Utdanningsdirektoratet

Eksamen

24.05.2022

REA3026 Matematikk S1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar. (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 10 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi noko utteljing. Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Alle andre grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på nettsidene til Utdanningsdirektoratet.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgåve 1 (6 poeng)

Løys likningane

a) $(x+1)^2-16=0$

b) $2\cdot 10^{-3x}+3=2003$

c) $\left(\lg x\right)^2+2\lg x=\lg x^2+1$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Skriv uttrykka så enkelt som mogleg.

a) $4(a+b)^2-\left(2b-a\right)^2-3a\left(a+2b\right)$

b) $\dfrac{4x}{x^2-4}-\dfrac{2}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}$

Oppgåve 3 (3 poeng)

Magne har sommarjobb. Han tener 150 kroner per time. Dersom han arbeider overtid, tener han 250 kroner per time. Ein månad arbeider han til saman 70 timar og tener 13 500 kroner.

Kor mange timar overtid jobbar Magne denne månaden?

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - 9 \leq x - 3$$

Oppgåve 5 (2 poeng)

Lag ei skisse av grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{2}$$

Ta med eventuelle asymptotar på skissa.

Oppgåve 6 (4 poeng)

I eit selskap er det fire menn og tre kvinner. Det blir bestemt at tre av dei sju personane skal halde tale. Dei tre skal trekkjast ut tilfeldig.

a) Kva er sannsynet for at to menn og éi kvinne blir trekte ut?

Inga og Tore er to av deltakarane i selskapet.

b) Kva er sannsynet for at nøyaktig éin av dei blir trekt ut?

Oppgåve 7 (4 poeng)

Torgeir har investert i kryptovaluta. Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 36\,000 \cdot \lg\left(\frac{x+2}{2}\right) + 72\,000$$

er ein modell for verdien (i kroner) av investeringa, x månader etter at han gjorde investeringa.

a) Kva er verdien av investeringa etter 18 månader ifølgje modellen?

b) Kor lang tid vil det ta før verdien av investeringa har dobla seg, ifølgje modellen?

Oppgåve 8 (4 poeng)

La F vere området avgrensa av dei fem ulikskapane nedanfor.

$$y \le 5 - x$$
$$y \le 3 - \frac{1}{3}x$$
$$y \ge 1 - \frac{1}{2}x$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

Eit uttrykk G er gitt ved

$$G = -3x + 2y$$

a) Bestem den største verdien G kan ha når (x, y) er med i området F.

Eit uttrykk H er gitt ved

$H = -k \cdot x + 3y$, der $k \in \mathbb{R}$.

b) Kva for nokre verdiar av k gjer at H får den største verdien sin i punktet $(3, 2)$, når (x, y) skal liggje i området F?

Oppgåve 9 (4 poeng)

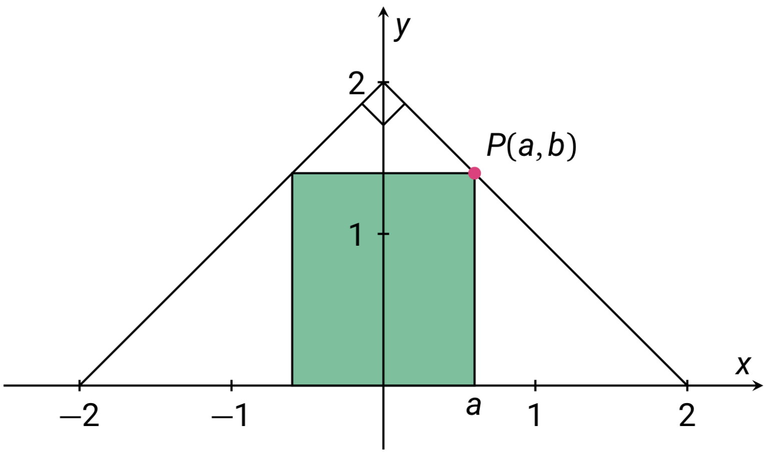
Mari skal skifte frå vinterdekk til sommardekk på bilen sin. Uheldigvis har ho gløymt å merke sommardekka med kvar dei skal plasserast på bilen (høgre framme, venstre framme, høgre bak og venstre bak).

a) På kor mange måtar kan ho plassere dei fire sommardekka på bilen?

b) Bestem sannsynet for at ho plasserer nøyaktig tre av dekka på feil plass.

