Eksamen

10.11.2022 | REA3026 Matematikk S1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar. (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 10 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi noko utteljing. Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Alle andre grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på nettsidene til Utdanningsdirektoratet.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgåve 1 (6 poeng)

Løys likningane

a) $10^x + 1 = \frac{101}{100}$

b) $x^3 + 3x^2 - 4x = 0$

c) $\lg(2x^2) - \lg x = 1$

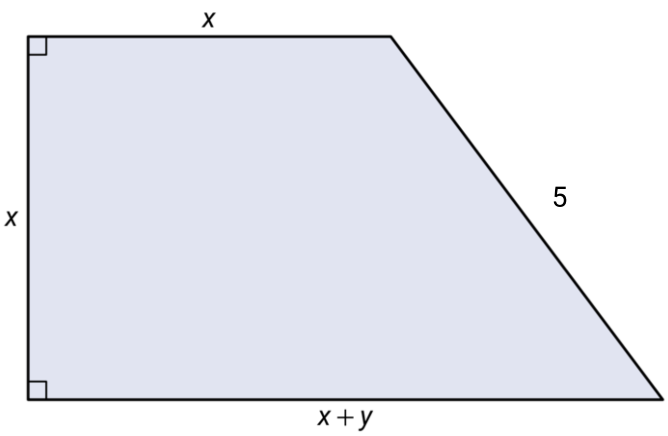
Oppgåve 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg.

a) $2(x+y)^2 - 2(x^2 + y^2) - y(4x + y)$

b) $\lg(a^4 b) - \lg\left(\frac{a^3}{b^2}\right) + \lg a^{-1}$

Oppgåve 3 (4 poeng)



I trapeset til høgre er omkrinsen 20 og $y > 0$.

a) Vis at opplysningane gir oss følgjande likningssystem:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ 3x + y &= 15 \end{aligned}$$

b) Løys likningssystemet ovanfor ved rekning, og bestem lengdene til sidene i trapeset.

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$-\frac{1}{2}x^2+4<2+\frac{3}{2}x$$

Oppgåve 5 (4 poeng)

Kjærasteparet Anita og Lars skal på telttur med seks av vennene sine. På turen skal tre av dei åtte vennene setje opp telta. Dei fem andre skal lage mat. Dei trekkjer tilfeldig ut kven som skal gjere dei ulike oppgåvene.

a) Kva er sannsynet for at både Anita og Lars blir trekte ut til å setje opp telta?

b) Kva er sannsynet for at Anita og Lars ikkje blir trekte ut til å gjere same arbeidsoppgåve?

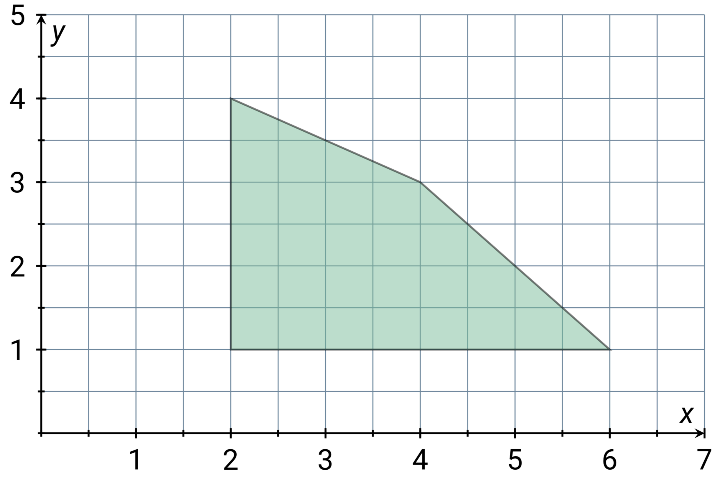
Oppgåve 6 (2 poeng)

I Noreg er 1,5 prosent av befolkninga tvillingar.

