S1 Eksamen V2022 LK20-Løsningsforslag

Farhan Omar

November 27, 2022

Figure 1: Hva er matte?!

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (2 poeng)

$$\begin{aligned}\left(2a^{-2}b\right)^{-1}\cdot\left(\frac{b^2}{a}\right)^2 &= (2)^{-1}\cdot\left(a^{-2}\right)^{-1}\cdot b^{-1}\cdot\frac{\left(b^2\right)^2}{a^2}\\ &= \frac{1}{2}\cdot a^2\cdot\frac{1}{b}\cdot\frac{b^4}{a^2}\\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{a^2}\cdot\frac{b^4}{b}\\ &= \frac{1}{2}b^3\end{aligned}$$

Oppgave 2 (3 poeng)

a)

$$\begin{aligned}O(x) &= -0,05\cdot x^2+100\cdot x-10000\\ O'(x) &= -0,1x+100\\ O'(500) &= -0,1\cdot 500+100\\ &= -50+100=50\end{aligned}$$

Overskuddet er i ferd med å øke med 50 kr hver uke per enhet når bedriften produserer og selger 500 enheter.

b)

$$\begin{aligned}O'(x)=0 &\Leftrightarrow -0,1x+100=0\\ 0,1x=100 &\Leftrightarrow x=\frac{100}{0,1}=\frac{100\cdot 10}{0,1\cdot 10}=1000\\ O''(x) &= -0,1<0\Rightarrow x=1000 \text{ er et topppunkt for } O(x).\\ O(1000) &= 0,05\cdot(1000)^2+100\cdot 1000-10000\\ &= -5\cdot 10^{-2}\cdot 10^6+10^5-10^4\\ &= -5\cdot 10^4+10\cdot 10^4-10^4\\ &= 4\cdot 10^4=40000\,kr\end{aligned}$$

Det maksimale overskuddet bedriften kan ha hver uke er $40000\,kr$

Oppgave 3 (2 poeng)

$$\begin{aligned}
\lg(x-3)+\lg(x) &= 1\\
\lg((x-3)\cdot x) &= 1\\
\lg\left(x^2-3x\right) &= 1\\
\lg\left(x^2-3x\right) &= 1\\
x^2-3x &= 10^1\\
x^2-3x-10 &= 0
\end{aligned}$$

Vi bruker sum og gang metode for å løse ligningen:

$$\begin{aligned}
Sum &: -3\\
Gang &: -10\\
(x-5)(x+2) &= 0\\
x-5=0 \text{ eller } x+2 &= 0\\
x=5 \text{ eller } x &= -2
\end{aligned}$$

$x=5$ er den eneste gyldige løsningen. $x=-2$ er ikke gyldig løsning siden det er $\lg(x)$ i ligningen og det finnes ikke logaritme for negative tall.

Oppgave 4 (2 poeng)

Metode 1:

$$\begin{aligned}
\lim_{h\to 0}\frac{(4+h)^2-4^2}{h} &= \frac{4^2-4^2}{0}=\frac{0}{0}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{\left((4+h)^2-4\right)'}{h'} \quad \text{(L'Hopitals regel)}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{2(4+h).1}{1}=\frac{2(4+0)\cdot 1}{1}=8
\end{aligned}$$

Metode 2:

$$\begin{aligned}
\lim_{h\to 0}\frac{(4+h)^2-4^2}{h} &= \lim_{h\to 0}\frac{4^2+2\cdot 4\cdot h+h^2-4}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{h^2+8h}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{h+8}{1} = 0+8 = 8
\end{aligned}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Antall hvite kuler : 2

Antall svarte kuler: 6

Antall trekk :2 uten tilbakelegging

Dette er et eksempel på hypergeometrisk fordeling . Siden det er to typer av kuler og trekkingen er uten tilbakelegging og X er antall hvite kuler som trekkes.

$$\begin{aligned}
P(x=k) &= \frac{\binom{m}{k}\cdot\begin{pmatrix} n- & m \\ r- & k\end{pmatrix}}{\binom{n}{r}}\\
P(x\geq 1) &= 1-p(x=0)\\
&= 1-\frac{\binom{2}{0}\binom{6}{2}}{\binom{8}{2}}\\
&= 1-\frac{1\cdot\frac{6!}{(6-2)!\cdot 2!}}{\frac{8!}{(8-2)!\cdot 2!}} = 1-\frac{\frac{6!}{4!\cdot 2}}{\frac{8!}{6!\cdot 2}}\\
&= 1-\frac{\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2}}{\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{6!\cdot 2}} = 1-\frac{3\cdot 5}{4\cdot 7}\\
&= 1-\frac{15}{28} = \frac{28-15}{28} = \frac{13}{28} = 0,464 = 46,4\%
\end{aligned}$$

b)

