom regresjon med grad 1) og får en lineær modell $P(x) = 51449,556x + 2222534,302$

| | A | B | C |
|---|------|----------------------|--------------------------------|
| 1 | År | Antall år etter 2008 | Antall registrerte personbiler |
| 2 | 2008 | 0 | 2200000 |
| 3 | 2010 | 2 | 2310000 |
| 4 | 2012 | 4 | 2449000 |
| 5 | 2014 | 6 | 2551000 |
| 6 | 2016 | 8 | 2660000 |
| 7 | 2018 | 10 | 2750000 |
| 8 | 2020 | 12 | 2810000 |
| 9 | 2021 | 13 | 2880000 |

Figure 14

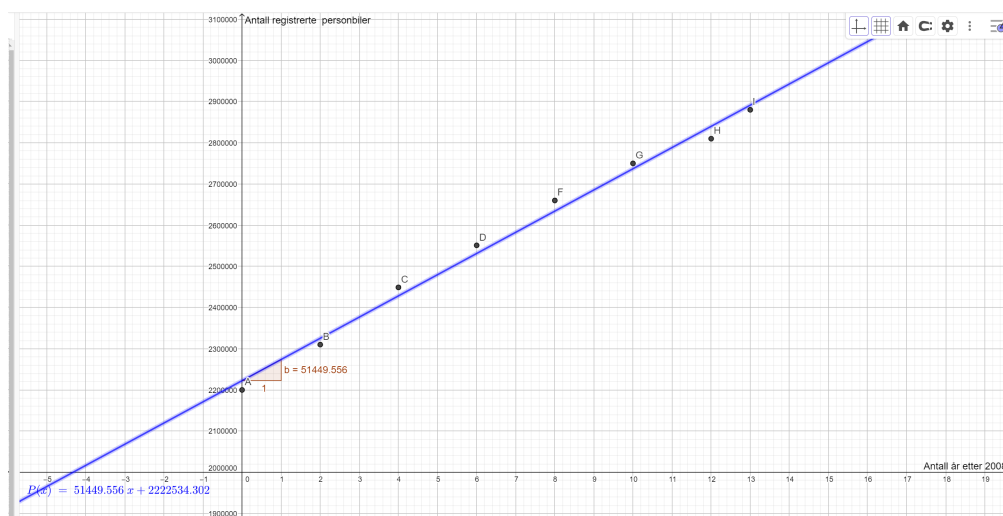


Figure 15




| | | |
|---|--|----------|
|  | $l1 = \{A, B, C, D, F, G, H, I\}$ $= \{(0, 2200000), (2, 2310000), (4, 2449000), (6, 2551000), (8, 2660000), (10, 2750000), (12, 2810000), (13, 2880000)\}$ | \vdots |
|  | $P(x) = \text{RegPoly}(l1, 1)$ $= 51449.556 x + 2222534.302$ | \vdots |
|  | $b = \text{Stigning}(P)$ $= 51449.556$ | \vdots |

Figure 16

Antall registrerte personbiler økte med 51450 biler per år i den perioden.

4 b)

Vi skriver liste med punkter med år som x verdier (x=0 tilsvar 2008) og antall registrerte elbiler som y-verdier i algebrafelt så bruker jeg eksponential regresjon som passerbest for å få modellen E:



| | | |
|---|---|--|
|  | $l2 = \{(0, 1693), (2, 3400), (4, 5000), (6, 40000), (8, 100000), (10, 200000), (12, 350000), (13, 450000)\}$ $= \{(0, 1693), (2, 3400), (4, 5000), (6, 40000), (8, 100000), (10, 200000), (12, 350000), (13, 450000)\}$ | |
|  | $E(x) = \text{RegEksp}(l2)$ $= 1537.851 \cdot 1.589^x$ | |
| | $a = 1.589 - 1$ $= 0.589$ | |