Det skal trekkjast ut 50 lærarar til å vere sensor på ein matematikkeksamen.

Legg nødvendige føresetnader til grunn, og set opp eit uttrykk som kan brukast til å bestemme sannsynet for at minst éin av lærarane er født som tvilling. Du skal ikkje rekne ut dette sannsynet.

Oppgåve 7 (4 poeng)



I figuren har vi markert eit område.

a) Set opp ulikskapar som avgrensar dette området.

Ei rett linje på forma $y = kx + b$ går gjennom punktet $(-4, 1)$.

b) Kva verdiar for k gjer at området på figuren blir uforandra når vi òg inkluderer ulikskapen $y \leq kx + b$ i ulikskapane frå oppgåve a)?

Oppgåve 8 (4 poeng)

For små lekamar som krinsar rundt sola, er temperaturen T (målt i $^\circ\text{C}$) gitt ved formelen

$$T(x) = \frac{276}{\sqrt{x}} - 273$$

Her er x avstanden mellom lekamen og sola, målt i astronomisk eining (AE).

> 1 AE er den gjennomsnittlege avstanden mellom sola og jorda.

a) Finn temperaturen på ein lekam som har avstanden 4 AE til sola.

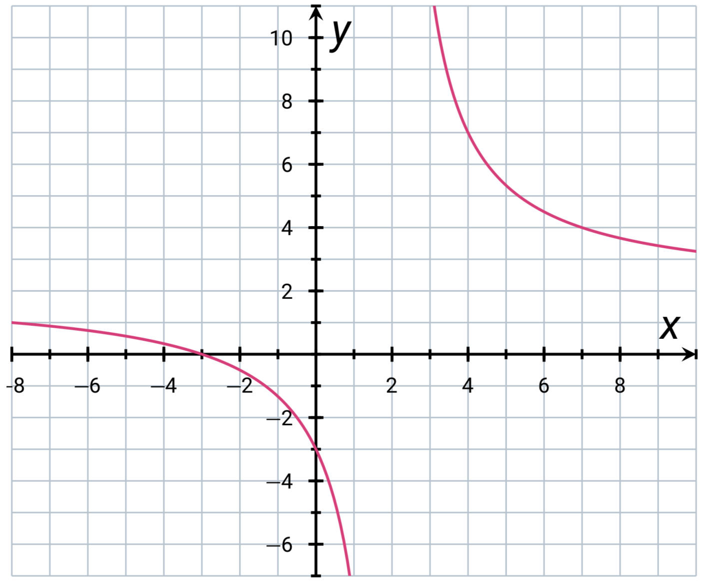
Ein lekam som krinsar rundt sola, har ein temperatur på $-204\,^\circ\text{C}$.

b) Kva er avstanden frå sola til denne lekamen (målt i AE)?

Oppgåve 9 (3 poeng)

Figuren nedanfor viser grafen til ein rasjonal funksjon f på forma

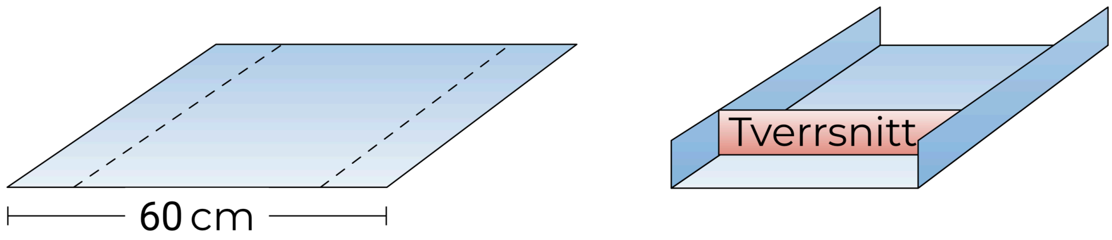
$$f(x)=\frac{ax+b}{x-2}\ ,\quad x\neq 2$$



Bestem a, b og asymptotane til f.