Antall hvite kuler : 2

Antall svarte kuler: m

Totalt: n=2+m

Antall trekk :2 uten tilbakelegging

Dette er også hypergeometrisk fordeling og X er antall svarte kuler som trekkes ut

$$P\left(x=k\right)=\frac{\begin{pmatrix}m\\k\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}n- & m\\r- & k\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}n\\r\end{pmatrix}}$$

$$P\left(x=2\right)=\frac{\begin{pmatrix}m\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}m+2\\2\end{pmatrix}}=\frac{\frac{m!}{(m-2)!\cdot 2}\cdot 1}{\frac{(m+2)!}{(m+2-2)!\cdot 2!}}=\frac{\frac{m!}{(m-2)!\cdot 2}}{\frac{(m+2)\cdot(m+1)\cdot m!}{m!\cdot 2}}$$

$$=\frac{m!\cdot}{(m-2)!\cdot 2}\cdot\frac{m!\cdot 2}{(m+2)\left(m+1\right)\cdot m!}=\frac{m!}{(m-2)!\cdot(m+2)\cdot(m+1)}$$

$$=\frac{m\cdot(m-1)\cdot(m-2)!}{(m-2)!\left(m+2\right)\left(m+1\right)}=\frac{m\left(m-1\right)}{\left(m+2\right)\left(m+1\right)}=0,5$$

$$\frac{m\left(m-1\right)}{\left(m+2\right)\left(m+1\right)}\geq\frac{1}{2}$$

$$\frac{m\left(m-1\right)}{\left(m+2\right)\left(m+1\right)}=\frac{1}{2}$$

$$m\left(m-1\right)\cdot 2=\left(m+2\right)\left(m+1\right)$$

$$2m^2-2m=m^2+m+2m+2$$

$$m^2-5m-2=0$$

$$m_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot(-2)}}{2\cdot 1}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{33}}{2}\text{ (Negative løsningen er ikke gyldig siden antall kuler kan ikke være negativt.)}$$

$$m=\frac{5+\sqrt{33}}{2}\approx 5,37$$

$$m\geq 6$$

Minste antall svarte kuler må være 6.

Løsning via programmering:

```
In [6]: import math
        def hypergeometrisk(k,m,r,n): # funksjon for hypergeometisk modell
            P=(math.comb(m,k)*math.comb(n-m,r-k))/math.comb(n,r) # math.comb() er gir binomilal koefisent n(c,r)
            return P
```

```
In [7]: #Metode1
        m_maks=10**6 # Maks antall kørnger
        m=0
        while m<m_maks and hypergeometrisk(2,m,2,m+2) <0.5: # Betingelse
            m=m+1
        print('Minste antall svarte kuler er' ,m,'og sannysnligheten er ',
              round(hypergeometrisk(2,m,2,m+2),3) )  # printe resultater

        Minste antall svarte kuler er 6 og sannysnligheten er  0.536
```

```
In [8]: #Metode2
        m_maks=10**6
        m=0
        while m<m_maks:
            p=hypergeometrisk(2,m,2,m+2)
            if p>=0.5:
                print(m,p)
                break
            else:
                pass
            m=m+1

        6 0.5357142857142857
```

```
In [9]: #Metode3
        m_maks=10**6
        m=0
        if m<m_maks:
            p=hypergeometrisk(2,m,2,m+2)
            while p<0.5:
                m=m+1
                p=p=hypergeometrisk(2,m,2,m+2)
        print(m,p)

        6 0.5357142857142857
```

Figure 2

DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (3 poeng)

Alle tre betingelsene for binomisk situasjon er oppfylt

1. Forsøket består n delforsøk (145 forsøk) (Vi trekker en kunde og sjekker om han/hun er turist eller ikke). .
2. Disse er uavhengige av hverandre . At første kunde var turist påvirker ikke at en annen skal være eller ikke være det.

3. Sannsynligheten for at en kunde er turist er det samme $p = 70\% = 0.7$.

Dette er binomisk forsøk (fordeling) med $p = 0,7, n = 145$ og vi skal finne sannsynligheten $P(X \geq 100)$ der X er antall kunder som er turister. Vi bruker sannsynlighetskalkulator og finner ut at sannsynlighet er $0,6453 = 64,5\%$.

