2P Eksamen H2022 LK20 Løsningsforslag

Farhan Omar

19. desember 2022

Figur 1: Matematikk?

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (4 poeng)

1 a)

Datamaterialet sortert i stigende rekkefølge:

$$15,\ 15,\ 15,\ 20,\ 20,\ 20,\ 25,\ 25,\ 25,\ 100$$

Antall leste sider x	Frekvens f	$x \cdot f$	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens
15	3	$15 \cdot 3 = 45$	3	$\frac{3}{10} = 0,3$
20	3	$20 \cdot 3 = 60$	$3 + 3 = 6$	$\frac{3}{10} = 0,3$
25	3	$25 \cdot 3 = 75$	$6 + 3 = 9$	$\frac{3}{10} = 0,3$
100	1	$100 \cdot 1 = 100$	$9 + 1 = 10$	$\frac{1}{10} = 0,1$
Sum	10	280		1

Fra tabellen ser vi at:

$$Median = \frac{20+20}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$Gjennomsnitt = \frac{280}{10} = 28$$

1 b)

Median vil beskrive datasettet bedre siden den blir ikke påvirket av ekstremt høye eller lave verdier . Dataverdi 100 vil påvirke gjennomsnitt siden den er veldig stor i forhold til andre verdier.

Oppgave 2 (2 poeng)

$$kroneVerdi = \frac{100}{110,8}$$

$$1kr_{2019} = \frac{100}{110,8}kr_{2015} \Leftrightarrow 1kr_{2015} = \frac{110,8}{100}kr_{2019} = 1,108kr_{201},$$

$$\text{Reallønn}_{2015} = 400000 \cdot \frac{100}{100} = 400000\,Kr$$

$$= 400000 \cdot 1,108 = 400 \cdot 1108 = 4 \cdot 1108 \cdot 100 = 443200kr \quad \text{i 2019}$$

$$\text{Reallønn}_{2019} = 440000 \cdot \frac{100}{110,8} = 440000 \cdot \frac{100 \cdot 10}{110,8 \cdot \cdot 10} = 440000 \cdot \frac{1000}{1108} = \frac{440000000}{1108} = 397111,91Kr$$

Vi ser at reallønn i 2019 er mindre enn 2015 og derfor hadde Anna større kjøpekraft i 2015.

Oppgave 3 (2 poeng)

Vi kan bruke programmet for å vise om en trekant med sidene a,b,c er rettvinklet ved bruk av Pytagoras setning.

Vi kan endre linje 11 til :
print (Trekanten med siden a,b,c er rettvinklet ")

Oppgave 4 (4 poeng)

1)

Vi kan omskrive ulikheten ved å flytte leddet -4 til venstre side så får vi ulikheten $(f(x) < 0)$, altså grafen ligger under x-aksen og da kan vi bruke grafen til å finne løsningen. Løsningen blir $1 < x < 4$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$x^2 - 5x < -4$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0$$

$$f(x) < 0$$

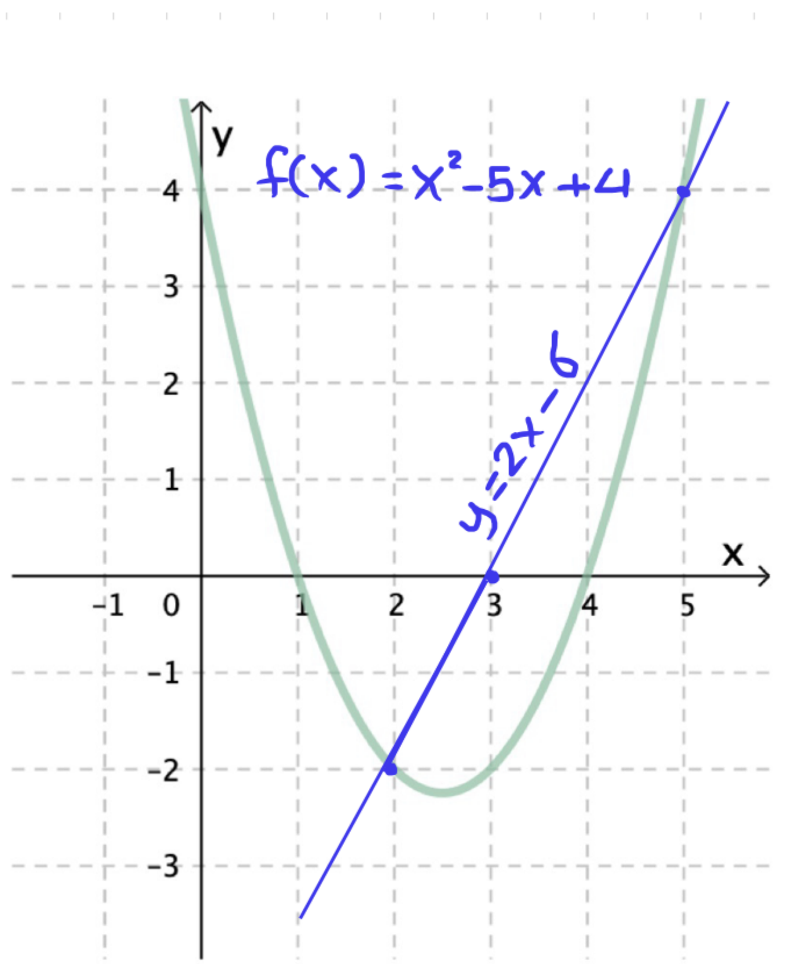
$$1 < x < 4$$

2)

Vi kan tegne linjen $y = 2x - 6$ så finne skjæringspunktene med grafen til $f(x)$ som blir løsningene til ligningen .

$$x^2 - 5x + 4 = 2x - 6$$
$$y = 2x - 6$$
$$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 6 = 4 - 6 = -2$$
$$x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$$

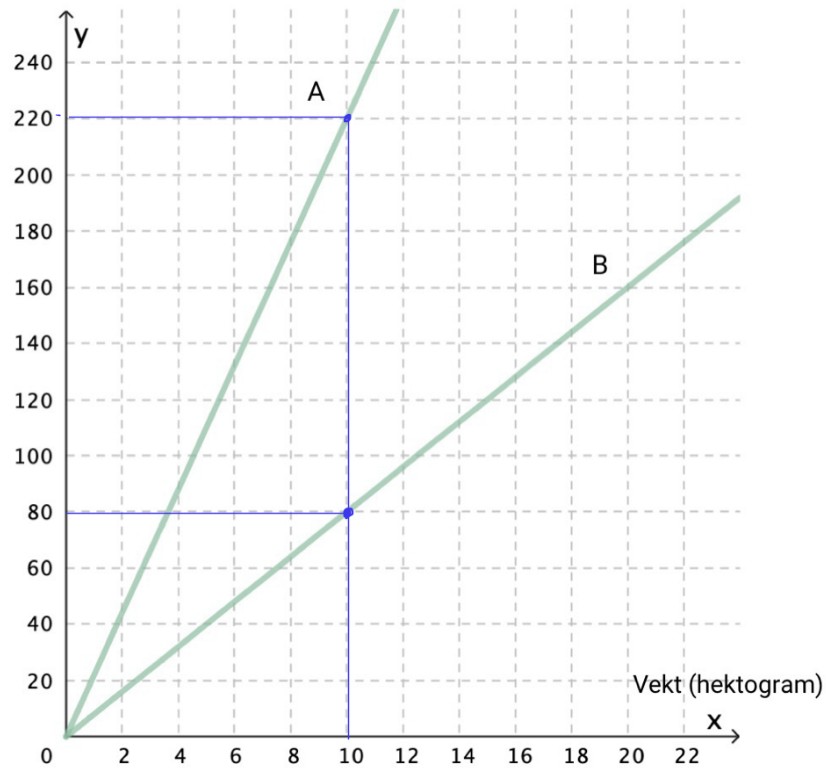
Vi bruker punktene $(2, -2), (3, 0)$ for å tegne linjen og ser at linjen og grafen skjærer hverandre i $x = 2$ og $x = 5$ som er løsningene for ligningen.