Oppgåve 10 (3 poeng)

Vi skal bruke ei metallplate med breidd 60 cm til å lage ei renne med rektangulært tverrsnitt. Dette gjer vi ved å brette opp metallplata som vist på figuren nedanfor.



Kor skal vi brette metallplata slik at tverrsnittet av renna (det markerte området på figuren) får størst mogleg areal?
Kor stort blir dette arealet?

Del 2

Oppgåve 1 (6 poeng)

Ein kortstokk består av fire typar kort: ruter, kløver, hjarter og spar. Kvar type består av 13 kort, med ulike verdiar.

Vi trekkjer tilfeldig fem kort utan tilbakelegging frå ein slik kortstokk.

a) Bestem sannsynet for at alle dei fem korta er hjarter.

b) Bestem sannsynet for at nøyaktig to av dei fem korta er hjarter.

c) Kva er sannsynet for at dei fem korta inneheld minst eitt kort av kvar type?

Oppgåve 2 (8 poeng)

Tabellen nedanfor viser verdien av den totale vareeksporten frå Noreg for nokre år i perioden 1980–2018.

År	1980	1990	2000	2010	2018
Verdien av vareeksporten (i milliardar kroner)	91,7	211,6	529,8	788,1	1000,3

a) Bruk tala frå tabellen til å lage to ulike modellar som kan brukast til å anslå verdien av norsk vareeksport i åra framover. Grunngi kva for ein av modellane du meiner passar best i denne situasjonen. Kall denne modellen for g.

b) Anslå den gjennomsnittlege årlege veksten av norsk vareeksport frå 2015 til 2025 for kvar av dei to modellane du fann i oppgåve a).

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 91 \cdot 1{,}057^x$$

er ein modell for verdien av den totale vareimporten til Noreg i milliardar kroner, x år etter 1980.

c) Når vil verdien av vareimporten til Noreg vere 10 gonger større enn det han var i 1980?

Dersom verdien av vareeksporten i eit land er større enn verdien av vareimporten, seier vi at landet har eit handelsoverskot.

d) Bruk modellane f og g til å vurdere når Noreg vil ha eit handelsoverskot.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Ei bedrift produserer to typar ostar, Kraftig og Edel. Kraftig veg 200 g, mens Edel veg 250 g.

Bedrifta kan lage inntil 60 kg ost per dag. Eigarane vil at det skal produserast minst 24 kg Kraftig og minst 18 kg Edel per dag.

Dei tilsette i bedrifta arbeider til saman 32 timar per dag. Dei bruker i gjennomsnitt 7,5 minutt på å produsere ein ost av merket Kraftig og 6 minutt på å produsere ein ost av merket Edel.

La x vere talet på ostar dei produserer kvar dag av Kraftig, og y vere talet på ostar dei produserer kvar dag av Edel.

a) Forklar at x og y må liggje i eit område bestemt av ulikskapane

$$\begin{aligned} x &\geq 120 \\ y &\geq 72 \\ x + 1{,}25y &\leq 300 \\ 1{,}25x + y &\leq 320 \end{aligned}$$

b) Marker området som er avgrensa av ulikskapane i oppgåve a), i eit koordinatsystem.

Bedrifta har ei forteneste på 16 kroner per ost for Kraftig og 12 kroner per ost for Edel.

c) Kva er det største overskotet bedrifta kan ha per dag?

Oppgåve 4 (4 poeng)

Ei anna bedrift produserer berre éin type ostar. Om denne bedrifta får du vite følgjande:

- Det daglege overskotet O kan beskrivast ved hjelp av ein andregradsfunksjon $O(x)$, der x er talet på produserte ostar.
- Overskotet er størst når dei produserer 450 ostar per dag.
- Overskotet er på 4400 kroner dersom dei produserer 600 ostar per dag.
- Dersom dei ein dag ikkje produserer nokon ostar, vil dei få eit underskot på 6000 kroner.

a) Kor stort blir overskotet dersom dei produserer 300 ostar per dag?

