Løsningsforslag eksamen 1P våren 2022

Del 1

Oppgave 1

a) $2,2-2,0=0,2$

Renta steg med 0,2 prosentpoeng.

b)

$\frac{2,2}{2,0}=1,1$, som er vekstfaktor ved 10 % økning.

Renta steg med 10 %.

Oppgave 2

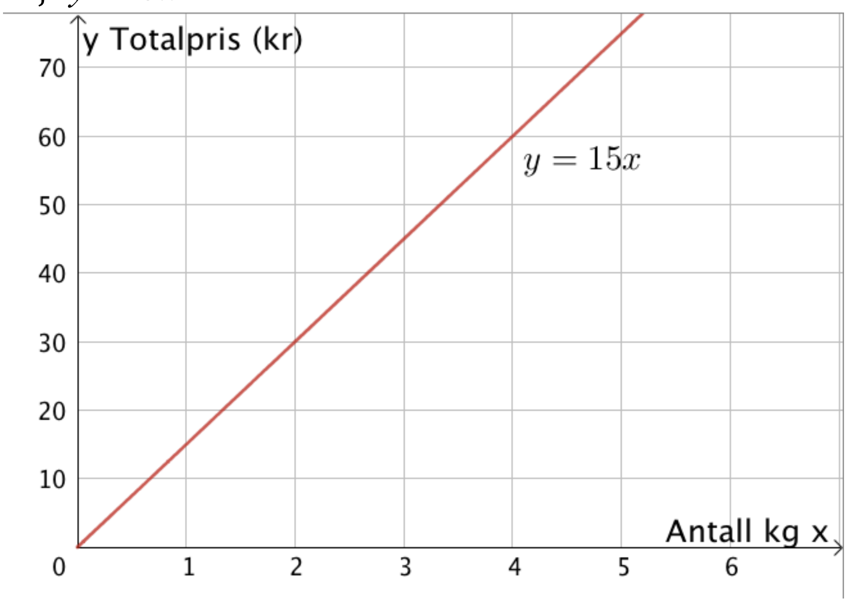
Økningen i antallet elever ser ut til å være likt fra år til år. Da vil den prosentvise økningen være størst når grunnlaget er minst.

Det var størst prosentvis økning i antall elever fra 2018 til 2019.

Oppgave 3

a) Hvis man kjøper bananer til en fast pris per kg, vil antall kg bananer man kjøper og totalprisen man betaler være proporsjonale størrelser. Forholdet mellom totalpris og antall kg man kjøper vil være konstant, og proporsjonalitetskonstanten vil være kiloprisen.

b) Sammenhengen mellom to proporsjonale størrelser kan alltid illustreres ved ei rett linje gjennom origo.
Hvis vi tar situasjonen fra deloppgave a), og setter kiloprisen til 16 kroner, vil sammenhengen mellom totalpris og antall kilo kjøpt kunne representeres ved linja $y=15x$.



Oppgave 4

a) $V(5)=4\cdot 5^3-100\cdot 5^2+600\cdot 5=4\cdot 125-100\cdot 25+3000=500-2500+3000=1000$

<u>Dersom esken er 5 cm høy, vil volumet være 1000cm³, altså 1L.</u>

b) Når Siri løser likningen $V(x)=500$, vil løsningen(e) fortelle hvor høy esken er når volumet av esken er 500 cm^3 (altså en halv liter).

Oppgave 5

Eleven ønsker å finne ut hvor mange år det tar før en verdi har doblet seg når den øker med 5 prosent per år.
Når programmet kjøres vil startverdien på 2000 øke med 5 prosent i flere omganger. *While-løkken* i linje 6-8 i programmet kjører så lenge den nye verdien, etter endringen, er mindre enn det dobbelte av startverdien. For hver "runde" i løkken, øker "år" med 1. Når ny verdi etter en endring er større eller lik det dobbelte av startverdien, printer programmet verdien og antall år (antall økninger).

Oppgave 6

Lar *x* være bredden til rektangelet. Arealet er gitt ved lengde multiplisert med bredde. Når bredden er *x*, må da lengden være 3*x*.

$$x\cdot 3x=432$$
$$3x^2=432$$
$$x^2=\frac{432}{3}$$
$$x=\pm\sqrt{144}$$
$$x=\pm 12$$

Det er kun den positive løsningen som er aktuell her.