Figur 2

DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (2 poeng)



Figur 3

Fra grafen ser vi

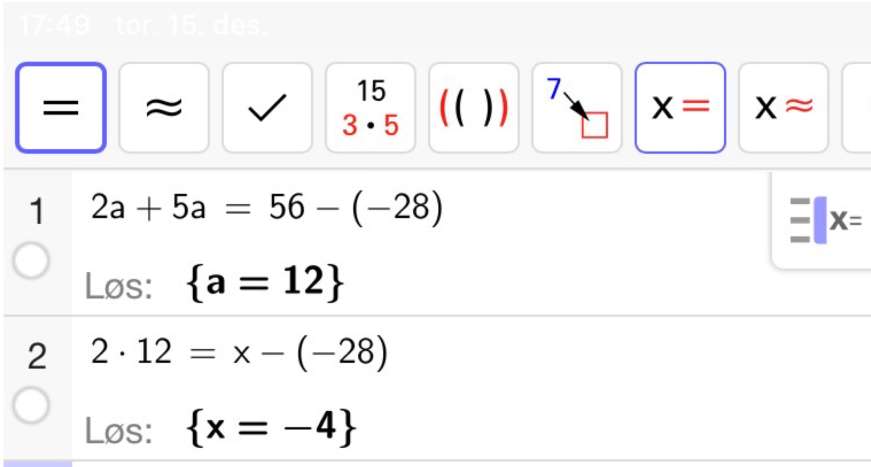
$$x = 10 \Rightarrow y_A = 80$$

$$x = 10 \Rightarrow y_B = 220$$

$$\text{Prisforskjell per hektogram } = \frac{220 - 80}{10} = \frac{140}{10} = 14\, kr \backslash hg$$

Oppgave 2 (2 poeng)

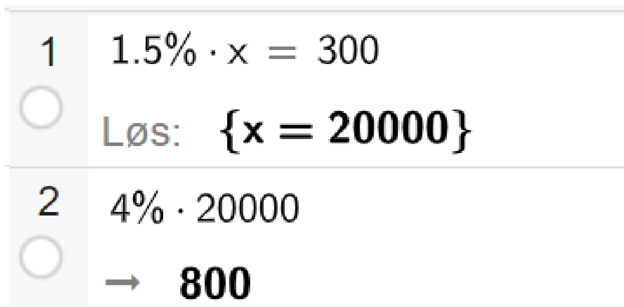
Vi bruker Cas og finner at det skal stå -4 i den tomme ruten. Se figuren nedenfor



Figur 4

Oppgave 3 (2 poeng)

La x være den originale prisen så kan vi bruke Cas i Geogebra for å finne x så 4% av den:



Figur 5

4% tilsvarer en prisøkning på 800 kr

Oppgave 4 (2 poeng)

La A være arealet av rektangelet siden arealet skal være konstant så x og y må være omvendt proporsjonale. Diagrammet E er den riktige siden den representerer omvendt proporsjonalitet (potens funksjon)

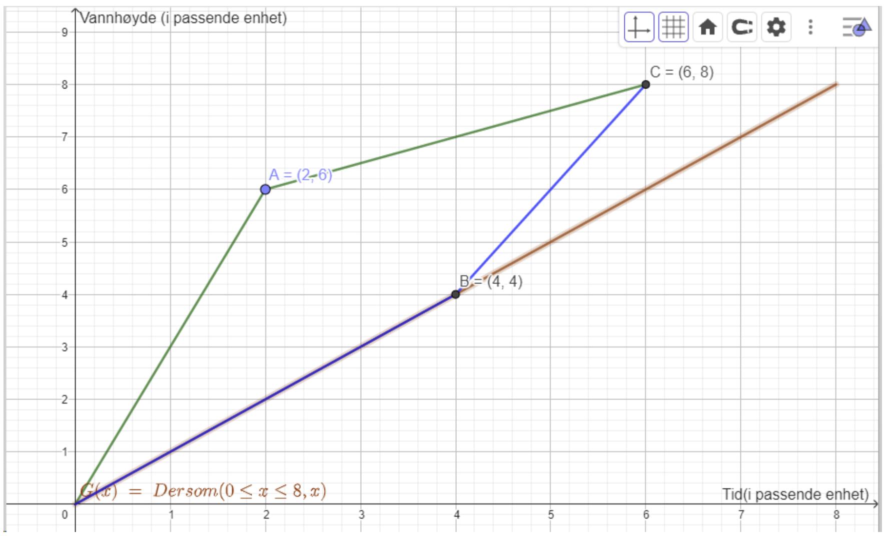
$$A = x \cdot y$$
$$y = \frac{A}{x}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

5 a)

Den grønne grafen er til beholder B siden den består av to rettlinjer med forskjellige stigninger. Den første rettlinjen med større stigning representerer den smale delen av beholderen og den andre rettlinjen med mindre stigning representerer den vide delen (krever mer tid for at vannhøyden skal øke).

Den oransje linjen som går gjennom punktene $(0, 0), (8, 8)$ er til beholder A siden vannhøyden øker lineært uten noe endring da beholderen har samme radius overalt.



Figur 6

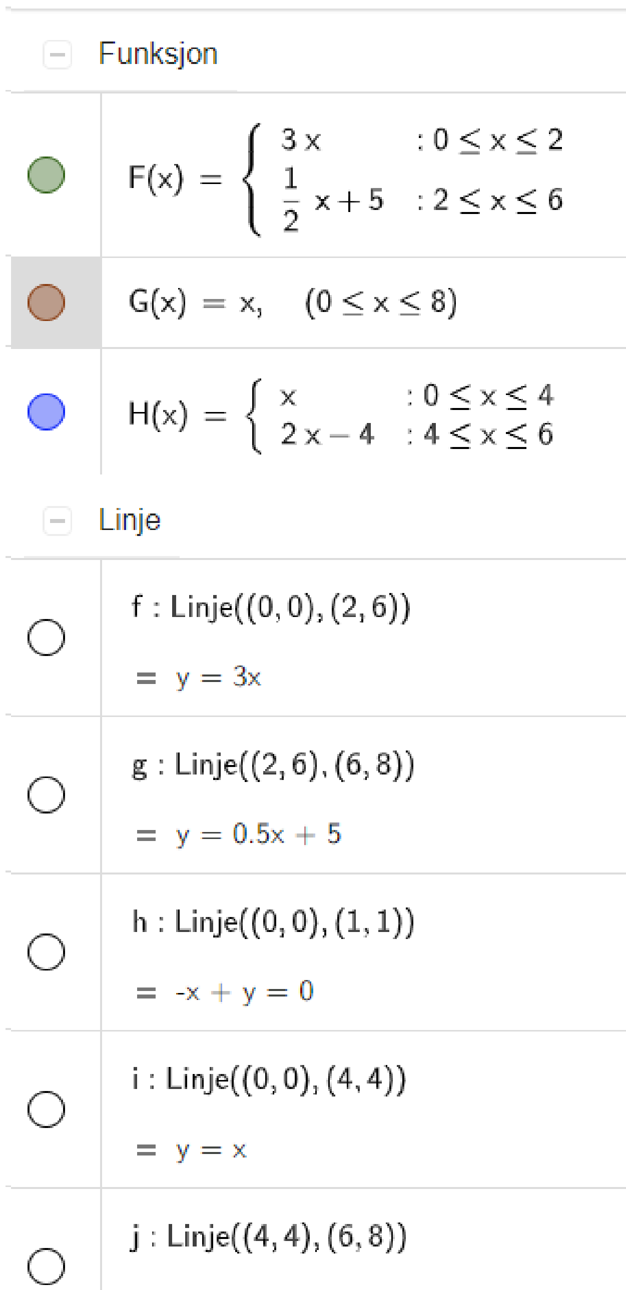
5 b)

Fra grafen til beholder B ser vi at den delen av beholderen med mindre radius fylles i løpet av 4 tidsenheter og den vide delen i løpet av 2 tidsenheter. Beholder B og C har samme volum og dermed skal trenge samme tid for å fylles.