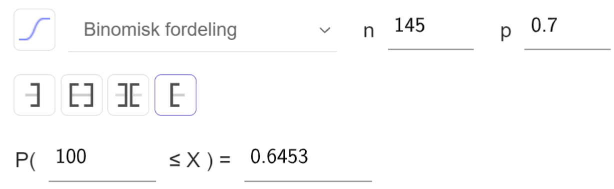

Figure 3

Oppgave 2 (5 poeng)

a)

Vi bruker Cas . Vi finner tangenten i punktet $(a, f(a))$ ved bruk av kommando Tanget(punkt,funksjon) så skjæring med x-aksen (rad 4) og y-aksen rad (3) så finner vi arealet av trekanten OAB som funksjon av a (rad 5) . vi setter $a = \frac{1}{2}$ i funksjonen for areal og da blir arealet lik $0,781$.

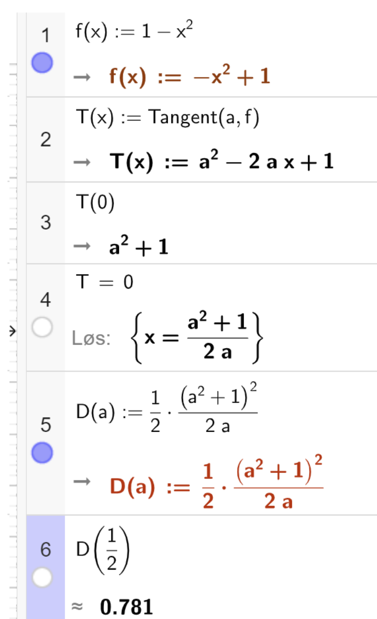

Figure 4

b)

Arealet er minst når den deriverte er null og den andrederiverte er positivt (bunnpunktet). Vi løser ligningen og velger kun den positive verdien av a siden $a \in (0, 1)$. Minste areal er $D = 0,77$.

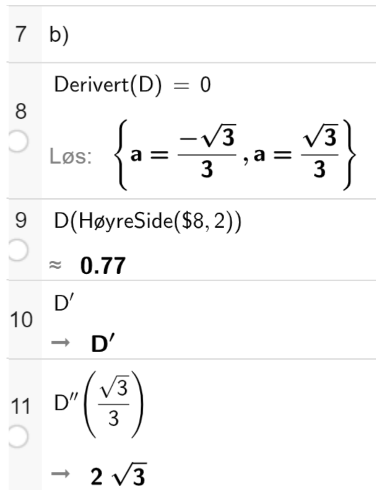

Figure 5

Vi bekrefter at arealet er minst ved å bruke andrederiverttest (rad 11).

Oppgave 3 (7 poeng)

a)

vi setter punktene i et regneark i Geogebra og lager liste med punkter så bruker jeg polynom av grad 2 og eksponential regresjon . Vi ser at begge to passer men polynom passer bedre med dataverdiene og den vokser mindre enn eksponential funksjon. Denne funksjonen kan ikke brukes veldig mye lengre bak start året siden y verdien blir da negativt men den passer relativt bra etter slutt året (2018) om utviklingen fortsetter. Den beste modellen blir funksjonen

$$g(x) = 0,19x^2 + 16,656x + 70,003$$

	C	D	E	F	G	H	I
1	År		Verdien av vareeksport (i milliarder kroner)				
2		0				91.7	
3		10				211.6	
4		20				529.8	
5		30				788.1	
6		38				1000.3	

Figure 6

Funksjon

$f_1(x) = \text{RegEksp}(l1)$

$\rightarrow 109.049 \cdot 1.066^x$

$g(x) = \text{RegPoly}(l1, 2)$

$\rightarrow 0.19\,x^2 + 17.656\,x + 70.003$

Liste

$l1 = \{A, B, C, D, E\}$

$\rightarrow \{(0,\ 91.7),\ (10,\ 211.6),\ (20,\ 529.8),\ (30,\ 788.1),\ (38,\ 1000.3)\}$