<u>Rektangelet er 12cm bredt.</u>

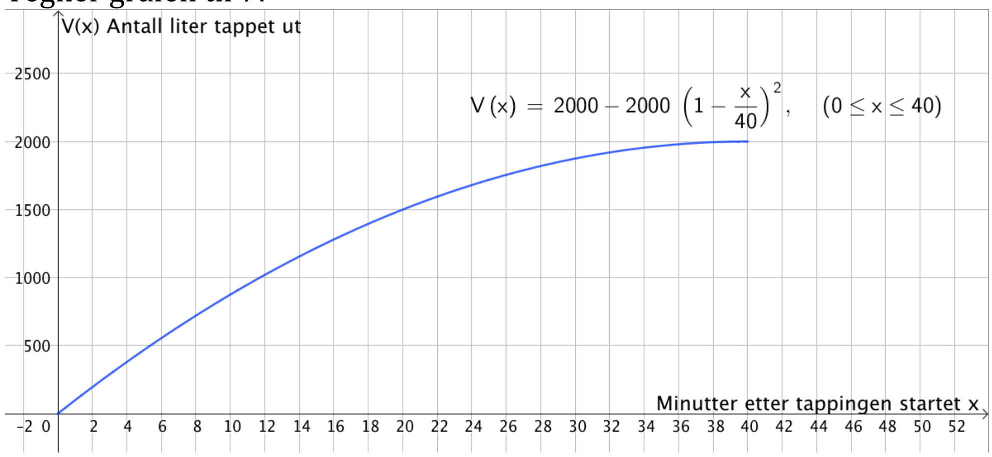
Del 2

Oppgave 1

a) $V(0) = 2000 - 2000\left(1 - \dfrac{0}{40}\right)^2 = 2000 - 2000 \cdot 1^2 = 0$

$V(0) = 0$ forteller at det ikke er tappet ut noe vann av tanken før tappingen starter.

b) Tegner grafen til *V*:

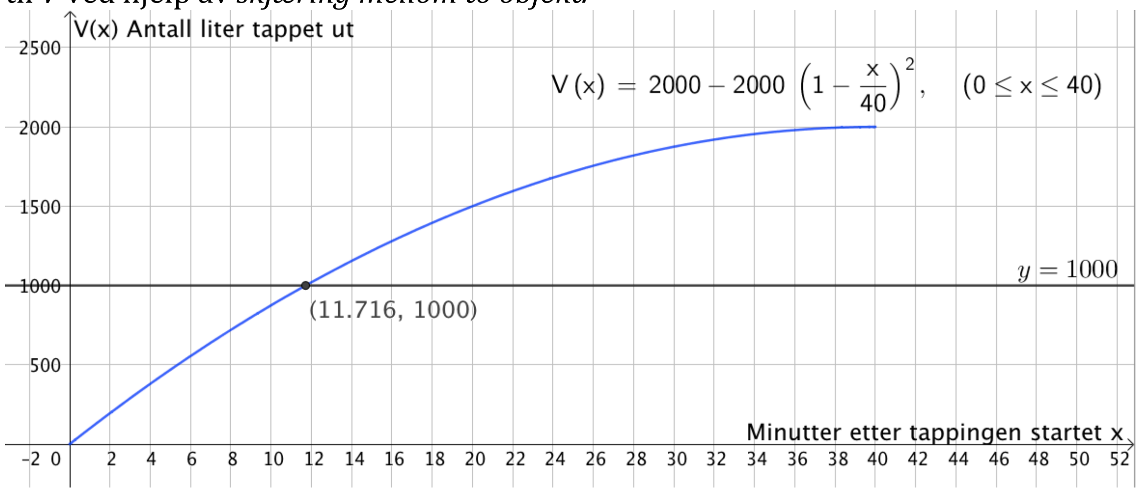


Ser av grafen at største verdien til *V* er 2000.
Kan dobbeltsjekke at dette stemmer nøyaktig ved å regne ut $V(40)$.