Den vide delen av beholder C skal fylles i løpet av 2 tidsenheter og vannhøyden skal øke med samme verdi som i beholder A i løpet av fyllingsiden (2 tidsenheter). Den er representert med en linje mellom punktene $(0, 0)$ og $(4, 4)$.

Den samle delen av beholder C tar 4 tidsenheter for å fylles (fra 2 til 6 tidsenheter) og derfor er den representert med en linje mellom punktene $(4, 4)$ og $(6, 8)$. Hele grafen til beholder C er den blåe grafen.

Har funnet linjene ved å bruke Geogebra og kommando Linje(Punkt,Punkt) så tegnet funksjonene som skal gi grafene (funksjon med delt funksjonsuttrykk). Si figurene nedenfor:



Figur 7

Oppgave 6 (6 poeng)

6 a)

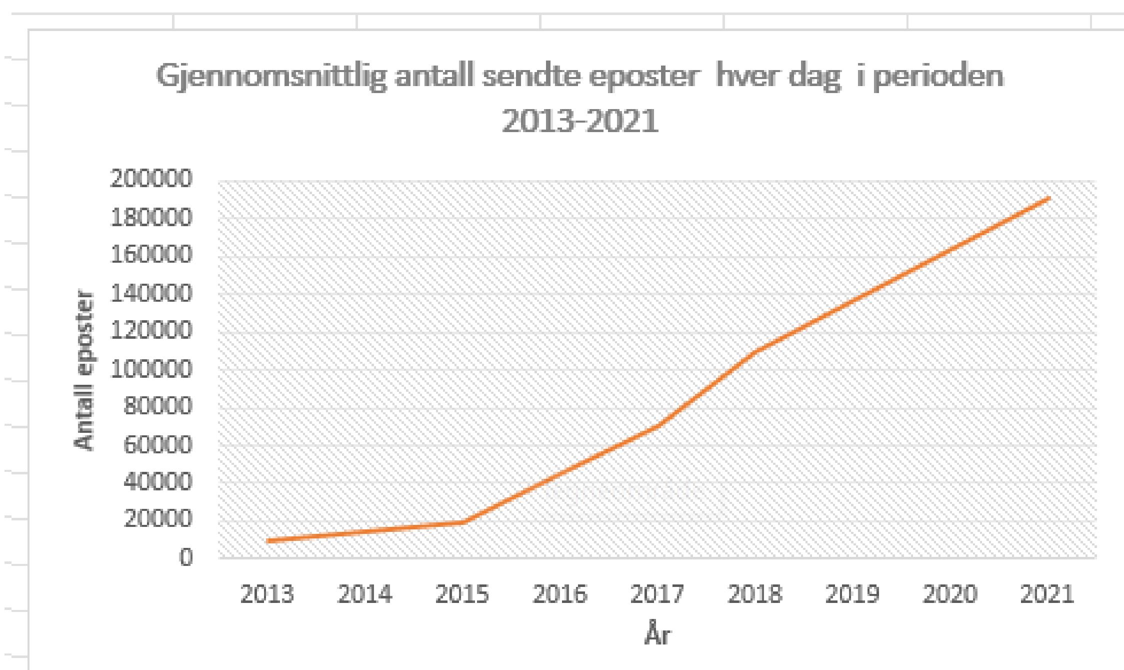
Navn på y-aksen er lite informativ og tittelen på grafen mangler og de horisontale linjene med fet skrift fra hver y verdi er ikke nødvendige. Forholdet mellom høyden og bredden på grafen er skjev også.

6b)

Jeg ville endret navn på y-aksen pg fjernet det horisontale linjene og lagt til tittel

	A	B
1	År	Gjennomsnittlig antall eposter sendt hver dag
2	2013	10000
3	2015	19000
4	2016	45000
5	2017	70000
6	2018	109000
7	2021	190000

Figur 8



Figur 9

6 c)

	A	B	C
1	År	Gjennomsnittlig antall eposter sendt hver dag	Økning per år
2	2013	10000	4500
3	2015	19000	26000
4	2016	45000	25000
5	2017	70000	39000
6	2018	109000	27000
7	2021	190000	

Figur 10

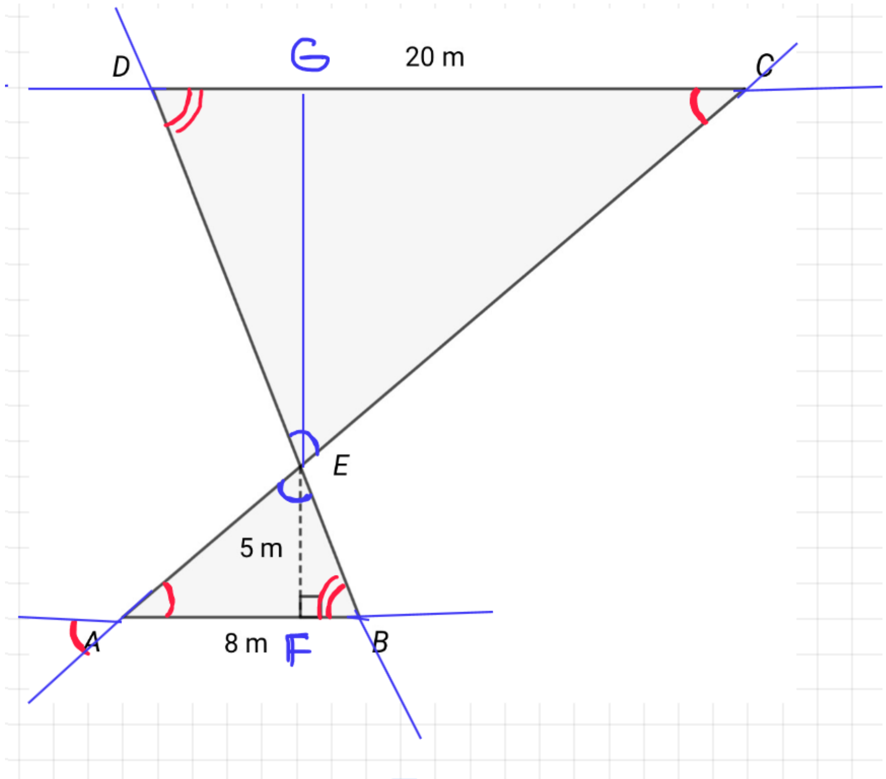
	A	B	C
1	År	Gjennomsnittlig antall eposter sendt hver dag	Økning per år
2	2013	10000	=(B3-B2)/2
3	2015	19000	=B4-B3
4	2016	45000	=B5-B4
5	2017	70000	=B6-B5
6	2018	109000	=(B7-B6)/3
7	2021	190000	

Figur 11: Med formler

Fra grafen og tabellen ser vi at antall e-poster som ble sendt i gjennomsnitt hver dag per år har økt mest fra 2017 til 2018. Merk at økning fra 2013 til 2014 og fra 2014 til 2015 er 4500. Økningen per år fra 2018 til 2021 er 27000. Så påstanden til Jens kan være riktig.