Figure 7

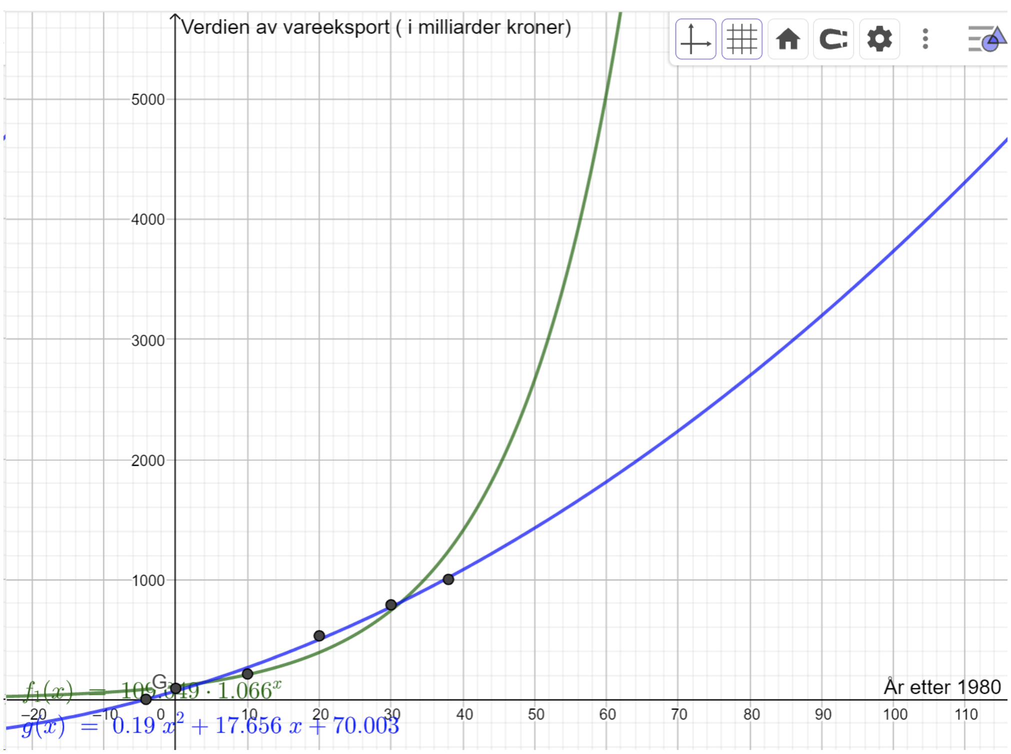

Figure 8

b)

Tall

$a = 2015 - 1980$

$\rightarrow 35$

$b = 2025 - 1980$

$\rightarrow 45$

$c = \dfrac{f_1(45) - f_1(35)}{45 - 35}$

$\rightarrow 91.431$

$d = \dfrac{g(45) - g(35)}{45 - 35}$

$\rightarrow 32.88$

Figure 9

Den gjennomsnittlige vekstfart fra 2015 til 2025 er $91,431$ milliarder kr/år via modell f_1 og .$32,88$ milliarder kr/år via modell g

c)

Verdien av væreimporten vill være 10 ganger større enn verdien i 1980 i juni 2021

$f(x) = 91 \cdot 1.057^{x}$

$l2 = \text{NLøs}(f(x) = 10\, f(0))$

$\approx \{x = 41.537\}$

$e = 1980 + 41$

$\longrightarrow 2021$

$h = 0.537 \cdot 12$

$\longrightarrow 6.444$

Figure 10

d)

Vi bruker graftegner of finner skjæringspunkt mellom eksport og import grafene . Det blir handelsoverskudd mellom juli 1981 og april 2029.

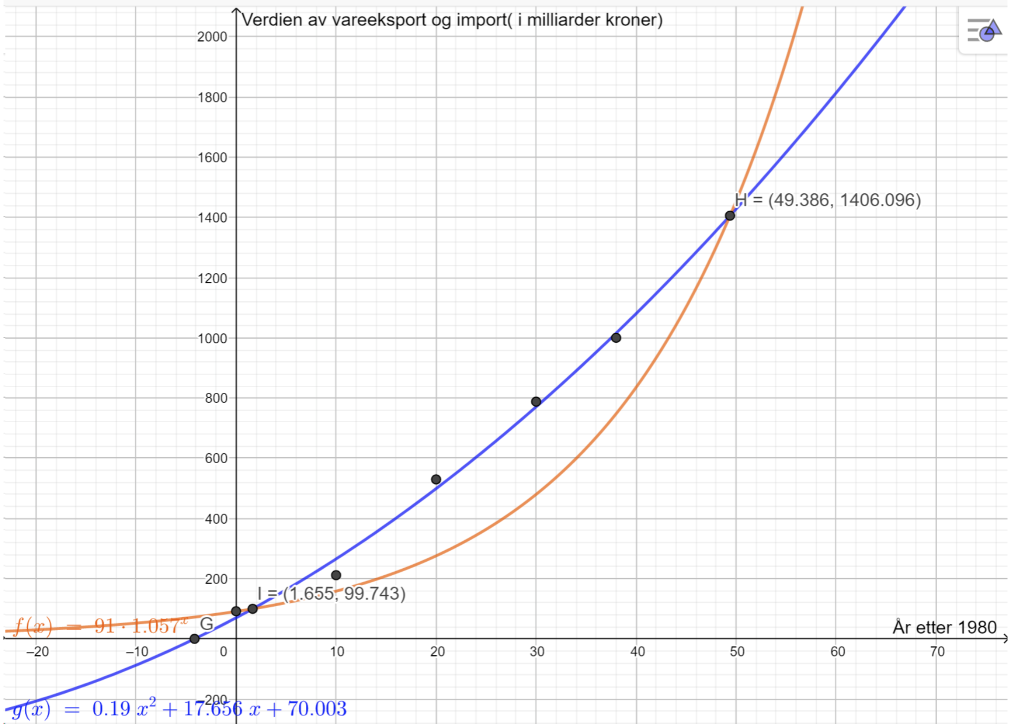
Verdien av vareeksport og import(i milliarder kroner)
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
-200
H = (49.386, 1406.096)
I = (1.655, 99.743)
$f(x) = 91 \cdot 1.057^x$
G
År etter 1980
−20
−10
0
10
20
30
40
50
60
70
$g(x) = 0.19\,x^2 + 17.656\,x + 70.003$

