Eksamen

24.05.2022

REA3022 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar
Hjelpemiddel	Del 1: skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar. (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 11 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi noko utteljing. Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Alle andre grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på nettsidene til Utdanningsdirektoratet.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgåve 1 (5 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x) = x^2 + \ln x$

b) $g(x) = x \cdot \sqrt{1-2x}$

c) $h(x) = \dfrac{x}{e^{x^2}}$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Løys likningane

a) $\lg x^3 - 2\lg x = 3$

b) $e^x - 2e^{-x} - 1 = 0$

Oppgåve 3 (4 poeng)

a) Utfør polynomdivisjonen

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6):(x - 2)$$

b) Løys likninga

$$x^3 + 2x^2 = 5x + 6$$

Oppgåve 4 (3 poeng)

Ei eske har form som eit rett prisme der volumet V er gitt ved

$$V(x)=x^3-4x^2+2x+7$$

Eska har høgd $h=x+1$.

Bestem h slik at arealet av grunnflata blir minst mogleg.

Oppgåve 5 (2 poeng)

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$$

Oppgåve 6 (3 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x<2 \\ x-k\ , & x\geq 2 \end{cases}$$

a) Bestem talet k slik at f blir ein kontinuerleg funksjon. Hugs å grunngi svaret.

b) Avgjer om f er deriverbar i $x=2$ når k har verdien du fann i oppgåve a).

Oppgåve 7 (4 poeng)

Mari skal skifte frå vinterdekk til sommardekk på bilen sin. Uheldigvis har ho gløymt å merke sommardekka med kvar dei skal plasserast på bilen (høgre framme, venstre framme, høgre bak og venstre bak).

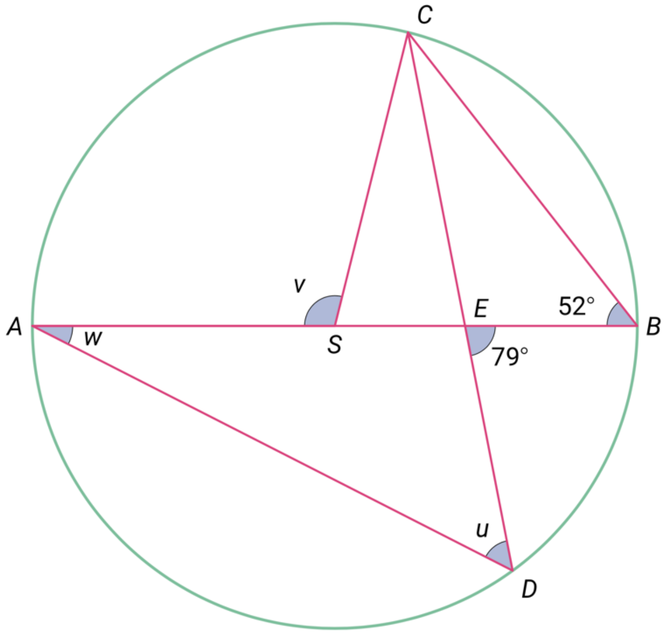
a) På kor mange måtar kan ho plassere dei fire sommardekka på bilen?

b) Kva er sannsynet for at ho plasserer alle dekka på feil plass?

Oppgåve 8 (3 poeng)

Punkta A, B, C og D ligg på ein sirkel med sentrum S slik at

- AB er diameter i sirkelen
- $\angle CBS = 52°$
- $\angle DEB = 79°$, der E er skjeringspunktet mellom DC og AB



Bestem vinklane u, v og w.
Hugs å grunngi svara.

Oppgåve 9 (4 poeng)

Ein sirkel er gitt ved likninga

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y = 5$$

a) Vis at $(2, 4)$ er sentrum i sirkelen.
Bestem radiusen til sirkelen.

b) Bestem skjeringspunkta mellom sirkelen og x-aksen.

Oppgåve 10 (2 poeng)

Ei linje ℓ er gitt ved

$$\ell: \begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t + 4 \end{cases}$$

Ei anna linje m går gjennom $(0, 0)$ og $(2, 4)$.

Bestem vinkelen mellom linjene ℓ og m.

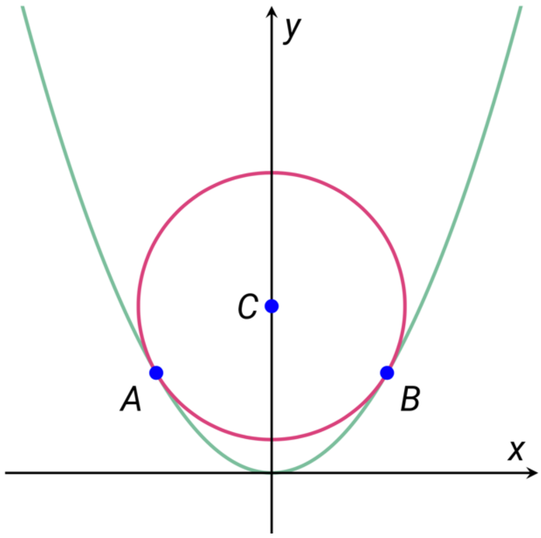
Oppgåve 11 (2 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2$$

Ein sirkel tangerer grafen til f i punkta $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{4}\right)$ og $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Bestem sentrum i sirkelen.