Figure 17

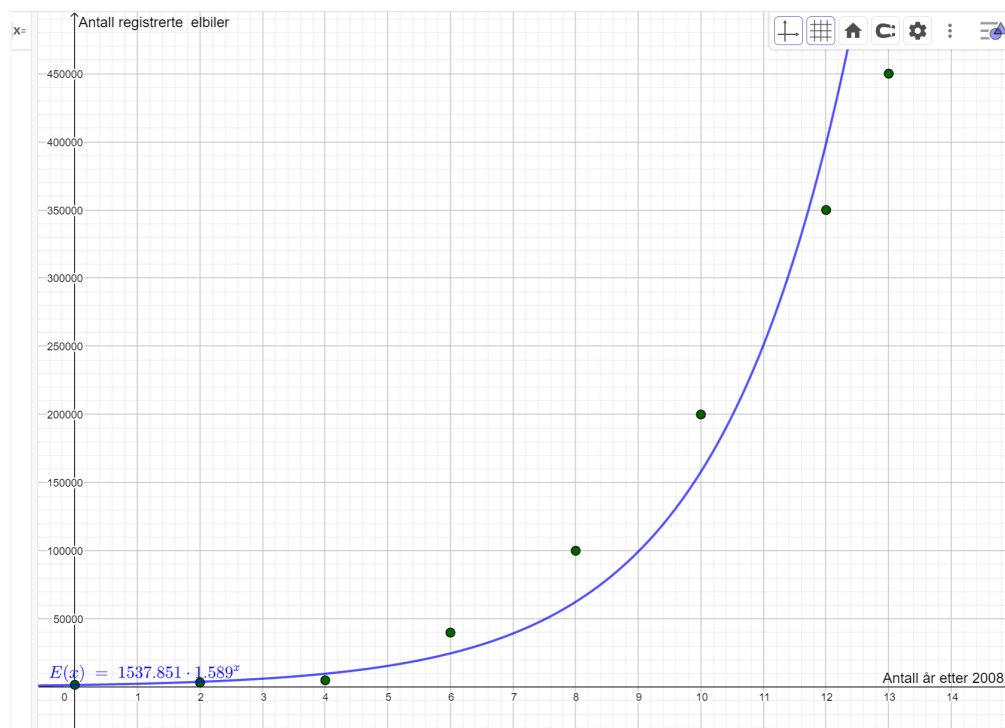


Figure 18

Fra Modellen E ser vi at antall registrerte elbiler økte med 55,5% hvert år i perioden 2008 – 2021.

| |
|-------------------|
| $c = 2025 - 2008$ |
| $= 17$ |
| $d = P(17)$ |
| $= 3097176.755$ |
| $e = E(17)$ |
| $= 4043396.558$ |

Figure 19

I 2025 skal det være 3097177 registrerte personbiler og 4043397 registrerte elbiler. Vi ser at antall elbiler er mye større enn antall personbiler fordi en elbil trenger ikke å være en personbil men den kan være andre type biler (varebil,...). Den lineære modellen vil ikke være

gyldig mye senere enn 2021 siden antall personer biler kommer til å stabilisere seg på en verdi etterhvert. Den eksponentiale modellen kan ikke brukes mye senere enn 2021 siden antall registrerte elbiler vil enten stabilisere seg på en verdi etterhvert eller muligens synke når andre type biler kommer ut (f.eks hydrogen biler) .

Oppgave 5 (6 poeng)

5 a)

Vi bruker Excel (regneark) og får at Median blir 4575 hytter/fritidsbygg og gjennomsnitt blir også 4976 hytter/fritidsbygg mens standardavvik er på 1025 hytter/fritidsbygg .