Oppgave 7 (5 poeng)

7a)



Figur 12

$$\angle AEB = \angle DEC \quad \text{topp vinkler}$$
$$\angle BAE = \angle DCE \quad \text{Samsvarende vinkler og parallelle linjer}$$
$$\angle EBA = \angle EDC \quad \text{Samsvarende vinkler og parallelle linjer}$$

Så trekantene ABE og CDE er formlike fordi alle samsvarende vinkler er parvis like.

7b)

Trekantene ABE og CDE er formlike og dermed er samsvarende sider er proporsjonale:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$$
$$\frac{8}{20} = \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$$
$$ArealABE = \frac{1}{2}.8 \cdot 5 = 20$$

Trekantene EFB og EGD er formlike fordi alle samsvarende vinkler er parvis like:

$$\angle DEG = \angle FEB \quad \text{topp vinkler}$$
$$\angle EFB = \angle EGD \quad \text{rett vinkler}$$
$$\angle FBE = \angle GDE \quad \text{Samsvarende vinkler og parallelle linjer}$$

og dermed er samsvarende sider er proporsjonale:

$$\frac{EF}{EG} = \frac{BE}{DE} = \frac{FB}{GD}$$
$$\frac{5}{EG} = \frac{8}{20} \Rightarrow 8 \cdot EG = 5 \cdot 20$$
$$EG = \frac{5 \cdot 20}{8} = 12,5$$
$$ArealCDE = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 12,5 = 125$$
$$\text{Areal av blomsterbedet} = 125 + 20 = 145\, m^2$$

Oppgave 8 (6 poeng)

8 a)

Vi bruker Excel (regneark) og får at Median blir 4575 hytter/fritidsbygg og gjennomsnitt blir også 4976 hytter/fritidsbygg mens standardavvik er på 1025 hytter/fritidsbygg .

	A	B	C	D	E	F
1		Region	Antall hytter/fritidsbygg			Regionene i oversikten
2	1	Ringsaker	7286		Gjennomsnitt	4976,266667
3	2	Trysil	6926		Median	4575
4	3	Hol	5832		Standardavvik	1025,22182
5	4	Vinje	5713		Gjennomsnitt-median	401,2666667
6	5	Sigdal	5050			
7	6	Larvik	4890			
8	7	Nord-Aurc	4806			
9	8	Orkland	4575			
10	9	Fredrikstai	4403			
11	10	Ringebu	4369			
12	11	Hvaler	4332			
13	12	Sirdal	4221			
14	13	Oppdal	4142			
15	14	Nore og U	4095			
16	15	Asker	4004			

Figur 13

	A	B	C	E	F
1		Region	Antall hytter/fritidsbygg		Regionene i oversikten
2	1	Ringsaker	7286	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(C2:C16)
3	2	Trysil	6926	Median	=MEDIAN(C2:C16)
4	3	Hol	5832	Standardavvik	=STDAV.S(C2:C16)
5	4	Vinje	5713	Gjennomsnitt-median	=F2-F3
6	5	Sigdal	5050		
7	6	Larvik	4890		
8	7	Nord-Aurdal	4806		
9	8	Orkland	4575		
10	9	Fredrikstad	4403		
11	10	Ringebu	4369		
12	11	Hvaler	4332		
13	12	Sirdal	4221		
14	13	Oppdal	4142		
15	14	Nore og Uvdal	4095		
16	15	Asker	4004		

Figur 14: Med formler

8 b)

Vi bruker Excel fyll-metode for å få noen tall for antall hytter/fritidsbygg i de neste 15 plassene (De skal selvfølgelig være mindre enn de første 15 plassene):

	A	B	C	E	F	G
1		Region	Antall hytter/fritidsbygg		Regionene i oversikten	De neste 15 plassene
2	1	Ringsaker	7286	Gjennomsnitt	4976,27	1884,23
3	2	Trysil	6926	Median	4575,00	1870,36
4	3	Hol	5832	Standardavvik	1025,22	904,04
5	4	Vinje	5713	Gjennomsnitt-median	401,27	13,87
6	5	Sigdal	5050			
7	6	Larvik	4890			
8	7	Nord-Aurd	4806			
9	8	Orkland	4575			
10	9	Fredriksta	4403			
11	10	Ringebu	4369			
12	11	Hvaler	4332			
13	12	Sirdal	4221			
14	13	Oppdal	4142			
15	14	Nore og U	4095			
16	15	Asker	4004			
17	**16**	**R16**	**3 320**			
18	**17**	**R17**	**3 113**			
19	**18**	**R18**	**2 906**			
20	**19**	**R19**	**2 699**			
21	**20**	**R20**	**2 492**			
22	**21**	**R21**	**2 284**			
23	**22**	**R22**	**2 077**			
24	**23**	**R23**	**1 870**			
25	**24**	**R24**	**1 663**			
26	**25**	**R25**	**1 456**			
27	**26**	**R26**	**1 249**			
28	**27**	**R27**	**1 042**			
29	**28**	**R28**	**835**			
30	**29**	**R29**	**628**			
31	**30**	**R30**	**629**			

Figur 15

	A	B	C	E	F	G
1		Region	Antall hytter/fritidsbygg		Regionene i oversikten	De neste 15 plassene
2	1	Ringsaker	7286	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(C2:C16)	=GJENNOMSNITT(C17:C31)
3	2	Trysil	6926	Median	=MEDIAN(C2:C16)	=MEDIAN(C17:C31)
4	3	Hol	5832	Standardavvik	=STDAV.S(C2:C16)	=STDAV.S(C17:C31)
5	4	Vinje	5713	Gjennomsnitt-median	=F2-F3	=G2-G3
6	5	Sigdal	5050			
7	6	Larvik	4890			
8	7	Nord-Aurdal	4806			
9	8	Orkland	4575			
10	9	Fredrikstad	4403			
11	10	Ringebu	4369			
12	11	Hvaler	4332			
13	12	Sirdal	4221			
14	13	Oppdal	4142			
15	14	Nore og Uvdal	4095			
16	15	Asker	4004			
17	**16**	**R16**	**3319,78095238096**			
18	**17**	**R17**	**3112,72023809524**			
19	**18**	**R18**	**2905,65952380953**			
20	**19**	**R19**	**2698,59880952381**			
21	**20**	**R20**	**2491,5380952381**			
22	**21**	**R21**	**2284,47738095238**			
23	**22**	**R22**	**2077,41666666667**			
24	**23**	**R23**	**1870,35595238096**			
25	**24**	**R24**	**1663,29523809524**			
26	**25**	**R25**	**1456,23452380953**			
27	**26**	**R26**	**1249,17380952381**			
28	**27**	**R27**	**1042,1130952381**			
29	**28**	**R28**	**835,052380952377**			
30	**29**	**R29**	**627,991666666667**			
31	**30**	**R30**	**628,991666666667**			

Figur 16: Med formler

Fra figurene ovenfor ser vi at :

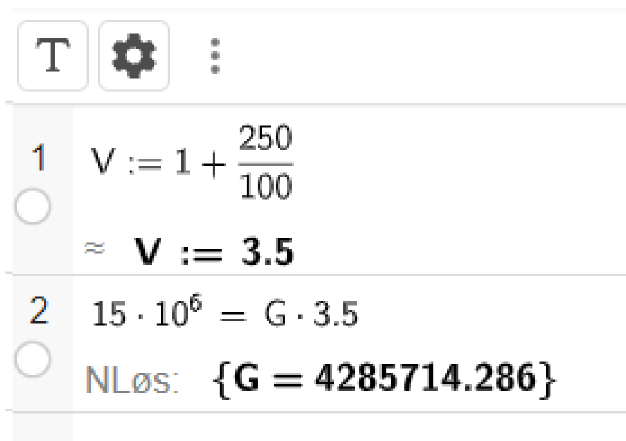
1. Gjennomsnitt er mindre fordi dataverdiene er mindre
2. Median er også mindre og forskjellen mellom gjennomsnitt og median er mindre.
3. Standardavvik er mindre fordi dataverdiene er mindre og gjennomsnitt er mindre.