Figure 11

d)

H = Skjæring(f, g, (49.386, 1406.096))

→ (49.386, 1406.096)

i = 49 + 1980

→ 2029

j = 0.386 · 12

→ 4.632

I = Skjæring(g, f, (1.655, 99.743))

→ (1.655, 99.743)

k = 1980 + 1

→ 1981

l = 0.655 · 12

→ 7.86

Figure 12

Oppgave 4 (4 poeng)

Vi bruker De Store talls lov for å regne sannsynlighet og gjentar forsøket million ganger i begge delspørsmålene.

De store talls lov.

Dersom vi gjentar et forsøk mange nok ganger, vil den relative frekvensen for et utfall nærme seg ett bestemt tall. Dette tallet sier vi er sannsynligheten for utfallet.

a)

Vi bruker programmering med Python og finner ut at sannsynligheten $P(X > 60) = 0.13$. Se bildet nedover for koden:

```
In [2]: from random import randint
```

```
In [31]: N=10**6 # Vi gjentar forsøke million ganger
         gunstige=0
         for i in range(N):
             a=randint(1,10) # Tilfeldig tall mellom 1 og n (kast 1)
             b=randint(1,10) #  Tilfeldig tall mellom 1 og n (Kast 2)
             if a*b>60:
                 gunstige=gunstige+1
         print('P(X>60)=',gunstige/N)  # Sannsynlighet er antall gunstige /antall mulige

         P(X>60)= 0.129279
```

Figure 13

b)

Vi lager en funksjon av antall øyne n i Python som gir oss sannsynligheten $P(X > 60)$ og finner ut at $n = 17$ og da $P(X > 60) = 0.51$

b)

```
n [36]: def AntallØyne(n):
            N=10**6 # Vi gjentar forsøke million ganger
            gunstige=0
            for i in range(N):
                a=randint(1,n) # Tilfeldig tall mellom 1 og n (kast 1)
                b=randint(1,n) #  Tilfeldig tall mellom 1 og n (Kast 2)
                if a*b>60:
                    gunstige=gunstige+1
            P=gunstige/N
            return (round(P,2))
        for i in range(6,10**6):   # vi kjører funksjonen fra n=6 til n=million
            if AntallØyne(i)>=0.5:
                print('Antall øyne er:  ' ,i)
                print('P(X>60)=',AntallØyne(i))
                break

        Antall øyne er:   17
        P(X>60)= 0.51
```

Figure 14

Oppgave 5 (8 poeng)

a)

Vi bruker Geogebra(Algebrafelt) og finner ut at det $75\,mg$ av virkestoff som er igjen etter 24 timer.

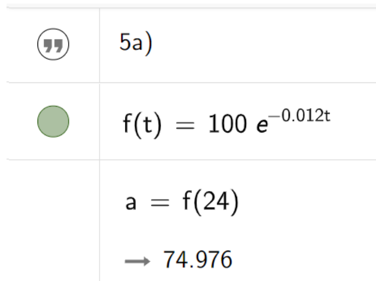

Figure 15

b)

$$g(t) = 100 \cdot e^{-0{,}012t}$$

Funksjonen g er kontinuerlig i definisjonsmengden som bør være $D_g = [0, \infty)$ fordi den er en eksponential funksjon

c)

Etter femte tablett ble tatt og like før sjette tablett blir tatt er det : $100 \cdot e^{-0{,}012 \cdot 24}$ mg virkestoff i kroppen.

Etter fjerde tablett ble tatt og like før femte tablett blir tatt er det : $100 \cdot (e^{-0{,}012 \cdot 24})^2$ mg virkestoff i kroppen.

Etter tredje tablett ble tatt og like før fjerde tablett blir tatt er det : $100 \cdot (e^{-0{,}012 \cdot 24})^3$ mg virkestoff i kroppen.

Etter andre tablett ble tatt og like før tredje tablett blir tatt er det : $100 \cdot (e^{-0{,}012 \cdot 24})^4$ mg virkestoff i kroppen.