Oppgåve 10 (3 poeng)

Figuren nedanfor viser eit rektangel som er innskrive i ein likebeint, rettvinkla trekant. Trekanten har hjørne i $(-2, 0)$, $(2, 0)$ og $(0, 2)$. Arealet T av rektangelet er avhengig av kvar på kateten punktet $P(a, b)$ blir plassert.



Bestem den største verdien T kan ha.

Del 2

Oppgåve 1 (8 poeng)

Tabellen nedanfor viser talet på gardsbruk i Noreg for nokre årstal.

År	1969	1989	1999	2009	2020
Tal på gardsbruk	154 977	99 382	68 539	47 688	38 633

a) Bestem med utgangspunkt i tabellen ein modell for talet på gardsbruk i Noreg frå 1969 og framover. Grunngi valet ditt av modell.

b) Bruk modellen din til å finne kor mange gardsbruk det vil vere i Noreg i 2060. Vurder svaret.

Ein modell f for talet på gardsbruk i Noreg x år etter 1999 er gitt ved

$$f(x) = 68\,900 \cdot 0{,}982^x$$

c) Teikn grafen til f for $x \in [0, 90]$.

d) Når vil, ifølgje modellen f, talet på gardsbruk i Noreg vere 40 prosent lågare enn i 1999?

e) Teikn tangenten til grafen til f i punktet $\left(22, f(22)\right)$. Gi ei praktisk tolking av stigningstalet til denne tangenten.

Oppgåve 2 (8 poeng)

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkøyringar til førarkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutar og 5 jenter frå ein vidaregåande skule ha oppkøyring til førarkort klasse B.

a) Kva må vi gå ut frå i denne situasjonen for å kunne sjå på dette som eit binomisk forsøk?

b) Kva er sannsynet for at minst 8 av dei 12 elevane består oppkøyringa?

c) Kva er sannsynet for at akkurat 5 av gutane består oppkøyringa?

d) Kva er sannsynet for at akkurat 5 av gutane og akkurat 4 av jentene består oppkøyringa?

Ved ein annan vidaregåande skule var det fleire elevar som hadde oppkøyring 10. mai 2022. Alle desse elevane bestod oppkøyringa. Sannsynet for at dette skulle skje, er mindre enn 2 prosent.

e) Kor mange elevar ved denne skulen må minst ha hatt oppkøyring denne dagen?

Oppgåve 3 (2 poeng)

Even og Odd liker begge å sykle. Dei bur på kvar sin stad. Avstanden mellom der dei bur, er 230 kilometer. Ein dag sykla dei mot kvarandre. Dei starta samstundes. Frå dei starta til dei møttest, hadde Even ein gjennomsnittsfart på 22 km/h, mens Odd hadde ein gjennomsnittsfart på 33 km/h.

Kor langt frå heimstaden til Even møttest dei?

Oppgåve 4 (6 poeng)

Ei bedrift har to fabrikkar, A og B, som produserer papir. Tabellen nedanfor viser kor mange rullar av dei ulike papirtypane kvar av dei to fabrikkane produserer kvar dag.

	Bokpapir	Avispapir	Magasinpapir
Fabrikk A	400	180	240
Fabrikk B	260	200	384

Bedrifta får ei bestilling på

- 40 000 rullar med bokpapir
- 24 000 rullar med avispapir
- 38 400 rullar med magasinpapir

Dei planlegg å bruke begge fabrikkane til å produsere papir til denne bestillinga. La x vere talet på dagar fabrikk A produserer til denne bestillinga, og y talet på dagar fabrikk B produserer til bestillinga.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikskapane

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x + 0{,}65y &\geq 100 \\ 0{,}9x + y &\geq 120 \\ x + 1{,}6y &\geq 160 \end{aligned}$$

Dei daglege kostnadene når fabrikkane produserer for fullt, er 40 000 kroner for fabrikk A og 30 000 kroner for fabrikk B. Eit uttrykk for dei daglege kostnadene for bedrifta knytt til produksjonen er då gitt ved

$$K = 40\,000x + 30\,000y$$

b) Kva er den lågaste moglege produksjonskostnaden for denne bestillinga?