Oppgave 9 (2 poeng)

Vi har

$$N = G \cdot V$$

Vi bruker Cas:



Figur 17

I samme periode i 2021 reiste det omtrent 4285714 personer til og fra norske flyplasser.

Oppgave 10 (10 poeng)

10 a)

Bruk av regneark:
Vi bruker Excel. Brukeren kan endre startbeløpet til den ønskede verdien så rulle ned til verdien blir fordoblet og se antall år. I regnearket har vi brukt startbeløp 1000 kr og fordoblingstid blir 35 år.

	A	B	C
1	Startbeløp	1000	
2	Rentasats	2 %	
3	År	Penger på starten av året	Penger på slutten av året
4	1	1000	1020
5	2	1020	1040,4
6	3	1040,4	1061,208
7	4	1061,208	1082,43216
8	5	1082,43216	1104,080803
9	6	1104,080803	1126,162419
10	7	1126,162419	1148,685668
11	8	1148,685668	1171,659381
12	9	1171,659381	1195,092569
13	10	1195,092569	1218,99442
14	11	1218,99442	1243,374308
15	12	1243,374308	1268,241795
16	13	1268,241795	1293,60663
17	14	1293,60663	1319,478763
18	15	1319,478763	1345,868338
19	16	1345,868338	1372,785705
20	17	1372,785705	1400,241419
21	18	1400,241419	1428,246248
22	19	1428,246248	1456,811173
23	20	1456,811173	1485,947396
24	21	1485,947396	1515,666344
25	22	1515,666344	1545,979671
26	23	1545,979671	1576,899264
27	24	1576,899264	1608,437249
28	25	1608,437249	1640,605994
29	26	1640,605994	1673,418114
30	27	1673,418114	1706,886477
31	28	1706,886477	1741,024206
32	29	1741,024206	1775,84469
33	30	1775,84469	1811,361584
34	31	1811,361584	1847,588816
35	32	1847,588816	1884,540592
36	33	1884,540592	1922,231404
37	34	1922,231404	1960,676032
38	35	1960,676032	1999,889553
39	36	1999,889553	2039,887344
40			

Figur 18

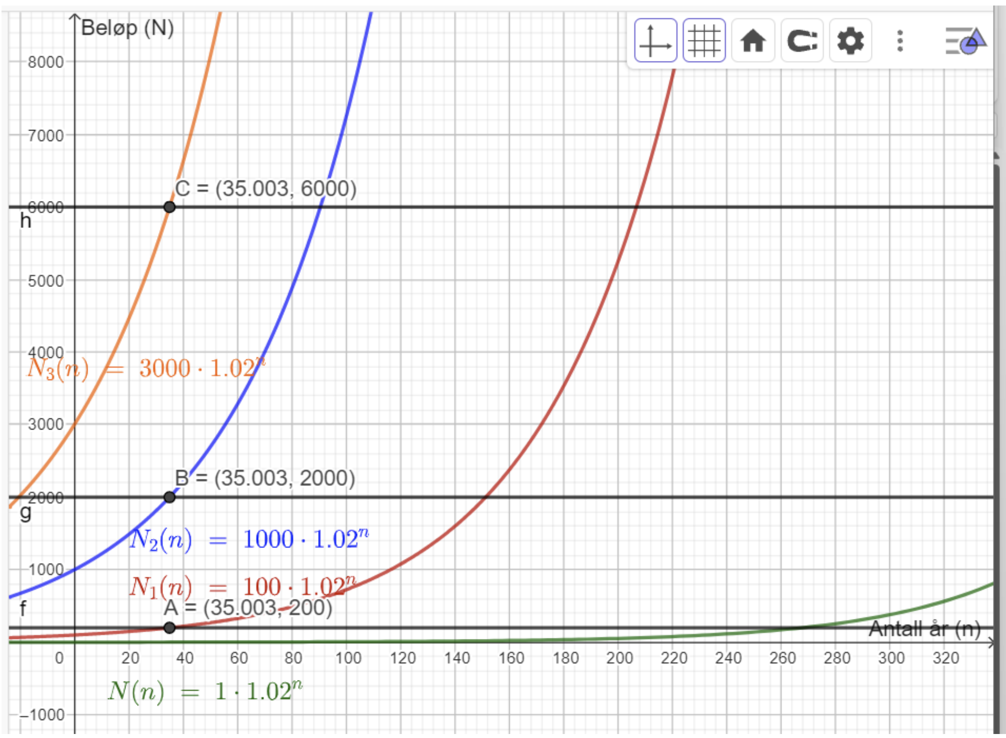
	A	B	C
1	Startbeløp	1000	
2	Rentasats	=2%	
3	År	Penger på starten av året	Penger på slutten av året
4	1	=B1	=B4*(1+$B$2)
5	2	=C4	=B5*(1+$B$2)
6	3	=C5	=B6*(1+$B$2)
7	4	=C6	=B7*(1+$B$2)
8	5	=C7	=B8*(1+$B$2)
9	6	=C8	=B9*(1+$B$2)
10	7	=C9	=B10*(1+$B$2)
11	8	=C10	=B11*(1+$B$2)
12	9	=C11	=B12*(1+$B$2)
13	10	=C12	=B13*(1+$B$2)
14	11	=C13	=B14*(1+$B$2)
15	12	=C14	=B15*(1+$B$2)
16	13	=C15	=B16*(1+$B$2)
17	14	=C16	=B17*(1+$B$2)
18	15	=C17	=B18*(1+$B$2)
19	16	=C18	=B19*(1+$B$2)
20	17	=C19	=B20*(1+$B$2)
21	18	=C20	=B21*(1+$B$2)
22	19	=C21	=B22*(1+$B$2)
23	20	=C22	=B23*(1+$B$2)
24	21	=C23	=B24*(1+$B$2)
25	22	=C24	=B25*(1+$B$2)
26	23	=C25	=B26*(1+$B$2)
27	24	=C26	=B27*(1+$B$2)
28	25	=C27	=B28*(1+$B$2)
29	26	=C28	=B29*(1+$B$2)
30	27	=C29	=B30*(1+$B$2)
31	28	=C30	=B31*(1+$B$2)
32	29	=C31	=B32*(1+$B$2)
33	30	=C32	=B33*(1+$B$2)
34	31	=C33	=B34*(1+$B$2)
35	32	=C34	=B35*(1+$B$2)
36	33	=C35	=B36*(1+$B$2)
37	34	=C36	=B37*(1+$B$2)
38	35	=C37	=B38*(1+$B$2)
39	36	=C38	=B39*(1+$B$2)
40			