Del 2

Oppgåve 1 (8 poeng)

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkøyringar til førarkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutar og 5 jenter frå ein vidaregåande skule ha oppkøyring til førarkort klasse B.

a) Kva må vi gå ut frå i denne situasjonen for å kunne sjå på dette som eit binomisk forsøk?

b) Bestem sannsynet for at minst 8 av dei 12 elevane består oppkøyringa.

c) Bestem sannsynet for at akkurat 5 av gutane består oppkøyringa.

d) Bestem sannsynet for at akkurat 5 av gutane og akkurat 4 av jentene består oppkøyringa.

Ved ein annan vidaregåande skule var det fleire elevar som hadde oppkøyring 10. mai 2022. Alle desse elevane bestod oppkøyringa. Sannsynet for at dette skulle skje, er mindre enn 2 prosent.

e) Kor mange elevar ved denne skulen må minst ha hatt oppkøyring denne dagen?

Oppgåve 2 (4 poeng)

Vi har to vektorar $\vec{a} = [3, 1]$ og $\vec{b} = [k,\ 2]$, der $k \in \mathbb{R}$.

a) Bestem k slik at $3\vec{a} + 5\vec{b} = [-6, 13]$.

b) Bestem k slik at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ blir større enn 60°.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Posisjonen $\vec{r}$ til ein partikkel ved eit tidspunkt t er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [-12t\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}},\ t^2 + k \cdot t]\text{ , der } -1 \le t \le 6 \text{ og } k \in \mathbb{R}.$$

a) Bestem k slik at banefarten til partikkelen er 13 når $t = 0$.

I resten av oppgåva lar vi $k = -5$.

b) Teikn grafen til $\vec{r}$.

Partikkelen er i same posisjon ved to ulike tidspunkt.

c) Bestem desse to tidspunkta.

Oppgåve 4 (2 poeng)

Ein funksjon f er gitt på forma

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$$

der $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Om denne funksjonen veit vi at

- $x = 1$ er eit nullpunkt
- $P(2, -3)$ er vendepunkt

Bruk desse opplysningane til å bestemme eksakte verdiar for *a, b* og *c.*

Oppgåve 5 (4 poeng)

Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$$

La $s \in \langle 1, 5 \rangle$. Punkta $A(1, 0)$, $B(s, 0)$ og $P(s, g(s))$ dannar ein trekant ABP.

a) Bestem eit uttrykk for arealet av denne trekanten.

b) Bestem den eksakte verdien av *s* som gir det største arealet av trekanten.
Kor stort er dette arealet?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 11 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	 Alle andre grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^2 + \ln x$

b) $g(x) = x \cdot \sqrt{1-2x}$

c) $h(x) = \dfrac{x}{e^{x^2}}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Løs likningene

a) $\lg x^3 - 2\lg x = 3$

b) $e^x - 2e^{-x} - 1 = 0$

Oppgave 3 (4 poeng)

a) Utfør polynomdivisjonen

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6):(x - 2)$$

b) Løs likningen

$$x^3 + 2x^2 = 5x + 6$$

Oppgave 4 (3 poeng)

En eske har form som et rett prisme der volumet V er gitt ved

$$V(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 7$$

Esken har høyde $h = x + 1$.

Bestem h slik at arealet av grunnflaten blir minst mulig.

Oppgave 5 (2 poeng)

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Oppgave 6 (3 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 2 \\ x - k \ , & x \geq 2 \end{cases}$$

a) Bestem tallet k slik at f blir en kontinuerlig funksjon. Husk å begrunne svaret.

b) Avgjør om f er deriverbar i $x = 2$ når k har verdien du fant i oppgave a).

Oppgave 7 (4 poeng)

Mari skal skifte fra vinterdekk til sommerdekk på bilen sin. Uheldigvis har hun glemt å merke sommerdekkene med hvor de skal plasseres på bilen (høyre foran, venstre foran, høyre bak og venstre bak).

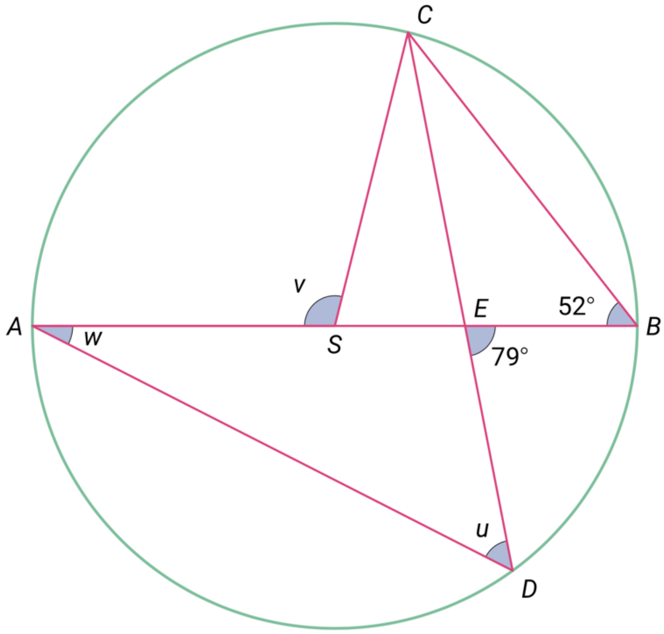
a) På hvor mange måter kan hun plassere de fire sommerdekkene på bilen?

b) Hva er sannsynligheten for at hun plasserer alle dekkene på feil plass?

