S2_Eksamen høsten 2021_Del 1

Oppgave 1

1a)

$$f'(x) = 3x^2 + e^x$$

1b)

$$g'(x) = \frac{1}{x^3+1} \cdot \left(x^3+1\right)'$$

$$= \frac{1}{x^3+1} \cdot \left(3x^2\right)$$

$$= \frac{3x^2}{x^3+1}$$

Oppgave 2

a)

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - 31x - 28$$

$$p(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 31 \cdot 1 - 28$$

$$= 1 - 2 - 31 - 28$$

$$\neq 0$$

siden P(1)≠0 så P (x) er ikke delelig på (x- 1)

2b)

$$x^3 - 2x^2 - 31x - 28 : x + 1 = x^2 - 3x - 28$$

$$\underline{-(x^3 + x^2)}$$

$$0 - 3x^2 - 31x - 25$$

$$\underline{-(-3x^2 - 3x)}$$

$$0 - 28x - 28$$

$$\underline{(-28x - 28)}$$

$$0$$

c)

$$p(x) \geq 0$$

$$\frac{p(x)}{x+1} = x^2 - 3x - 28 \Rightarrow p(x) = (x^2 - 3x - 28) \cdot (x+1)$$

$$x^2 - 3x - 28 = (x-7) \cdot (x+4)$$

$$sum: -3$$

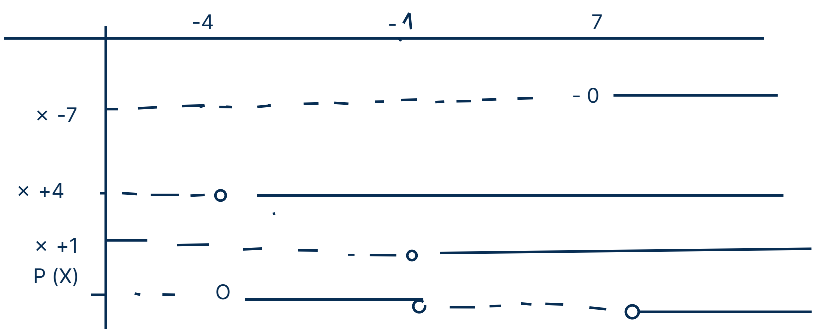
$$gang: -28$$

$$\Rightarrow -7, +4$$

$$p(x) = (x-7) \cdot (x+4) \cdot (x+1)$$

$$p(x) = 0 \Rightarrow x = 7, x = -4, x = -1$$

Vi lager fortegnsskjema for p(x)



$$p(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4, -1] \cup [\ 7, \infty)$$

d)

$$e^{3x} - 2e^{2x} - 31e^{x} - 28 = 0.$$

$$(e^x)^3 - 2 \cdot (e^x)^2 - 31 \cdot e^x - 28 = 0$$
$$u = e^x$$
$$u^3 - 2u^2 - 31u - 28 = 0$$
$$(u - 7) \cdot (u + 4) \cdot (u + 1) = 0$$
$$u - 7 = 0 \Rightarrow u = 7 \Rightarrow e^x = 7$$
$$X = \ln 7$$
$$u + 4 = 0 \Leftrightarrow u = -4 \Rightarrow e^x = -4$$

ingen løsning fordi e^x er alltid positivt

$$u + 1 = 0, u = -1 \Rightarrow e^x = -1$$

ingen løsning fordi e^x er alltid positivt

så x=ln(7) er den eneste løsningen.

Oppgave 3

a)

$$S_1 = 1 \cdot \frac{a_1 + a_1}{2}$$

$$2 \cdot 1^2 + 1 = a_1$$

$$a_1 = 3$$

$$S_{10} = 10 \cdot \frac{91 + a_{10}}{2}$$

$$2 \cdot 10^2 + 10 = 10 \cdot \frac{3 + a_{10}}{2}$$

$$210 = 5(3 + a_{10})$$

$$42 = 3 + a_{10}$$

$$a_{10} = 42 - 3 = 39$$

b)

$$S_2 = 2 \cdot 2^2 + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$a_1 + a_2 = 10 \Rightarrow a_2 = 10 - a_1 = 10 - 3 = 7$$