Etter første tablett ble tatt og like før andre tablett blir tatt er det : $100 \cdot (e^{-0{,}012 \cdot 24})^5$ mg virkestoff i kroppen. Vi legger alle sammen via Cas:

$$1 \quad \text{Sum}\left(100\left(e^{-0.012\cdot 24}\right)^{n}, n, 1, 5\right)$$

$$\approx \mathbf{228.631}$$

Figure 16

Det er Ca. $229mg$ virkestoff like før han tar sjette tablett. Vi kan også bruke Excel:

A	B	C	D
Fast innskudd av virkestoff 100 mg hver dag kl 08:00			100
Hvor mye av virkestoff blir nedbrutt			0,250238408
Vekstfaktor			0,749761592
Dag	Virkestoff i kroppen kl 08:00	Virkestoff i kroppen like før kl 08:00 dagen etter (Etter 24 timer)	
0	100	74,98	
1	174,98	131,19	
2	231,19	173,34	
3	273,34	204,94	
4	304,94	228,63	

Figure 17

	A	B	C	D
1	**Fast innskudd av virkestoff 100 mg hver dag kl 08:00**			100
2	**Hvor mye av virkestoff blir nedbrutt**			**0,250238408**
3	**Vekstfaktor**			**0,749761592**
4				
5	**Dag**	**Virkestoff i kroppen kl 08:00**	**like før kl 08:00 dagen etter (Etter 24 timer)**	
6	0	100	74,98	
7	1	174,98	131,19	
8	2	231,19	173,34	
9	3	273,34	204,94	
10	4	304,94	228,63	

Figure 18

d)

Vi bruker Cas og setter antall døgn til uendelig:

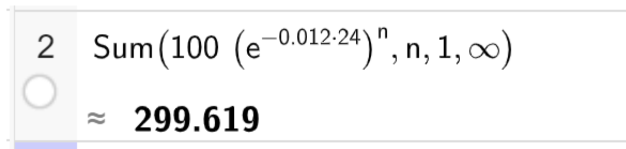

Figure 19

Det skal være Ca. $300\,mg$ virkestoff i kroppen til Arnt over lang tid om han tar en tablett i døgnet.

	A	B	C	D
1				
2	Hvor mye av virkestoff blir nedbrutt			0,250238408
3	Vekstfaktor			0,749761592
4				
5	Dag	Virkestoff i kroppen kl 08:00	Virkestoff i kroppen like før kl 08:00 dagen etter (Etter 24 timer)	
6	0	100	74,98	
7	1	174,98	131,19	
8	2	231,19	173,34	
9	3	273,34	204,94	
10	**4**	**304,94**	**228,63**	
11	5	328,63	246,39	
12	6	346,39	259,71	
13	7	359,71	269,70	
14	8	369,70	277,19	
15	9	377,19	282,80	
16	10	382,80	287,01	
17	11	387,01	290,16	
18	12	390,16	292,53	
19	13	392,53	294,30	
20	14	394,30	295,63	
21	15	395,63	296,63	
22	16	396,63	297,38	
23	17	397,38	297,94	
24	18	397,94	298,36	
25	19	398,36	298,67	
26	20	398,67	298,91	
27	21	398,91	299,09	
28	22	399,09	299,22	
29	23	399,22	299,32	
30	24	399,32	299,40	
31	25	399,40	299,45	
32	26	399,45	299,49	
33	27	399,49	299,52	
34	28	399,52	299,55	
35	29	399,55	299,57	
36	30	399,57	299,58	
37	31	399,58	299,59	
38	32	399,59	299,60	
39	33	399,60	299,60	
40	34	399,60	299,61	
41	35	399,61	299,61	
42	36	399,61	299,61	
43	37	399,61	299,61	
44	38	399,61	299,61	
45	**39**	**399,61**	**299,62**	
46	**40**	**399,62**	**299,62**	
47				