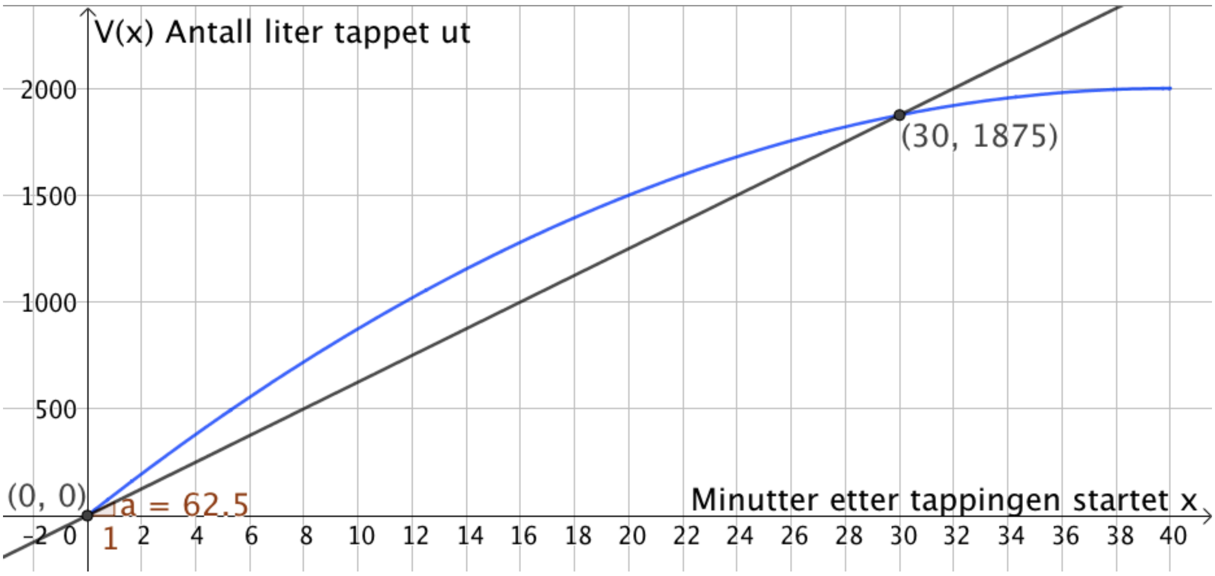
$$V(40) = 2000 - 2000\left(1 - \frac{40}{40}\right)^2 = 2000 - 2000 \cdot 0^2 = 2000$$

<u>Verdimengden til *V* er [0, 2000].</u>

c) Tegner linja $y = 1000$ og bestemmer skjæringspunktet mellom denne og grafen til *V* ved hjelp av *skjæring mellom to objekt.*



<u>Halvparten av vannet er tappet ut etter ca. 11,7 minutter (ca. 11 min og 42 sek).</u>

d) 

Markerer punktene på grafen og tegner linje gjennom dem.
Finner stigningstallet til linja ved hjelp av *stigning.*

Stigningstallet til den rette linja gjennom (0,*V*(0)) og (30,*V*(30)) er 62,5.
Det betyr at det tappes ut 62,5 liter vann per minutt i gjennomsnitt den første halvtimen av tappingen.

e) Grafen er brattest i starten og flater mer og mer ut. Det betyr at det tappes ut mindre og mindre vann per minutt etter hvert som tiden går. Det betyr at det første minuttet er det minuttet der det tappes ut mest vann.

$$V(1) = 2000 - 2000\left(1 - \frac{1}{40}\right)^2 = 98,75$$

Det minuttet det tappes ut mest vann, tappes det ut 98,75 liter.
Det vil altså *aldri* tappes ut mer enn 105 liter vann i løpet av ett minutt.

Oppgave 2

a) Grafen som beskriver prisen Markus må betale hos firma *A* er ei rett linje som går gjennom punktene $(0,600)$ og $(25,700)$.

Da er stigningstallet $\dfrac{700-600}{25-0} = \dfrac{100}{25} = 4$.

Punktet $(0,600)$ forteller dessuten at konstantleddet er 600.

Linja er altså grafen til $A(x) = 4x + 600$, som skulle forklares.

b) Leser av grafen og ser at totalprisen blir 1000 kroner hos firma B dersom Markus kjører 50 km.

$$\frac{1000kr}{50km} = 20\,{}^{kr}\!/_{km}$$

Ser også av grafen at totalprisen øker med 200 kroner per 100 kilometer, så det må bli 1700 kroner totalt for 400 km når det er 1500 kroner totalt for 300 km.

$$\frac{1700kr}{400km} = 4,25 {}^{kr}\!/_{km}$$

Hos firma *B* blir prisen 20 kr per kilometer dersom Markus kjører 50 km, mens prisen blir 4,25 kr per kilometer dersom han kjører 400 kilometer.

c) $9,7mil \cdot 2 = 97km \cdot 2 = 194km$, så turen er altså på totalt 194 kilometer.
Vi ser av de ulike grafene at det er firma C som lønner seg her.
Markus bør leie bil hos firma C.