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 3 = 5$$

eller

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1) \cdot 4$$

$$= 3 + 4n - 4 = 4n - 1$$

$$S_n = 2n^2 + n$$

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$2n^2 + n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$n(2n+1) = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$2n + 1 = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$4n + 2 = a_1 + a_n$$

$$a_n = 4n + 2 - a_1$$

$$= 4n + 2 - 3$$

$$= 4n - 1$$

c)

$$a_n = 399$$

$$a_n - 1 = 399$$

$$a_n = 400 \Rightarrow n = \frac{400}{4} = 100$$

$$S_{100} = 2 \cdot 100^2 + 100 = 4000 + 100$$

$$= 4100$$

Oppgave 4

$K'(x) = 0{,}4x + 500$ og $I'(x) = -0{,}3x + 850$

a)

$$O(x) = I(x) - K(x)$$

$$O'(x) = I'(x) - k'(x)$$

$$= -0{,}3x + 850 - 0{,}4x - 500$$

$$= -0{,}7x + 350$$

$$O'(x) > 0$$

$$-0{,}7x + 350 > 0 \Rightarrow -0{,}7x \rangle -350$$

$$x < \frac{-350}{-0{,}7} \Rightarrow x < +500$$

Vi ser at den deriverte av overskuddsfunksjon er voksende når produksjonsmengde er mindre enn 500 enheter . Utover dette vil overskuddet gå ned.

.

b)

Overskuddet er størst mulig når grenseinntekten = grensekostanden eller når den deriverte av overskuddsfunksjon= 0

$$O'(x) = 0 \Rightarrow -0{,}7x + 350 = 0$$

$$0{,}7x = 350$$

$$x = \frac{350}{0{,}7} = 500$$

Bedriften må produsere og selge 500 enheter for at overskuddet skal bli størst mulig .

c)

$$K'(X) = 0{,}4x + 500$$

$$K(X) = \frac{0{,}4}{2}x^2 + 500x + c$$

$$K(x) = 0{,}2x^2 + 500x + c$$

$$c = fastkostnad = 50000$$

$$K(x) = 0{,}2x^2 + 500x + 50000$$

$$K(400) = 0{,}2 \cdot 400^2 + 500 \cdot 400 + 50000$$

$$= 282000kr$$

Her har jeg funnet K(x) fra K'(x) via integral men da får vi en konstant som er integrasjonskonstant som i dette tillfellet representer den faste delen av kostnaden . Etter det kan vi enkelt finne K(400).

Oppgave 5

a)

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1n(x) \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - ln(x)}{x^2}$$

b)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1 - 1n(x)}{x^2} = 0 \Rightarrow 1 - ln(x) = 0 \Rightarrow 1 = 1nx$$

$$x = e^1 = e$$

vi kan finne verdien av f derivert i et punkt for x=e og i et punkt etter x= e for å sjekke om ekstremalt punktet er et topppunkt eller et bunnpunkt.

$$f'(1) = \frac{1 - \ln 1}{1^2} = \frac{1 - 0}{1} = 1 \rangle 0$$

$$f'(e^2) = \frac{1 - \ln(e^2)}{(e^2)^2} = \frac{1 - 2 \cdot \ln e}{e^4} = \frac{1 - 2}{e^4} = \frac{-1}{e^4} < 0$$

$$f(e) = \frac{lne}{e} = \frac{1}{e}$$

så funksjonen f er voksende for punktet x=e og avtakende etter x= e så punktet (e,f(e))=(e,1/e) er et topppunkt for f.

c)

$$g(x) = 3 - 6ef(x)$$

$$g'(x) = 0 - 6ef'(x) = -6e \cdot f'(x) = -6e\frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{-6e(1 - \ln x)}{x^2}$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow -6ef'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$$

$$g(1) = -6e \cdot f(1) = -6e \cdot 1 = -6e < 0$$

$$g'(e^2) = -6ef'(e^2) = -6e \cdot \left(-\frac{1}{e^4}\right) = \frac{6}{e^3} > 0$$

$$g(e) = 3 - 6ef(e) = 3 - 6e \cdot \frac{1}{e} = 3 - 6 = -3$$

så funksjonen g er avtakende før punktet x=e og voksende etter x= e så punktet (e,g(e))= (e,-3) er et bunnpunkt for g.