Figure 20

	A	B	C	D
2	Hvor mye av virkestoff blir nedbrutt			=1-D3
3	Vekstfaktor			=EKSP(-0,012*24)
4				
5	Dag	Virkestoff i kroppen kl 08:00	Virkestoff i kroppen like før kl 08:00 dagen etter (Etter 24 timer)	
6	0	=D1	=B6*D3	
7	1	=(D1+C6)	=B7*D3	
8	2	=(D1+C7)	=B8*D3	
9	3	=(D1+C8)	=B9*D3	
10	4	=(D1+C9)	=B10*D3	
11	5	=(D1+C10)	=B11*D3	
12	6	=(D1+C11)	=B12*D3	
13	7	=(D1+C12)	=B13*D3	
14	8	=(D1+C13)	=B14*D3	
15	9	=(D1+C14)	=B15*D3	
16	10	=(D1+C15)	=B16*D3	
17	11	=(D1+C16)	=B17*D3	
18	12	=(D1+C17)	=B18*D3	
19	13	=(D1+C18)	=B19*D3	
20	14	=(D1+C19)	=B20*D3	
21	15	=(D1+C20)	=B21*D3	
22	16	=(D1+C21)	=B22*D3	
23	17	=(D1+C22)	=B23*D3	
24	18	=(D1+C23)	=B24*D3	
25	19	=(D1+C24)	=B25*D3	
26	20	=(D1+C25)	=B26*D3	
27	21	=(D1+C26)	=B27*D3	
28	22	=(D1+C27)	=B28*D3	
29	23	=(D1+C28)	=B29*D3	
30	24	=(D1+C29)	=B30*D3	
31	25	=(D1+C30)	=B31*D3	
32	26	=(D1+C31)	=B32*D3	
33	27	=(D1+C32)	=B33*D3	
34	28	=(D1+C33)	=B34*D3	
35	29	=(D1+C34)	=B35*D3	
36	30	=(D1+C35)	=B36*D3	
37	31	=(D1+C36)	=B37*D3	
38	32	=(D1+C37)	=B38*D3	
39	33	=(D1+C38)	=B39*D3	
40	34	=(D1+C39)	=B40*D3	
41	35	=(D1+C40)	=B41*D3	
42	36	=(D1+C41)	=B42*D3	
43	37	=(D1+C42)	=B43*D3	
44	38	=(D1+C43)	=B44*D3	
45	39	=(D1+C44)	=B45*D3	
46	40	=(D1+C45)	=B46*D3	
47				

Figure 21

Oppgave 6 (10 poeng)

a)

Vi bruker Cas og ser at $k < 2$. Merk at $k \neq 2$ fordi da nevneren blir null i de to løsningene (rad 3)

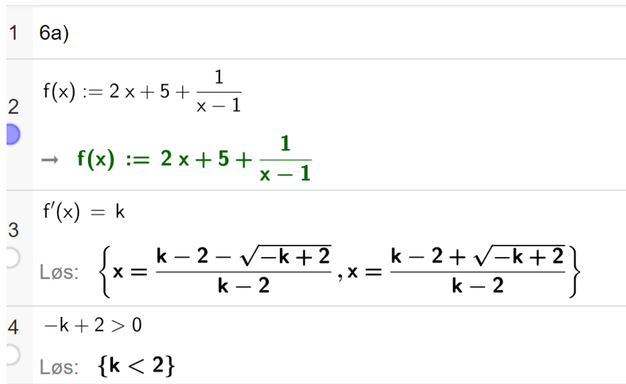

Figure 22

b)

En andregradsligning $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ har to løsninger $x_{1,2} = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$ og symmetrilinje $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$.

Vi bruker Cas og sjekker symmetri for en generell verdi for k:

Vi definerer en funksjon H (rad 6) så setter vi den lik null for å finne løsningene . Så finner vi symmetrilinjen (rad 8) og sjekker at løsningene er symmetriske (rad 9).