| | A | B | C | D | E | F |
|----|----|---------------|---------------------------|---|---------------------|------------------------|
| 1 | | Region | Antall hytter/fritidsbygg | | | Regionene i oversikten |
| 2 | 1 | Ringsaker | 7286 | | Gjennomsnitt | 4976,266667 |
| 3 | 2 | Trysil | 6926 | | Median | 4575 |
| 4 | 3 | Hol | 5832 | | Standardavvik | 1025,22182 |
| 5 | 4 | Vinje | 5713 | | Gjennomsnitt-median | 401,2666667 |
| 6 | 5 | Sigdal | 5050 | | | |
| 7 | 6 | Larvik | 4890 | | | |
| 8 | 7 | Nord-Aurdal | 4806 | | | |
| 9 | 8 | Orkland | 4575 | | | |
| 10 | 9 | Fredrikstad | 4403 | | | |
| 11 | 10 | Ringebu | 4369 | | | |
| 12 | 11 | Hvaler | 4332 | | | |
| 13 | 12 | Sirdal | 4221 | | | |
| 14 | 13 | Oppdal | 4142 | | | |
| 15 | 14 | Nore og Uvdal | 4095 | | | |
| 16 | 15 | Asker | 4004 | | | |

Figure 20

| | A | B | C | E | F |
|----|----|---------------|---------------------------|---------------------|------------------------|
| 1 | | Region | Antall hytter/fritidsbygg | | Regionene i oversikten |
| 2 | 1 | Ringsaker | 7286 | Gjennomsnitt | =GJENNOMSNIITT(C2:C16) |
| 3 | 2 | Trysil | 6926 | Median | =MEDIAN(C2:C16) |
| 4 | 3 | Hol | 5832 | Standardavvik | =STDAV.S(C2:C16) |
| 5 | 4 | Vinje | 5713 | Gjennomsnitt-median | =F2-F3 |
| 6 | 5 | Sigdal | 5050 | | |
| 7 | 6 | Larvik | 4890 | | |
| 8 | 7 | Nord-Aurdal | 4806 | | |
| 9 | 8 | Orkland | 4575 | | |
| 10 | 9 | Fredrikstad | 4403 | | |
| 11 | 10 | Ringebu | 4369 | | |
| 12 | 11 | Hvaler | 4332 | | |
| 13 | 12 | Sirdal | 4221 | | |
| 14 | 13 | Oppdal | 4142 | | |
| 15 | 14 | Nore og Uvdal | 4095 | | |
| 16 | 15 | Asker | 4004 | | |

Figure 21: Med formler

5 b)

Vi bruker Excel fyll-metode for å få noen tall for antall hytter/fritidsbygg i de neste 15 plassene (De skal selvfølgelig være mindre enn de første 15 plassene):

| | A | B | C | E | F | G |
|----|---|-----------------------|---------------------------|---|------------------------|----------------------|
| 1 | | Region | Antall hytter/fritidsbygg | | Regionene i oversikten | De neste 15 plassene |
| 2 | | 1 Ringsaker | 7286 Gjennomsnitt | | 4976,27 | 1884,23 |
| 3 | | 2 Trysil | 6926 Median | | 4575,00 | 1870,36 |
| 4 | | 3 Hol | 5832 Standardavvik | | 1025,22 | 904,04 |
| 5 | | 4 Vinje | 5713 Gjennomsnitt-median | | 401,27 | 13,87 |
| 6 | | 5 Sigdal | 5050 | | | |
| 7 | | 6 Larvik | 4890 | | | |
| 8 | | 7 Nord-Aurdal | 4806 | | | |
| 9 | | 8 Orkland | 4575 | | | |
| 10 | | 9 Fredrikstad | 4403 | | | |
| 11 | | 10 Ringerike | 4369 | | | |
| 12 | | 11 Hvaler | 4332 | | | |
| 13 | | 12 Sirdal | 4221 | | | |
| 14 | | 13 Oppdal | 4142 | | | |
| 15 | | 14 Nore og Ullensaker | 4095 | | | |
| 16 | | 15 Asker | 4004 | | | |
| 17 | | 16 R16 | 3 320 | | | |
| 18 | | 17 R17 | 3 113 | | | |
| 19 | | 18 R18 | 2 906 | | | |
| 20 | | 19 R19 | 2 699 | | | |
| 21 | | 20 R20 | 2 492 | | | |
| 22 | | 21 R21 | 2 284 | | | |
| 23 | | 22 R22 | 2 077 | | | |
| 24 | | 23 R23 | 1 870 | | | |
| 25 | | 24 R24 | 1 663 | | | |
| 26 | | 25 R25 | 1 456 | | | |
| 27 | | 26 R26 | 1 249 | | | |
| 28 | | 27 R27 | 1 042 | | | |
| 29 | | 28 R28 | 835 | | | |
| 30 | | 29 R29 | 628 | | | |
| 31 | | 30 R30 | 629 | | | |