Oppgave 3

Butikk A: Her betaler man ca.67 % av full pris. (Betaler for to av tre flasker)

Butikk B: Her betaler man 70 % av full pris.

Butikk C: Her betaler man 62,5 % av full pris.
(Får 75% rabatt på halvparten av totalprisen, altså 37,5% rabatt totalt)

Butikk D: Her betaler man 60 % av full pris. (Betaler for tre av fem flasker).

Sortert fra best til dårligst tilbud (1.plass til 4.plass):

1. Butikk *D*
2. Butikk C
3. Butikk A
4. Butikk B

Oppgave 4

a) $0,9124kg = 912,4g$.
Når 1L olje veier 912,4 gram, veier 1mL olje 0,9124g.
Multipliserer med 10, for å finne ut hvor mye 10mL olje veier.

10 mL olje veier 9,124g.

b) 1dL = 100mL, så oljen veier 91,24g per desiliter.

$$\frac{556,6}{91,24} = 6,1.$$

Det er 6,1 desiliter olje i begeret.

Oppgave 5

Dobling hvert 20.miutt betyr tre doblinger per time, som da blir 36 doblinger i løpet av 12 timer.

$$2^{36} = 68719476736$$

Det vil være 68 719 476 736 bakterier etter 12 timer. (altså ca.68,7 milliarder).

Oppgave 6

a) Antall klosser i figur 5 vil være summen av de fem første kvadrattallene.

$$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=1+4+9+16+25=55$$

Roar trenger 55 klosser for å lage figur 5.

b) Lager et regneark med oversikt:

	A	B
1	Figurnummer	Antall klosser i figur
2	1	1
3	2	5
4	3	14
5	4	30
6	5	55
7	6	91
8	7	140
9	8	204
10	9	285
11	10	385
12	**Sum**	**1210**
13		

Formler:

	A	B
1	Figurnummer	Antall klosser i figur
2	1	=A2*A2
3	2	=A3*A3+B2
4	3	=A4*A4+B3
5	4	=A5*A5+B4
6	5	=A6*A6+B5
7	6	=A7*A7+B6
8	7	=A8*A8+B7
9	8	=A9*A9+B8
10	9	=A10*A10+B9
11	10	=A11*A11+B10
12	**Sum**	**=SUMMER(B2:B11)**
13		

Roar trenger 1210 klosser til sammen for å lage de 10 første figurene.

c) Utvider regnearket fra forrige deloppgave:

	A	B	C
1	Figurnummer	Antall klosser i figur	Klosser totalt
2	1	1	1
3	2	5	6
4	3	14	20
5	4	30	50
6	5	55	105
7	6	91	196
8	7	140	336
9	8	204	540
10	9	285	825
11	10	385	1210
12	11	506	1716
13	12	650	2366
14	13	819	3185
15	14	1015	4200
16	15	1240	5440
17	16	1496	6936
18	**17**	**1785**	**8721**
19	*18*	*2109*	*10830*
20			