Figur 19: Med formler

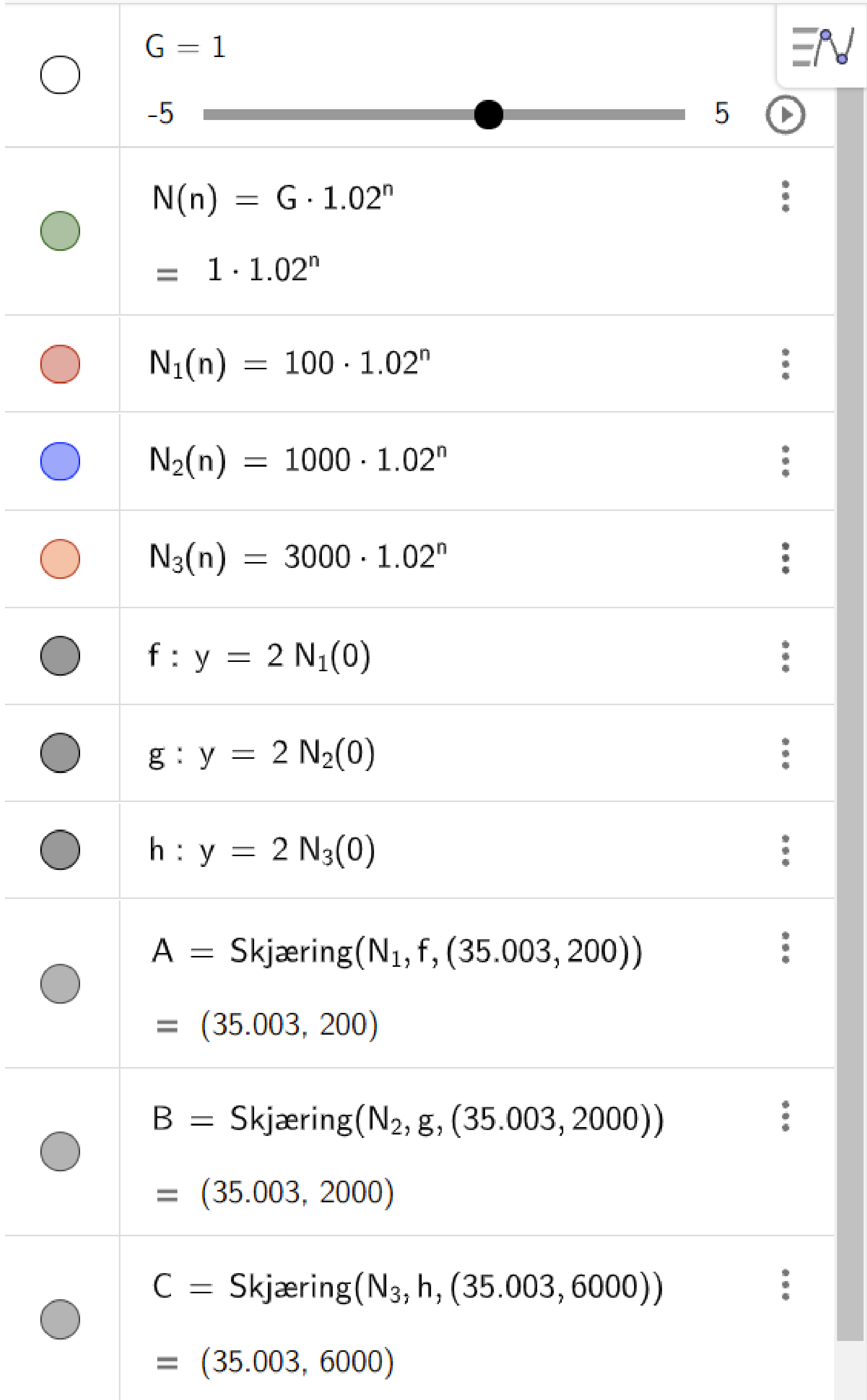
Grafisk framstilling:

Ved bruke graftegner i Geogebra: Vi kan tegne beløp som funksjon av antall år for ulike verdier av startbeløpet. Så kan vi tegne en horisontal linje $y = 2 \cdot$ startbeløpet så skjæring mellom den linjen og grafen for å finne antall år.

I grafen nedenfor har vi tegnet 3 grafer for startverdier $G = 100, 1000, 3000$ og ser når $G = 1000$ er fordoblingstiden $35,003$ år (punktet B på den blå grafen).



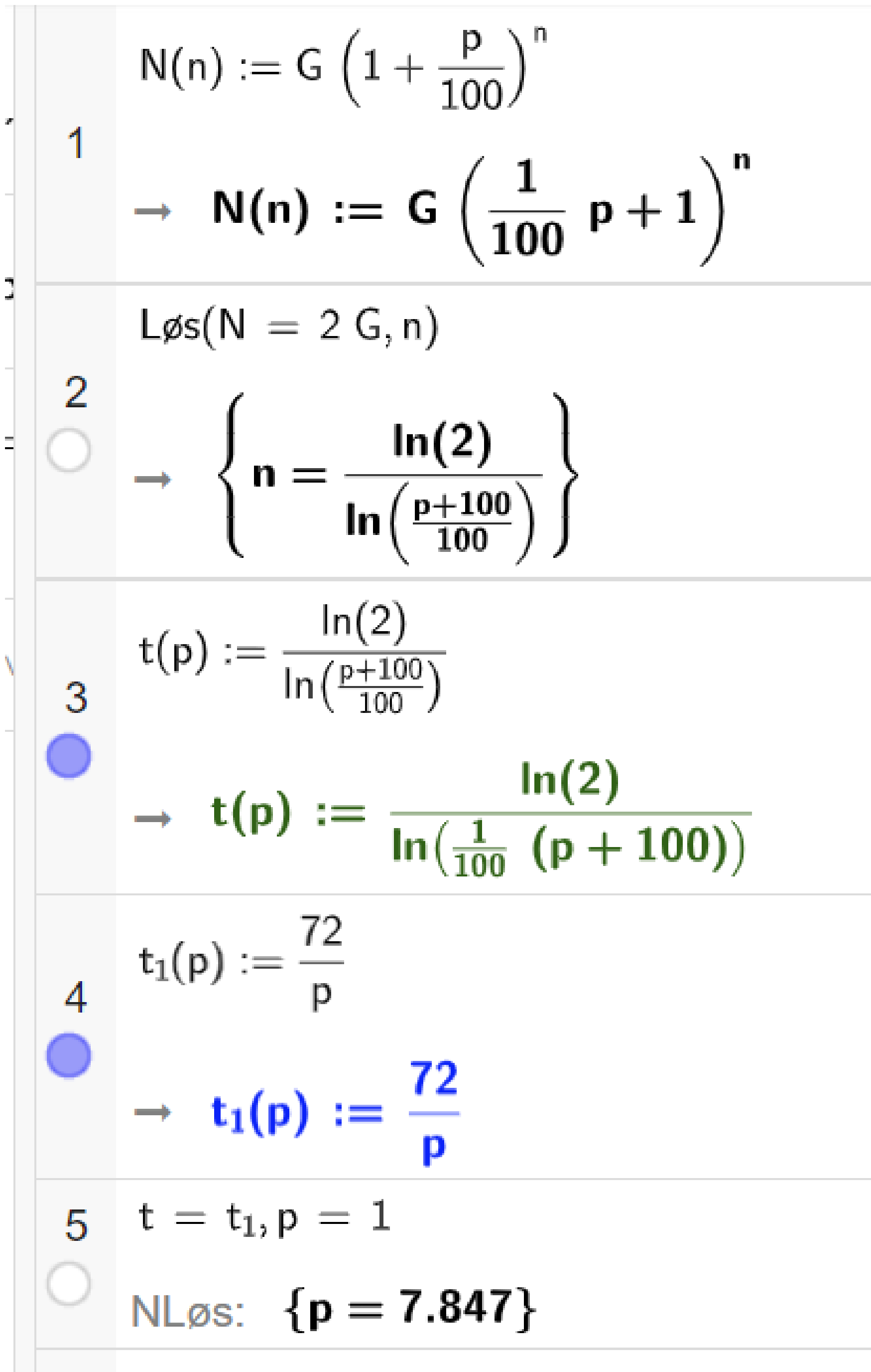
Figur 20


G = 1
-5
5
N(n) = G · 1.02^n
= 1 · 1.02^n
N_1(n) = 100 · 1.02^n
N_2(n) = 1000 · 1.02^n
N_3(n) = 3000 · 1.02^n
f : y = 2 N_1(0)
g : y = 2 N_2(0)
h : y = 2 N_3(0)
A = Skjæring(N_1, f, (35.003, 200))
= (35.003, 200)
B = Skjæring(N_2, g, (35.003, 2000))
= (35.003, 2000)
C = Skjæring(N_3, h, (35.003, 6000))
= (35.003, 6000)