Du får vite at dei daglege kostnadene ved å produsere 150 ostar er 16 000 kroner.

b) Kva er salsprisen per ost?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 10 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (6 poeng)

Løs likningene

a) $10^{x}+1=\frac{101}{100}$

b) $x^{3}+3x^{2}-4x=0$

c) $\lg(2x^{2})-\lg x=1$

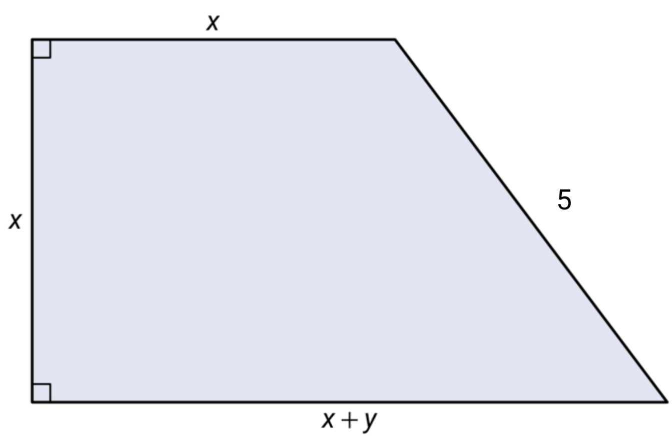
Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig.

a) $2(x+y)^{2}-2(x^{2}+y^{2})-y(4x+y)$

b) $\lg(a^{4}b)-\lg\left(\frac{a^{3}}{b^{2}}\right)+\lg a^{-1}$

Oppgave 3 (4 poeng)



I trapeset til høyre er omkretsen 20 og $y>0$.

a) Vis at opplysningene gir oss følgende likningssystem:

$$\begin{aligned} x^{2}+y^{2}&=25 \\ 3x+y&=15 \end{aligned}$$

b) Løs likningssystemet ovenfor ved regning, og bestem lengdene til sidene i trapeset.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-\frac{1}{2}x^2+4<2+\frac{3}{2}x$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Kjæresteparet Anita og Lars skal på telttur med seks av vennene sine. På turen skal tre av de åtte vennene sette opp teltene. De fem andre skal lage mat. De trekker tilfeldig ut hvem som skal gjøre de ulike oppgavene.

a) Hva er sannsynligheten for at både Anita og Lars blir trukket ut til å sette opp teltene?

b) Hva er sannsynligheten for at Anita og Lars ikke blir trukket ut til å gjøre samme arbeidsoppgave?

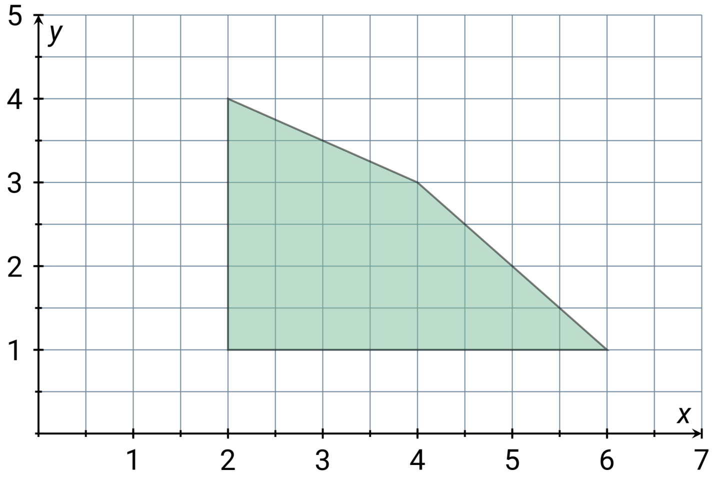
Oppgave 6 (2 poeng)

I Norge er 1,5 prosent av befolkningen tvillinger.