Formler

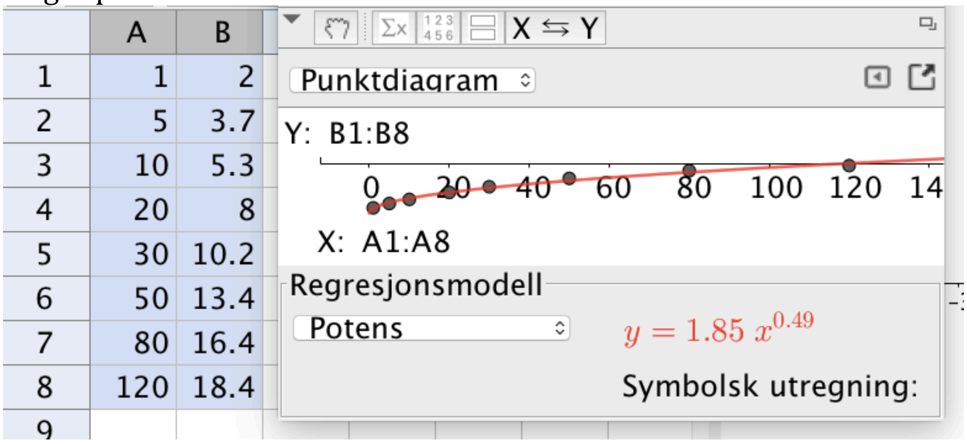
	A	B	C
1	Figurnummer	Antall klosser i figur	Klosser totalt
2	1	=A2*A2	=B2
3	2	=A3*A3+B2	=C2+B3
4	3	=A4*A4+B3	=C3+B4
5	4	=A5*A5+B4	=C4+B5
6	5	=A6*A6+B5	=C5+B6
7	6	=A7*A7+B6	=C6+B7
8	7	=A8*A8+B7	=C7+B8
9	8	=A9*A9+B8	=C8+B9
10	9	=A10*A10+B9	=C9+B10
11	10	=A11*A11+B10	=C10+B11
12	11	=A12*A12+B11	=C11+B12
13	12	=A13*A13+B12	=C12+B13
14	13	=A14*A14+B13	=C13+B14
15	14	=A15*A15+B14	=C14+B15
16	15	=A16*A16+B15	=C15+B16
17	16	=A17*A17+B16	=C16+B17
18	**17**	**=A18*A18+B17**	**=C17+B18**
19	*18*	*=A19*A19+B18*	*=C18+B19*
20			

$$10000-8721=1279$$

Roar kan lage 17 klosser. Da vil han ha 1279 klosser til overs.

Oppgave 7

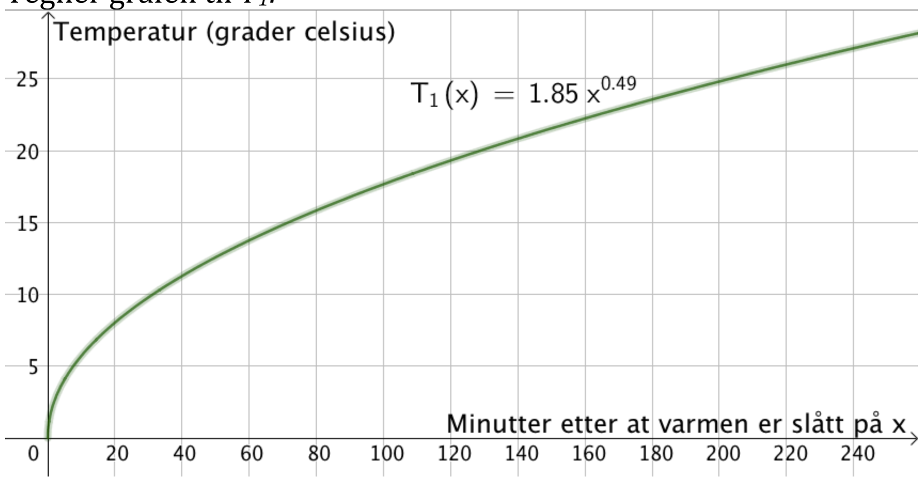
a) Legger tallene inn i regnearket i GeoGebra. Gjennomfører regresjonsanalyse og velger potensmodell.



	A	B
1	1	2
2	5	3.7
3	10	5.3
4	20	8
5	30	10.2
6	50	13.4
7	80	16.4
8	120	18.4
9		

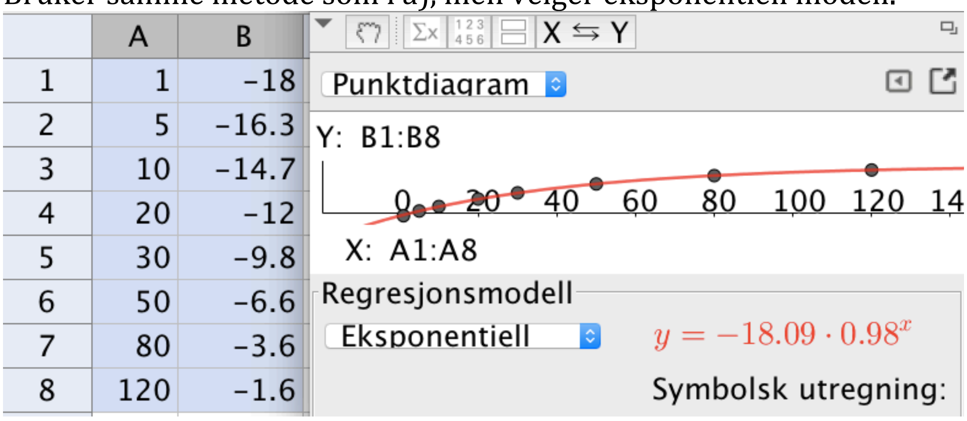
$\underline{\underline{a = 1{,}85 \text{ og } b = 0{,}49}}$

b) Tegner grafen til T_1:



I følge modellen vil temperaturen fortsette å stige ganske kraftig etter hvert som tiden går. Vi ser at temperaturen er 20 grader celsius, som termostaten er stilt på, etter ca.130 minutter. Modellen T_1 er kan være gyldig de første par timene etter varmen er skrudd på, men ikke særlig lenger.

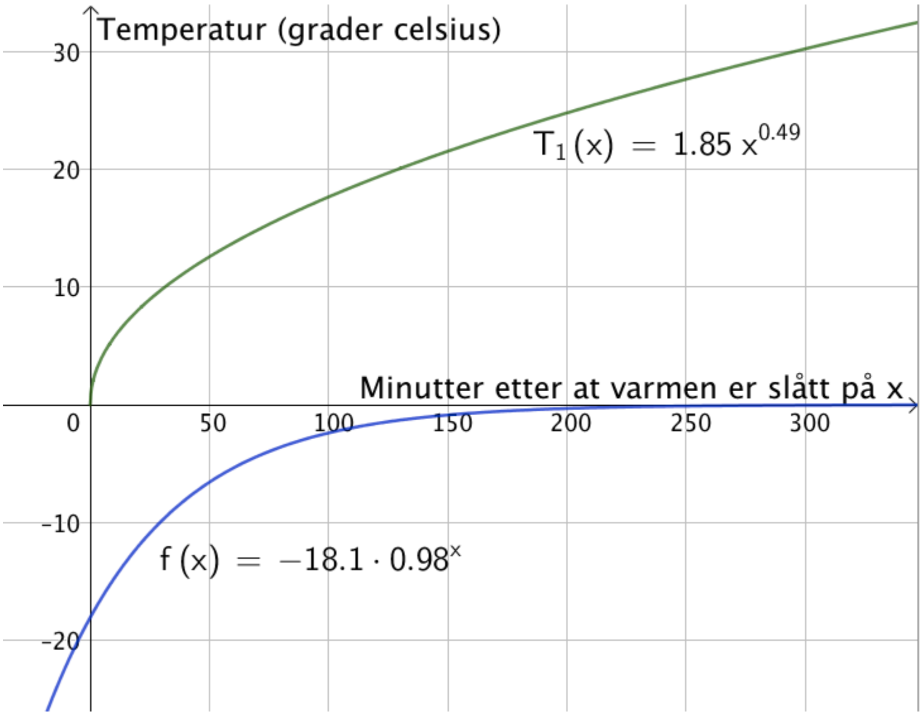
c) Bruker samme metode som i a), men velger eksponentiell modell.



	A	B
1	1	−18
2	5	−16.3
3	10	−14.7
4	20	−12
5	30	−9.8
6	50	−6.6
7	80	−3.6
8	120	−1.6

$\underline{\underline{f(x) = -18{,}1 \cdot 0{,}98^x}}$

d)



Grafene har en nokså lik utvikling i starten, men grafen til *f* flater helt ut. (I motsetning til grafen til T_1, som er stadig stigende).
Det kan se ut som at grafen til *f* beskriver *utviklingen* i temperaturen i stua på en god måte, og at denne modellen kan være et godt utgangspunkt for å lage en modell som også gir riktige temperaturer.

e)

$$T_2(x) = f(x) + 20$$

så

$$\underline{\underline{T_2(x) = -18{,}1 \cdot 0{,}98^x + 20}}$$

Fire timer tilsvarer 240 minutter.

$$T_2(240) = -18{,}1 \cdot 0{,}98^{240} + 20 \approx 19{,}9$$

<u>I følge modellen T_2 vil temperaturen i stua være 19,9°C etter 4 timer.</u>

Oppgave 8

a) Siden det er 10cm mellom hver tråd, og vi legger til 20 cm, må vi legge til 2 tråder sammenlignet med lysgardinet på figuren.