Figure 22

| | A | B | C | E | F | G |
|----|----|---------------|---------------------------|---------------------|------------------------|------------------------|
| 1 | | Region | Antall hytter/fritidsbygg | | Regionene i oversikten | De neste 15 plassene |
| 2 | 1 | Ringsaker | 7286 | Gjennomsnitt | =GJENNOMSnitt(C2:C16) | =GJENNOMSnitt(C17:C31) |
| 3 | 2 | Trysil | 6926 | Median | =MEDIAN(C2:C16) | =MEDIAN(C17:C31) |
| 4 | 3 | Hol | 5832 | Standardavvik | =STDAV.S(C2:C16) | =STDAV.S(C17:C31) |
| 5 | 4 | Vinje | 5713 | Gjennomsnitt-median | =F2-F3 | =G2-G3 |
| 6 | 5 | Sigdal | 5050 | | | |
| 7 | 6 | Larvik | 4890 | | | |
| 8 | 7 | Nord-Aurdal | 4806 | | | |
| 9 | 8 | Orkland | 4575 | | | |
| 10 | 9 | Fredrikstad | 4403 | | | |
| 11 | 10 | Ringeby | 4369 | | | |
| 12 | 11 | Hvaler | 4332 | | | |
| 13 | 12 | Sirdal | 4221 | | | |
| 14 | 13 | Oppdal | 4142 | | | |
| 15 | 14 | Nore og Uvdal | 4095 | | | |
| 16 | 15 | Asker | 4004 | | | |
| 17 | 16 | R16 | 3319,78095238096 | | | |
| 18 | 17 | R17 | 3112,72023809524 | | | |
| 19 | 18 | R18 | 2905,65952380953 | | | |
| 20 | 19 | R19 | 2698,59880952381 | | | |
| 21 | 20 | R20 | 2491,5380952381 | | | |
| 22 | 21 | R21 | 2284,47738095238 | | | |
| 23 | 22 | R22 | 2077,41666666667 | | | |
| 24 | 23 | R23 | 1870,35595238096 | | | |
| 25 | 24 | R24 | 1663,29523809524 | | | |
| 26 | 25 | R25 | 1456,23452380953 | | | |
| 27 | 26 | R26 | 1249,17380952381 | | | |
| 28 | 27 | R27 | 1042,1130952381 | | | |
| 29 | 28 | R28 | 835,052380952377 | | | |
| 30 | 29 | R29 | 627,991666666667 | | | |
| 31 | 30 | R30 | 628,991666666667 | | | |

Figure 23: Med formler

Vi ser at :

1. Gjennomsnitt er mindre fordi dataverdiene er mindre
2. Median er også mindre og forskjellen mellom gjennomsnitt og median er mindre.
3. Standardavvik er mindre fordi dataverdiene er mindre og gjennomsnitt er mindre.

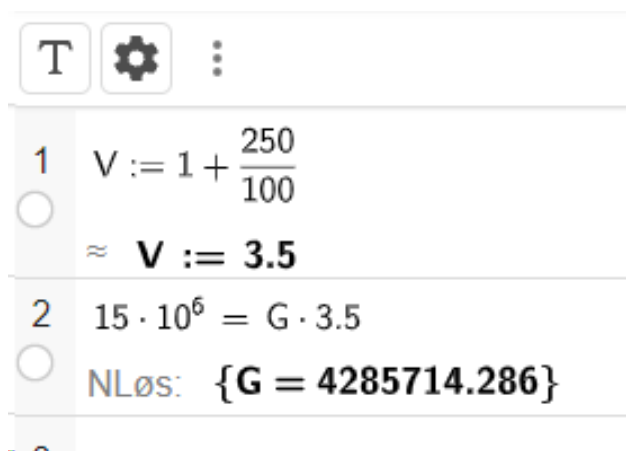
Se figurene ovenfor.