Det skal trekkes ut 50 lærere til å være sensor på en matematikkeksamen.

Legg nødvendige forutsetninger til grunn, og sett opp et uttrykk som kan brukes til å bestemme sannsynligheten for at minst én av lærerne er født som tvilling.
Du skal ikke regne ut denne sannsynligheten.

Oppgave 7 (4 poeng)



I figuren har vi markert et område.

a) Sett opp ulikheter som avgrenser dette området.

En rett linje på formen $y = kx + b$ går gjennom punktet $(-4, 1)$.

b) Hvilke verdier for k gjør at området på figuren blir uforandret når vi også inkluderer ulikheten $y \leq kx + b$ i ulikhetene fra oppgave a)?

Oppgave 8 (4 poeng)

For små legemer som kretser rundt solen, er temperaturen T (målt i $^\circ\mathrm{C}$) gitt ved formelen

$$T(x) = \frac{276}{\sqrt{x}} - 273$$

Here er x avstanden mellom legemet og solen, målt i astronomisk enhet (AE).

1 AE er den gjennomsnittlige avstanden mellom solen og jorden.

a) Finn temperaturen på et legeme som har avstanden 4 AE til solen.

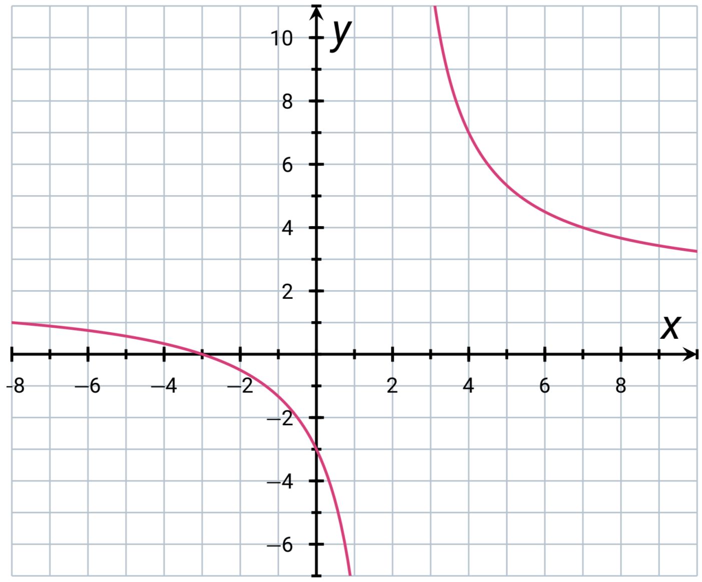
Et legeme som kretser rundt solen, har en temperatur på $-204^\circ\mathrm{C}$.

b) Hva er avstanden fra solen til dette legemet (målt i AE)?

Oppgave 9 (3 poeng)

Figuren nedenfor viser grafen til en rasjonal funksjon f på formen

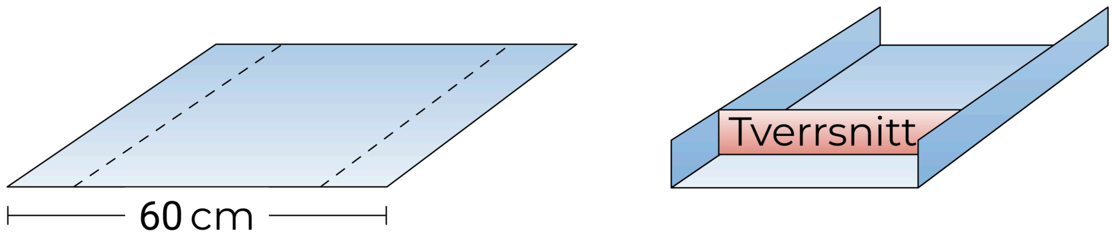
$$f(x)=\frac{ax+b}{x-2}\ ,\quad x\neq 2$$



Bestem a, b og asymptotene til f.