<u>Lysgardinet som er én meter langt har 11 tråder</u>.

b) De to trådene vi ”legger til” gardinet på figuren, for å få et gardin på 1 meter, er henholdsvis én kort og én middels lang tråd.

<u>Det er 6 lyspærer på den siste tråden i gardinet som er én meter langt.</u>

c) Bestemmer først antall tråder i lysgardinet som er 15 meter langt.

$$\frac{15m}{10cm}=\frac{1500cm}{10cm}=150$$

Det er altså 150 "mellomrom" mellom trådene, så lysgardinet som er 15 meter langt, har 151 tråder.
Det betyr igjen at det først er 50 "hele sekvenser" med kort, middels og lang tråd, før en kort tråd avslutter gardinet.
Én kort, én middels og én lang tråd har til sammen $3+6+9=18$ lyspærer.
Vi kan da regne ut totalt antall for et lysgardin på 15 meter.

$$50\cdot 18+3=900+3=903.$$

<u>Det er 903 lyspærer på et lysgardin som er 15 meter langt.</u>

d) Dersom et lysgardin skal ha 9 lyspærer på den siste tråden, må antall tråder være delelig med 3.
På alle lysgardinene er det én tråd mer enn antall mellomrom mellom trådene, så antall tråder er antall mellomrom + 1.
Hvert mellomrom er 10 cm, så det er 10 mellomrom for hver meter.

Det betyr at et lysgardin på *n* meter, der *n* er et helt tall, har 9 lyspærer på siste tråd dersom $10n+1$ er delelig med 3.

Vi kan lage en liten oversikt med konkrete eksempler:

Oversikt:

	A	B	C
1	Antall meter	Antall tråder	Antall tråder delt på 3
2	1	11	3,666666667
3	2	21	7
4	3	31	10,33333333
5	4	41	13,66666667
6	5	51	17
7	6	61	20,33333333
8	7	71	23,66666667
9	8	81	27
10	9	91	30,33333333
11	10	101	33,66666667
12	11	111	37
13	12	121	40,33333333
14	13	131	43,66666667
15	14	141	47
16	15	151	50,33333333
17	16	161	53,66666667
18	17	171	57
19	18	181	60,33333333
20	19	191	63,66666667
21	20	201	67
22	21	211	70,33333333
23	22	221	73,66666667
24	23	231	77

Formler:

	A	B	C
1	Antall meter	Antall tråder	Antall tråder delt på 3
2	1	=10*A2+1	=B2/3
3	2	=10*A3+1	=B3/3
4	3	=10*A4+1	=B4/3
5	4	=10*A5+1	=B5/3
6	5	=10*A6+1	=B6/3
7	6	=10*A7+1	=B7/3
8	7	=10*A8+1	=B8/3
9	8	=10*A9+1	=B9/3
10	9	=10*A10+1	=B10/3
11	10	=10*A11+1	=B11/3
12	11	=10*A12+1	=B12/3
13	12	=10*A13+1	=B13/3
14	13	=10*A14+1	=B14/3
15	14	=10*A15+1	=B15/3
16	15	=10*A16+1	=B16/3
17	16	=10*A17+1	=B17/3
18	17	=10*A18+1	=B18/3
19	18	=10*A19+1	=B19/3
20	19	=10*A20+1	=B20/3
21	20	=10*A21+1	=B21/3
22	21	=10*A22+1	=B22/3
23	22	=10*A23+1	=B23/3
24	23	=10*A24+1	=B24/3
25			

Det kan se ut som at antall hele meter må være "én mindre enn tregangen", altså $3-1=2$, $6-1=5$, $9-1=8$ osv.

Disse tallene kan generelt uttrykkes som $3k-1$, der *k* er et helt tall.
Vi setter inn $3k-1$ for *n* i uttrykket på forrige side:
$10(3k-1)+1=30k-10+1=30k-9=3(10k-3)$.

Når *k* er et helt tall, må også $10k-3$ være et helt tall, og da må $3(10k-3)$ være i 3-gangen (og dermed delelig med 3).

Dersom et lysgardin skal ha lengde i hele meter, og det skal være 9 lyspærer på siste tråd, må antall meter være $3k-1$, der *k* er et helt tall.
(For konkrete eksempler, se tabellen på forrige side).