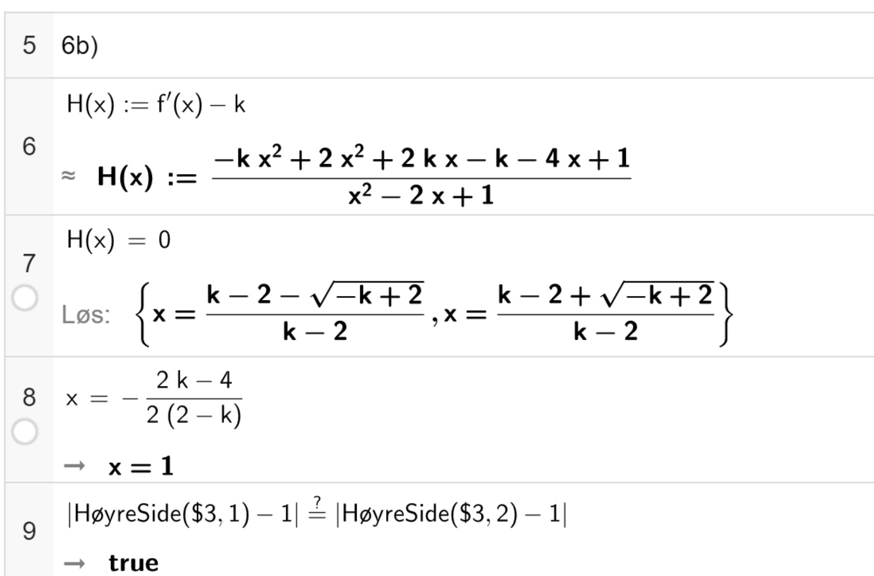

Figure 23

Løsning via Python programmering:

```python
import numpy as np
def h(k,x): # Funksjon h=f'(x)-k
    H=(2*x**2-4*x+1)/(x**2-2*x+1)-k
    return H
def symmetri(k):   # Funksjon for å sjekke symmetri
    x1=(k-2-np.sqrt(-k+2))/((k-2)) # Første løsning for f'(x)=k
    x2=(k-2+np.sqrt(-k+2))/((k-2)) # Andre løsning  for f'(x)=k
    s=(x1+x2)/2
    diff=abs(x1-s)-abs(x2-s) # Differansen mellom y-verdiene for de to løsningene
    if diff<=10**(-8):        # Symmetri betingelse
        print('Løsningne er symmetriske om linjen x= 1')
        return ( k,round(x1,2),round(x2,2) )
    else:
            print('Løsningne er ikke symmetriske')
```

```python
for k in np.arange (1,-10,-1):
    print(symmetri(k))
```

```
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(1, 2.0, -0.0)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(0, 1.71, 0.29)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-1, 1.58, 0.42)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-2, 1.5, 0.5)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-3, 1.45, 0.55)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-4, 1.41, 0.59)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-5, 1.38, 0.62)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-6, 1.35, 0.65)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-7, 1.33, 0.67)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-8, 1.32, 0.68)
Løsningne er symmetriske om linjen x= 1
(-9, 1.3, 0.7)
```

Figure 24

c)

Vi bruker Cas og ser at $a > 4$. Merk at $a \neq 4$ fordi da nevneren blir null i de to løsningene (rad 3)

1	$g(x) := a\,x + b + \frac{1}{x+d}$ $\rightarrow$ $\mathbf{g(x) := a\,x + b + \frac{1}{d+x}}$
2	$g'(x) = 4$ Løs: $\left\{ \mathbf{x = \frac{-(\sqrt{a-4}\,d+1)}{\sqrt{a-4}}, x = \frac{-(a-4)\,d + \sqrt{a-4}}{a-4}} \right\}$
3	$a - 4 > 0$ Løs: $\{\mathbf{a > 4}\}$

Figure 25

d)

Vi bruker Cas .Ligningen har løsning når $k < 3$ fordi utrykket under kvadratrot må være positivt eller null men siden det står $k - 3$ i nevneren så må vi kreve også at $k \neq 3$ (rad 2,3). Løsningene er symmetriske rundt linjen $x = -d$ (rad 4,5) siden de har samme avstand til linjen.

1	$g(x) := 3\,x + b + \frac{1}{x+d}$ $\rightarrow$ $\mathbf{g(x) := b + 3\,x + \frac{1}{d+x}}$
2	$g'(x) = k$ Løs: $\left\{ \mathbf{x = \frac{-(\sqrt{-k+3}\,d+1)}{\sqrt{-k+3}}, x = \frac{-(k-3)\,d - \sqrt{-k+3}}{k-3}} \right\}$
3	$-k + 3 > 0$ Løs: $\{\mathbf{k < 3}\}$
4	$s := \frac{\text{HøyreSide}(\$2,\ 1)\ +\ \text{HøyreSide}(\$2,\ 2)}{2}$ $\rightarrow$ $\mathbf{s := -d}$
5	$\lvert\text{HøyreSide}(\$2,1) - s\rvert \stackrel{?}{=} \lvert\text{HøyreSide}(\$2,2) - s\rvert$ $\rightarrow$ **true**

Figure 26

e)

Vi bruker Cas til å løse ligningssystemet og finner at $b = 5, d = -2$ (rad 9).

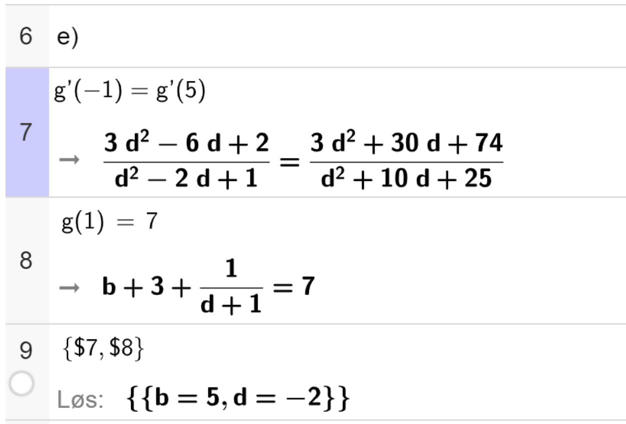

Figure 27