Leiinga i fabrikk B ønskjer at heile produksjonen til denne bestillinga skal gjerast hos dei. Dei veit at dei då må redusere dei daglege kostnadene.

c) Kor mykje må fabrikk B redusere dei daglege kostnadene dersom det skal lønne seg at dei produserer heile bestillinga?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 10 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (6 poeng)

Løs likningene

a) $(x+1)^2-16=0$

b) $2\cdot 10^{-3x}+3=2003$

c) $\left(\lg x\right)^2+2\lg x=\lg x^2+1$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig.

a) $4(a+b)^2-\left(2b-a\right)^2-3a\left(a+2b\right)$

b) $\dfrac{4x}{x^2-4}-\dfrac{2}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}$

Oppgave 3 (3 poeng)

Magne har sommerjobb. Han tjener 150 kroner per time. Dersom han arbeider overtid, tjener han 250 kroner per time. En måned arbeider han til sammen 70 timer og tjener 13 500 kroner.

Hvor mange timer overtid jobber Magne denne måneden?

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 9 \leq x - 3$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Lag en skisse av grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{2}$$

Ta med eventuelle asymptoter på skissen.

Oppgave 6 (4 poeng)

I et selskap er det fire menn og tre kvinner. Det blir bestemt at tre av de sju personene skal holde tale. De tre skal trekkes ut tilfeldig.

a) Hva er sannsynligheten for at to menn og én kvinne trekkes ut?

Inga og Tore er to av deltakerne i selskapet.

b) Hva er sannsynligheten for at nøyaktig én av dem blir trukket ut?

Oppgave 7 (4 poeng)

Torgeir har investert i kryptovaluta. Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 36\,000 \cdot \lg\left(\frac{x+2}{2}\right) + 72\,000$$

er en modell for verdien (i kroner) av investeringen, x måneder etter at han gjorde investeringen.

a) Hva er verdien av investeringen etter 18 måneder ifølge modellen?

b) Hvor lang tid vil det ta før verdien av investeringen har doblet seg, ifølge modellen?

Oppgave 8 (4 poeng)

La F være området begrenset av de fem ulikhetene nedenfor.

$$y \leq 5 - x$$

$$y \leq 3 - \frac{1}{3}x$$

$$y \geq 1 - \frac{1}{2}x$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Et uttrykk G er gitt ved

$$G = -3x + 2y$$

a) Bestem den største verdien G kan ha når (x, y) er med i området F.

Et uttrykk H er gitt ved

$H = -k \cdot x + 3y$, der $k \in \mathbb{R}$.

b) Hvilke verdier av k gjør at H får sin største verdi i punktet $(3, 2)$, når (x, y) skal ligge i området F?

Oppgave 9 (4 poeng)

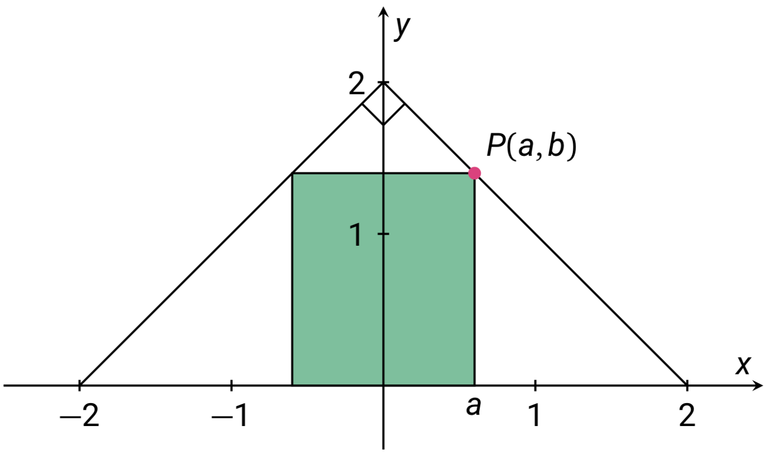
Mari skal skifte fra vinterdekk til sommerdekk på bilen sin. Uheldigvis har hun glemt å merke sommerdekkene med hvor de skal plasseres på bilen (høyre foran, venstre foran, høyre bak og venstre bak).

a) På hvor mange måter kan hun plassere de fire sommerdekkene på bilen?

b) Bestem sannsynligheten for at hun plasserer nøyaktig tre av dekkene på feil plass.