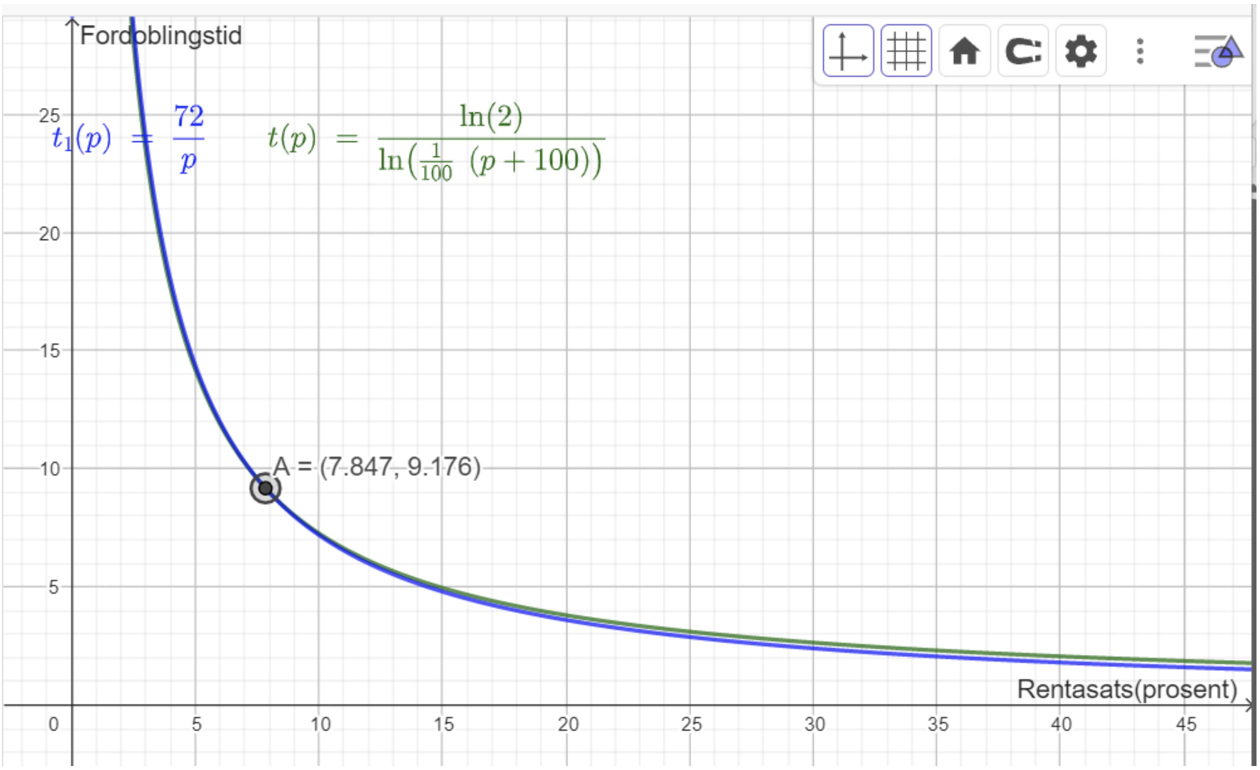
Figur 21

10 b)

Vi bruker Cas i Geogebra til å finne fordoblingstid til sparebeløpet $t(p)$ som funksjon av rentesats p så tegner vi den med funksjonen $t_1(p) = \frac{72}{p}$ (72-regelen) i samme koordinatsystem for å sammenligne.



Figur 22



Figur 23

Fra figuren ser vi at begge funksjonene er like når $p = 7,847$ men hvis rentesatsen er mindre enn den så 72-reglen gir marginalt lengre tid og motsatt hvis rentesatsen er større en den verdien.

- $p = 7,847$ så $t_1(p) = t(p)$
- $p < 7,847$ så $t_1(p) > t(p)$ marginalt
- $p > 7,847$ så $t_1(p) < t(p)$ og jo større p jo større forskjellen blir.

10 c)

Vi kan lage ny funksjon for 70-regelen $t_2(p) = \frac{70}{p}$ og tegne den i samme koordinatsystem som de to funksjonene i oppgave b via Geogebra Cas

1
$$N(n) := G\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$$
$$\rightarrow\ N(n) := G\left(\frac{1}{100}\,p+1\right)^n$$

2
Løs(N = 2 G, n)
$$\rightarrow\ \left\{n = \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{p+100}{100}\right)}\right\}$$

3
$$t(p) := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{p+100}{100}\right)}$$
$$\rightarrow\ t(p) := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{1}{100}\,(p+100)\right)}$$