Oppgave 8 (3 poeng)

Punktene A, B, C og D ligger på en sirkel med sentrum S slik at

- AB er diameter i sirkelen
- $\angle CBS = 52^\circ$
- $\angle DEB = 79^\circ$, der E er skjæringspunktet mellom DC og AB



Bestem vinklene u, v og w.
Husk å begrunne svarene.

Oppgave 9 (4 poeng)

En sirkel er gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y = 5$$

a) Vis at $(2, 4)$ er sentrum i sirkelen.
Bestem sirkelens radius.

b) Bestem skjæringspunktene mellom sirkelen og x-aksen.

Oppgave 10 (2 poeng)

En linje ℓ er gitt ved

$$\ell: \begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t + 4 \end{cases}$$

En annen linje m går gjennom $(0, 0)$ og $(2, 4)$.

Bestem vinkelen mellom linjene ℓ og m.

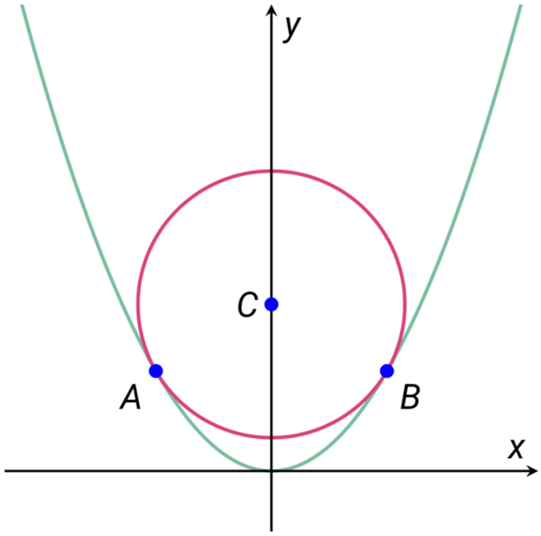
Oppgave 11 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x)=x^2$$

En sirkel tangerer grafen til f i punktene $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{4}\right)$ og $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{4}\right)$.

Bestem sirkelens sentrum.



Del 2

Oppgave 1 (8 poeng)

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkjøringer til førerkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutter og 5 jenter fra en videregående skole ha oppkjøring til førerkort klasse B.

a) Hva må vi gå ut fra i denne situasjonen for å kunne se på dette som et binomisk forsøk?

b) Bestem sannsynligheten for at minst 8 av de 12 elevene består oppkjøringen.

c) Bestem sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene består oppkjøringen.

d) Bestem sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene og akkurat 4 av jentene består oppkjøringen.

Ved en annen videregående skole var det flere elever som hadde oppkjøring 10. mai 2022. Alle disse elevene besto oppkjøringen. Sannsynligheten for at dette skulle skje, er mindre enn 2 prosent.

e) Hvor mange elever ved denne skolen må minst ha hatt oppkjøring denne dagen?

Oppgave 2 (4 poeng)

Vi har to vektorer $\vec{a}=\left[3,1\right]$ og $\vec{b}=\left[k,\ 2\right]$, der $k\in\mathbb{R}$.

a) Bestem k slik at $3\vec{a}+5\vec{b}=\left[-6,13\right]$.

b) Bestem k slik at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ blir større enn 60°.

Oppgave 3 (6 poeng)

Posisjonen $\vec{r}$ til en partikkel ved et tidspunkt t er gitt ved

$$\vec{r}(t)=[-12t\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}},\ t^2+k\cdot t]\ ,\text{ der } -1\leq t\leq 6 \text{ og } k\in\mathbb{R}.$$

a) Bestem k slik at banefarten til partikkelen er 13 når $t=0$.

I resten av oppgaven lar vi $k=-5$.

b) Tegn grafen til $\vec{r}$.

Partikkelen er i samme posisjon ved to ulike tidspunkter.

c) Bestem disse to tidspunktene.

Oppgave 4 (2 poeng)

En funksjon f er gitt på formen

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$$

der $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Om denne funksjonen vet vi at

- $x = 1$ er et nullpunkt
- $P(2, -3)$ er vendepunkt

Bruk disse opplysningene til å bestemme eksakte verdier for *a, b* og *c*.

Oppgave 5 (4 poeng)

En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$$

La $s \in \langle 1, 5 \rangle$. Punktene $A(1, 0)$, $B(s, 0)$ og $P(s, g(s))$ danner en trekant ABP.

a) Bestem et uttrykk for arealet av denne trekanten.

b) Bestem den eksakte verdien av *s* som gir det største arealet av trekanten.
Hvor stort er dette arealet?

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!