Oppgave 6 (2 poeng)

Vi har

$$N = G \cdot V$$

Vi bruker Cas:



1 $V := 1 + \frac{250}{100}$
 $\approx V := 3.5$

2 $15 \cdot 10^6 = G \cdot 3.5$
 NLøs: $\{G = 4285714.286\}$

Figure 24

I samme periode i 2021 reiste det omtrent 4285714 personer til og fra norske flyplasser.

Oppgave 8 (6 poeng)

8 a)

Vi bruker Excel. Nedbetalingsplan er vist i figurene nedenfor: Terminbeløp er Avdrag + renter på lånet

| | A | B | C | D | E |
|----|-----------|----------|-----------|-------------|-----------|
| 1 | Lånebeløp | 150000 | | | kr |
| 2 | Rentesats | 0,85 % | | | |
| 3 | Måned | Renter | Avdrag | Terminbeløp | Restlån |
| 4 | 1 | 1275,00 | 5000,00 | 6275,00 | 145000,00 |
| 5 | 2 | 1232,50 | 5000,00 | 6232,50 | 140000,00 |
| 6 | 3 | 1190,00 | 5000,00 | 6190,00 | 135000,00 |
| 7 | 4 | 1147,50 | 5000,00 | 6147,50 | 130000,00 |
| 8 | 5 | 1105,00 | 5000,00 | 6105,00 | 125000,00 |
| 9 | 6 | 1062,50 | 5000,00 | 6062,50 | 120000,00 |
| 10 | 7 | 1020,00 | 5000,00 | 6020,00 | 115000,00 |
| 11 | 8 | 977,50 | 5000,00 | 5977,50 | 110000,00 |
| 12 | 9 | 935,00 | 5000,00 | 5935,00 | 105000,00 |
| 13 | 10 | 892,50 | 5000,00 | 5892,50 | 100000,00 |
| 14 | 11 | 850,00 | 5000,00 | 5850,00 | 95000,00 |
| 15 | 12 | 807,50 | 5000,00 | 5807,50 | 90000,00 |
| 16 | 13 | 765,00 | 5000,00 | 5765,00 | 85000,00 |
| 17 | 14 | 722,50 | 5000,00 | 5722,50 | 80000,00 |
| 18 | 15 | 680,00 | 5000,00 | 5680,00 | 75000,00 |
| 19 | 16 | 637,50 | 5000,00 | 5637,50 | 70000,00 |
| 20 | 17 | 595,00 | 5000,00 | 5595,00 | 65000,00 |
| 21 | 18 | 552,50 | 5000,00 | 5552,50 | 60000,00 |
| 22 | 19 | 510,00 | 5000,00 | 5510,00 | 55000,00 |
| 23 | 20 | 467,50 | 5000,00 | 5467,50 | 50000,00 |
| 24 | 21 | 425,00 | 5000,00 | 5425,00 | 45000,00 |
| 25 | 22 | 382,50 | 5000,00 | 5382,50 | 40000,00 |
| 26 | 23 | 340,00 | 5000,00 | 5340,00 | 35000,00 |
| 27 | 24 | 297,50 | 5000,00 | 5297,50 | 30000,00 |
| 28 | 25 | 255,00 | 5000,00 | 5255,00 | 25000,00 |
| 29 | 26 | 212,50 | 5000,00 | 5212,50 | 20000,00 |
| 30 | 27 | 170,00 | 5000,00 | 5170,00 | 15000,00 |
| 31 | 28 | 127,50 | 5000,00 | 5127,50 | 10000,00 |
| 32 | 29 | 85,00 | 5000,00 | 5085,00 | 5000,00 |
| 33 | 30 | 42,50 | 5000,00 | 5042,50 | 0,00 |
| 34 | Sum | 19762,50 | 150000,00 | 169762,50 | |