Oppgave 10 (3 poeng)

Vi skal bruke en metallplate med bredde 60 cm til å lage en renne med rektangulært tverrsnitt. Dette gjør vi ved å brette opp metallplaten som vist på figuren nedenfor.



Hvor skal vi brette metallplaten slik at tverrsnittet av rennen (det markerte området på figuren) får størst mulig areal?
Hvor stort blir dette arealet?

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

En kortstokk består av fire typer kort: ruter, kløver, hjerter og spar. Hver type består av 13 kort, med ulike verdier.

Vi trekker tilfeldig fem kort uten tilbakelegging fra en slik kortstokk.

a) Bestem sannsynligheten for at alle de fem kortene er hjerter.

b) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av de fem kortene er hjerter.

c) Hva er sannsynligheten for at de fem kortene inneholder minst ett kort av hver type?

Oppgave 2 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser verdien av den totale vareeksporten fra Norge for noen år i perioden 1980–2018.

År	1980	1990	2000	2010	2018
Verdien av vareeksporten (i milliarder kroner)	91,7	211,6	529,8	788,1	1000,3

a) Bruk tallene fra tabellen til å lage to ulike modeller som kan brukes til å anslå verdien av norsk vareeksport i årene framover. Begrunn hvilken av modellene du mener passer best i denne situasjonen. Kall denne modellen for g.

b) Anslå den gjennomsnittlige årlige veksten av norsk vareeksport fra 2015 til 2025 for hver av de to modellene du fant i oppgave a).

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 91 \cdot 1{,}057^x$$

er en modell for verdien av den totale vareimporten til Norge i milliarder kroner, x år etter 1980.

c) Når vil verdien av vareimporten til Norge være 10 ganger større enn det den var i 1980?

Dersom verdien av vareeksporten i et land er større enn verdien av vareimporten, sier vi at landet har et handelsoverskudd.

d) Bruk modellene f og g til å vurdere når Norge vil ha et handelsoverskudd.

Oppgave 3 (6 poeng)

En bedrift produserer to typer oster, Kraftig og Edel. Kraftig veier 200 g, mens Edel veier 250 g.

Bedriften kan lage inntil 60 kg ost per dag. Eierne vil at det skal produseres minst 24 kg Kraftig og minst 18 kg Edel per dag.

De ansatte i bedriften arbeider til sammen 32 timer per dag. De bruker i gjennomsnitt 7,5 minutter på å produsere en ost av merket Kraftig og 6 minutter på å produsere en ost av merket Edel.

La x være antall oster de produserer hver dag av Kraftig, og y være antall oster de produserer hver dag av Edel.

a) Forklar at x og y må ligge i et område bestemt av ulikhetene

$$
\begin{aligned}
x &\geq 120 \\
y &\geq 72 \\
x + 1{,}25y &\leq 300 \\
1{,}25x + y &\leq 320
\end{aligned}
$$

b) Marker området som er avgrenset av ulikhetene i oppgave a), i et koordinatsystem.

Bedriften har en fortjeneste på 16 kroner per ost for Kraftig og 12 kroner per ost for Edel.

c) Hva er det største overskuddet bedriften kan ha per dag?

Oppgave 4 (4 poeng)

En annen bedrift produserer kun én type oster. Om denne bedriften får du vite følgende:

- Det daglige overskuddet O kan beskrives ved hjelp av en andregradsfunksjon $O(x)$, der x er antall produserte oster.
- Overskuddet er størst når de produserer 450 oster per dag.
- Overskuddet er på 4400 kroner dersom de produserer 600 oster per dag.
- Dersom de en dag ikke produserer noen oster, vil de få et underskudd på 6000 kroner.

a) Hvor stort blir overskuddet dersom de produserer 300 oster per dag?

Du får vite at de daglige kostnadene ved å produsere 150 oster er 16 000 kroner.

b) Hva er salgsprisen per ost?

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

Blank side

Blank side

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!