4
$$t_1(p) := \frac{72}{p}$$
$$\rightarrow\ t_1(p) := \frac{72}{p}$$

5
$t = t_1, p = 1$

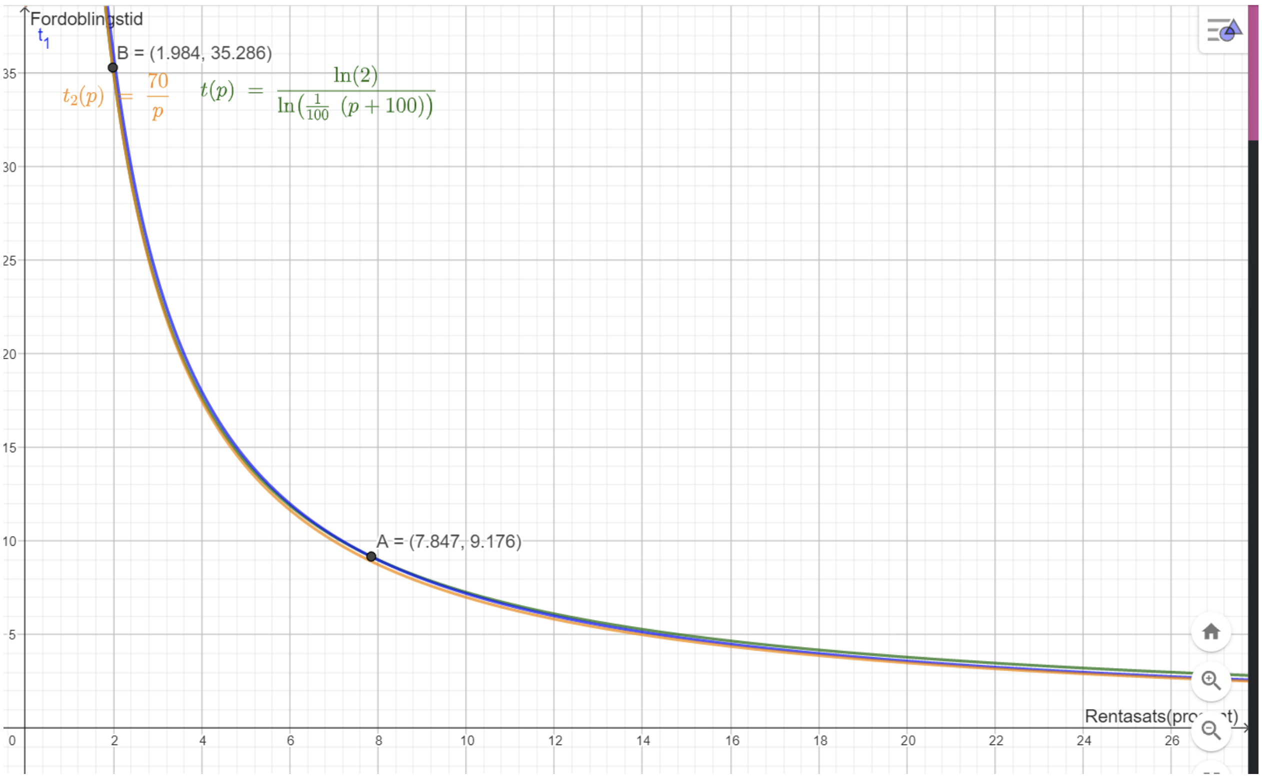
NLøs: $\{p = 7.847\}$

6
$$t_2(p) := \frac{70}{p}$$
$$\rightarrow\ t_2(p) := \frac{70}{p}$$

7
$t = t_2, p = 1$

NLøs: $\{p = 1.984\}$

Figur 24



Figur 25: Eksakt-regel, 72-regel og 70-regel i samme koordinatsystem

- $p = 1,984$ så $t_2(p) = t(p)$
- $p < 1,984$ så $t_1(p) > t(p)$ marginalt
- $p > 1,984$ så $t_1(p) < t(p)$ og jo større p jo større forskjellen blir.

Siden det er vanskelig å bruke grafen til sammenligning , lager vi helst oversikt i Excel for noen rentesatsverdier:
Vi bruker absoluttverdi funksjon (abs()) i Excel for å finne avvik (forskjell) mellomrom eksakt fordoblingstid og den fra 72-regel og 70-regel fordi fortegnet er ikke viktig her men vi er interessert i bare forskjellen.

	A	B	C	D	E	F
1	rentasats	Fordoblingstid (eksakt)	Fordoblingstid (72 regel)	Fordoblingstid (70 regel)	Avvik fra eksakt (72-regel)	Avvik fra eksakt (70-regel)
2	1	69,66	72,00	70,00	2,3393	0,3393
3	2	35,00	36,00	35,00	0,9972	0,0028
4	3	23,45	24,00	23,33	0,5502	0,1164
5	4	17,67	18,00	17,50	0,3270	0,1730
6	**5**	**14,21**	**14,40**	**14,00**	**0,1933**	**0,2067**
7	6	11,90	12,00	11,67	0,1043	0,2290
8	7	10,24	10,29	10,00	0,0409	0,2448
9	8	9,01	9,00	8,75	0,0065	0,2565
10	9	8,04	8,00	7,78	0,0432	0,2655
11	10	7,27	7,20	7,00	0,0725	0,2725
12	11	6,64	6,55	6,36	0,0964	0,2782
13	12	6,12	6,00	5,83	0,1163	0,2829
14	13	5,67	5,54	5,38	0,1330	0,2868
15	14	5,29	5,14	5,00	0,1472	0,2901
16	15	4,96	4,80	4,67	0,1595	0,2928
17	16	4,67	4,50	4,38	0,1702	0,2952
18	17	4,41	4,24	4,12	0,1796	0,2972
19	18	4,19	4,00	3,89	0,1878	0,2989
20	19	3,98	3,79	3,68	0,1952	0,3005
21	20	3,80	3,60	3,50	0,2018	0,3018
22	100	1,00	0,72	0,70	0,2800	0,3000
23	500	0,39	0,14	0,14	0,2429	0,2469
24	5000	0,18	0,01	0,01	0,1619	0,1623

Figur 26

	A	B	C	D	E	F
1	rentasats	Fordoblingstid (eksakt)	Fordoblingstid (72 regel)	Fordoblingstid (70 regel)	Avvik fra eksakt (72-regel)	Avvik fra eksakt (70-regel)
2	1	=LN(2)/LN((A2+100)/100)	=72/A2	=70/A2	=ABS(C2-B2)	=ABS(D2-B2)
3	2	=LN(2)/LN((A3+100)/100)	=72/A3	=70/A3	=ABS(C3-B3)	=ABS(D3-B3)
4	3	=LN(2)/LN((A4+100)/100)	=72/A4	=70/A4	=ABS(C4-B4)	=ABS(D4-B4)
5	4	=LN(2)/LN((A5+100)/100)	=72/A5	=70/A5	=ABS(C5-B5)	=ABS(D5-B5)
6	**5**	**=LN(2)/LN((A6+100)/100)**	**=72/A6**	**=70/A6**	**=ABS(C6-B6)**	**=ABS(D6-B6)**
7	6	=LN(2)/LN((A7+100)/100)	=72/A7	=70/A7	=ABS(C7-B7)	=ABS(D7-B7)
8	7	=LN(2)/LN((A8+100)/100)	=72/A8	=70/A8	=ABS(C8-B8)	=ABS(D8-B8)
9	8	=LN(2)/LN((A9+100)/100)	=72/A9	=70/A9	=ABS(C9-B9)	=ABS(D9-B9)
10	9	=LN(2)/LN((A10+100)/100)	=72/A10	=70/A10	=ABS(C10-B10)	=ABS(D10-B10)
11	10	=LN(2)/LN((A11+100)/100)	=72/A11	=70/A11	=ABS(C11-B11)	=ABS(D11-B11)
12	11	=LN(2)/LN((A12+100)/100)	=72/A12	=70/A12	=ABS(C12-B12)	=ABS(D12-B12)
13	12	=LN(2)/LN((A13+100)/100)	=72/A13	=70/A13	=ABS(C13-B13)	=ABS(D13-B13)
14	13	=LN(2)/LN((A14+100)/100)	=72/A14	=70/A14	=ABS(C14-B14)	=ABS(D14-B14)
15	14	=LN(2)/LN((A15+100)/100)	=72/A15	=70/A15	=ABS(C15-B15)	=ABS(D15-B15)
16	15	=LN(2)/LN((A16+100)/100)	=72/A16	=70/A16	=ABS(C16-B16)	=ABS(D16-B16)
17	16	=LN(2)/LN((A17+100)/100)	=72/A17	=70/A17	=ABS(C17-B17)	=ABS(D17-B17)
18	17	=LN(2)/LN((A18+100)/100)	=72/A18	=70/A18	=ABS(C18-B18)	=ABS(D18-B18)
19	18	=LN(2)/LN((A19+100)/100)	=72/A19	=70/A19	=ABS(C19-B19)	=ABS(D19-B19)
20	19	=LN(2)/LN((A20+100)/100)	=72/A20	=70/A20	=ABS(C20-B20)	=ABS(D20-B20)
21	20	=LN(2)/LN((A21+100)/100)	=72/A21	=70/A21	=ABS(C21-B21)	=ABS(D21-B21)
22	100	=LN(2)/LN((A22+100)/100)	=72/A22	=70/A22	=ABS(C22-B22)	=ABS(D22-B22)
23	500	=LN(2)/LN((A23+100)/100)	=72/A23	=70/A23	=ABS(C23-B23)	=ABS(D23-B23)
24	5000	=LN(2)/LN((A24+100)/100)	=72/A24	=70/A24	=ABS(C24-B24)	=ABS(D24-B24)

Figur 27: Med formler

Vi ser at avvik er nesten det samme når $p = 5$. Når rentesatsen er lavere enn 5% 70-regel har mindre avvik og vil være mer nøyaktig enn 72-regel men når rentesatsen er høyere enn 5% vil 72-regel være mer nøyaktig enn 70-regel så for de fleste rentesatser vil 72-regel gi bedre resultater og dermed påstanden til Margrete er ikke riktig.