Figure 25

| | A | B | C | D | E |
|----|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|
| 1 | Lånebeløp | 150000 | kr | | |
| 2 | Rentesats | 0,0085 | | | |
| 3 | Måned | Renter | Avdrag | Terminbeløp | Restlån |
| 4 | 1 | =B1*B2 | 5000 | =C4+B4 | =B1-C4 |
| 5 | 2 | =E4*\$B\$2 | 5000 | =C5+B5 | =E4-C5 |
| 6 | 3 | =E5*\$B\$2 | 5000 | =C6+B6 | =E5-C6 |
| 7 | 4 | =E6*\$B\$2 | 5000 | =C7+B7 | =E6-C7 |
| 8 | 5 | =E7*\$B\$2 | 5000 | =C8+B8 | =E7-C8 |
| 9 | 6 | =E8*\$B\$2 | 5000 | =C9+B9 | =E8-C9 |
| 10 | 7 | =E9*\$B\$2 | 5000 | =C10+B10 | =E9-C10 |
| 11 | 8 | =E10*\$B\$2 | 5000 | =C11+B11 | =E10-C11 |
| 12 | 9 | =E11*\$B\$2 | 5000 | =C12+B12 | =E11-C12 |
| 13 | 10 | =E12*\$B\$2 | 5000 | =C13+B13 | =E12-C13 |
| 14 | 11 | =E13*\$B\$2 | 5000 | =C14+B14 | =E13-C14 |
| 15 | 12 | =E14*\$B\$2 | 5000 | =C15+B15 | =E14-C15 |
| 16 | 13 | =E15*\$B\$2 | 5000 | =C16+B16 | =E15-C16 |
| 17 | 14 | =E16*\$B\$2 | 5000 | =C17+B17 | =E16-C17 |
| 18 | 15 | =E17*\$B\$2 | 5000 | =C18+B18 | =E17-C18 |
| 19 | 16 | =E18*\$B\$2 | 5000 | =C19+B19 | =E18-C19 |
| 20 | 17 | =E19*\$B\$2 | 5000 | =C20+B20 | =E19-C20 |
| 21 | 18 | =E20*\$B\$2 | 5000 | =C21+B21 | =E20-C21 |
| 22 | 19 | =E21*\$B\$2 | 5000 | =C22+B22 | =E21-C22 |
| 23 | 20 | =E22*\$B\$2 | 5000 | =C23+B23 | =E22-C23 |
| 24 | 21 | =E23*\$B\$2 | 5000 | =C24+B24 | =E23-C24 |
| 25 | 22 | =E24*\$B\$2 | 5000 | =C25+B25 | =E24-C25 |
| 26 | 23 | =E25*\$B\$2 | 5000 | =C26+B26 | =E25-C26 |
| 27 | 24 | =E26*\$B\$2 | 5000 | =C27+B27 | =E26-C27 |
| 28 | 25 | =E27*\$B\$2 | 5000 | =C28+B28 | =E27-C28 |
| 29 | 26 | =E28*\$B\$2 | 5000 | =C29+B29 | =E28-C29 |
| 30 | 27 | =E29*\$B\$2 | 5000 | =C30+B30 | =E29-C30 |
| 31 | 28 | =E30*\$B\$2 | 5000 | =C31+B31 | =E30-C31 |
| 32 | 29 | =E31*\$B\$2 | 5000 | =C32+B32 | =E31-C32 |
| 33 | 30 | =E32*\$B\$2 | 5000 | =C33+B33 | =E32-C33 |
| 34 | Sum | =SUMMER(B4:B33) | =SUMMER(C4:C33) | =SUMMER(D4:D33) | |

Figure 26: Med formler

8 b)

Fra figuren i oppgave a ser vi at det vil ta 30 måneder for å betale ned lånet.

8 c)

Fra figuren i oppgave a ser vi at det hun skal betale 19762,5 *kr* i renter.