Oppgave 10 (3 poeng)

Figuren nedenfor viser et rektangel som er innskrevet i en likebeint, rettvinklet trekant. Trekanten har hjørner i $(-2, 0)$, $(2, 0)$ og $(0, 2)$. Arealet T av rektangelet er avhengig av hvor på kateten punktet $P(a, b)$ blir plassert.



Bestem den største verdien T kan ha.

Del 2

Oppgave 1 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall gårdsbruk i Norge for noen årstall.

År	1969	1989	1999	2009	2020
Antall gårdsbruk	154 977	99 382	68 539	47 688	38 633

a) Bestem med utgangspunkt i tabellen en modell for antall gårdsbruk i Norge fra 1969 og framover. Begrunn ditt valg av modell.

b) Bruk modellen din til å finne hvor mange gårdsbruk det vil være i Norge i 2060. Vurder svaret.

En modell f for antall gårdsbruk i Norge x år etter 1999 er gitt ved

$$f(x) = 68\,900 \cdot 0{,}982^x$$

c) Tegn grafen til f for $x \in [0, 90]$.

d) Når vil, ifølge modellen f, antall gårdsbruk i Norge være 40 prosent lavere enn i 1999?

e) Tegn tangenten til grafen til f i punktet $\left(22, f(22)\right)$. Gi en praktisk tolkning av stigningstallet til denne tangenten.

Oppgave 2 (8 poeng)

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkjøringer til førerkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutter og 5 jenter fra en videregående skole ha oppkjøring til førerkort klasse B.

a) Hva må vi gå ut fra i denne situasjonen for å kunne se på dette som et binomisk forsøk?

b) Hva er sannsynligheten for at minst 8 av de 12 elevene består oppkjøringen?

c) Hva er sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene består oppkjøringen?

d) Hva er sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene og akkurat 4 av jentene består oppkjøringen?

Ved en annen videregående skole var det flere elever som hadde oppkjøring 10. mai 2022. Alle disse elevene besto oppkjøringen. Sannsynligheten for at dette skulle skje, er mindre enn 2 prosent.

e) Hvor mange elever ved denne skolen må minst ha hatt oppkjøring denne dagen?

Oppgave 3 (2 poeng)

Even og Odd liker begge å sykle. De bor på hvert sitt sted. Avstanden mellom der de bor, er 230 kilometer. En dag syklet de mot hverandre. De startet samtidig. Fra de startet til de møttes, hadde Even en gjennomsnittsfart på 22 km/h, mens Odd hadde en gjennomsnittsfart på 33 km/h.

Hvor langt fra hjemstedet til Even møttes de?

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift har to fabrikker, A og B, som produserer papir. Tabellen nedenfor viser hvor mange ruller av de ulike papirtypene hver av de to fabrikkene produserer hver dag.

	Bokpapir	**Avispapir**	**Magasinpapir**
Fabrikk A	400	180	240
Fabrikk B	260	200	384

Bedriften mottar en bestilling på

- 40 000 ruller med bokpapir
- 24 000 ruller med avispapir
- 38 400 ruller med magasinpapir

De planlegger å bruke begge fabrikkene til å produsere papir til denne bestillingen. La x være antall dager fabrikk A produserer til denne bestillingen, og y antall dager fabrikk B produserer til bestillingen.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikhetene

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x+0{,}65y &\geq 100 \\ 0{,}9x+y &\geq 120 \\ x+1{,}6y &\geq 160 \end{aligned}$$

De daglige kostnadene når fabrikkene produserer for fullt, er 40 000 kroner for fabrikk A og 30 000 kroner for fabrikk B. Et uttrykk for bedriftens daglige kostnader knyttet til produksjonen er da gitt ved

$$K = 40\ 000x + 30\ 000y$$

b) Hva er den laveste mulige produksjonskostnaden for denne bestillingen?

Ledelsen i fabrikk B ønsker at hele produksjonen til denne bestillingen skal gjøres hos dem. De vet at de da må redusere de daglige kostnadene.

c) Hvor mye må fabrikk B redusere de daglige kostnadene dersom det skal lønne seg at de produserer hele bestillingen?

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!