Oppgave 6

a)

$$\mu = 200, \sigma = 40$$
$$p(180 \le x \le 220) = P(X \le 220) - p(x \le 180)$$
$$= P\left(Z \le \frac{220 - 200}{40}\right) - P\left(z \le \frac{180 - 200}{40}\right)$$
$$= p\left(z \le \frac{20}{40}\right) - p\left(z \le \frac{-20}{40}\right)$$
$$= P(z \le 0{,}5) - P(z \le -0{,}5)$$
$$= 0{,}6915 - 0{,}3085 = 0{,}383$$

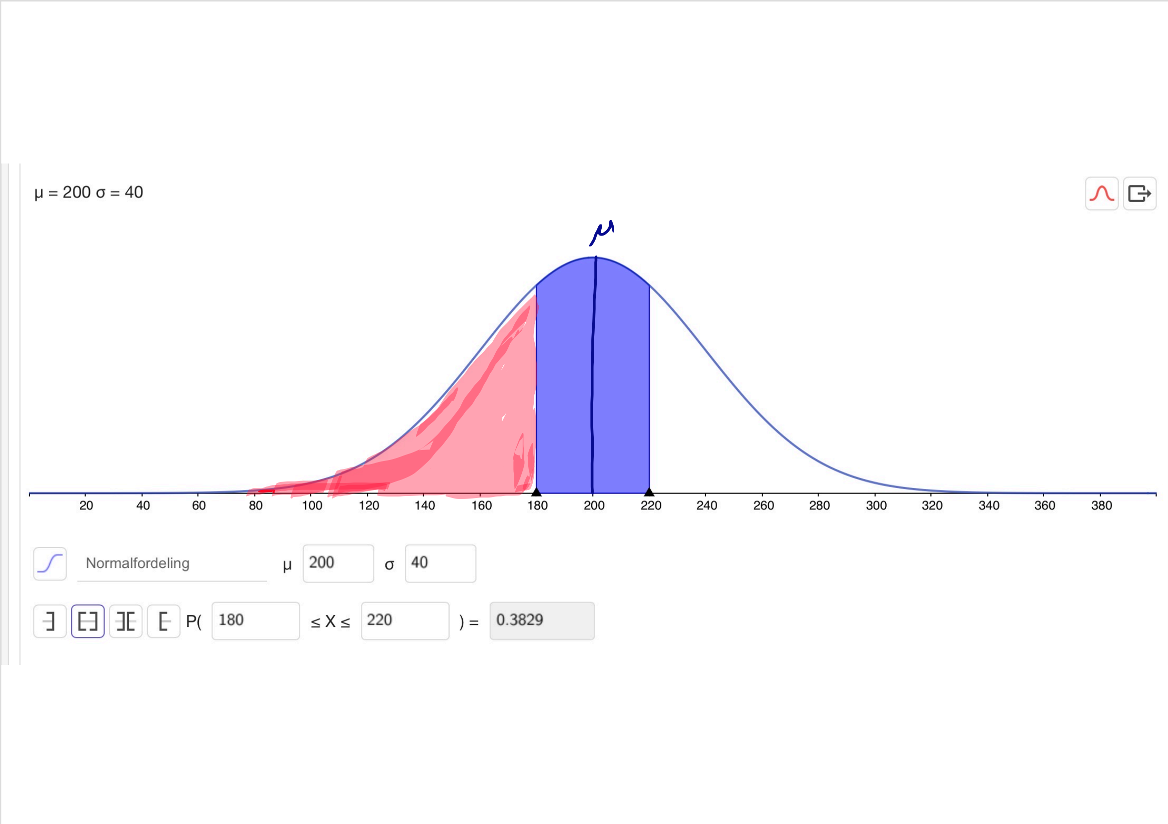
Vi brukte sannsynlighetstabellene for å finne sannsynlighetene i siste steg.

b)

$$\int_{0}^{150} f(x)dx = P(x \leq 150) = p\left(z \leq \frac{150 - 200}{40}\right)$$
$$= P\left(z \leq \frac{-50}{40}\right) = P(Z \leq -1{,}25)$$
$$= 0{,}1056$$

Arealet under normalfordelingskurven er representer sannsynlighet . Her integralet representerer sannsynligheten for at vekten av poteten er mindre enn 150 gram som er 0,1056.

c)



Det blå området representerer svaret fra oppgave a og de røde området svaret fra oppgave b

d)

$$p(x \geq 300) = p\left(z \geq \frac{300 - 200}{40}\right)$$

$$= p\left(z \geq \frac{100}{40}\right) = p(z \geq 2{,}5)$$

$$= 1 - P(Z < 2{,}5) = 1 - 0{,}9938$$

$$= 0.0062 = 0.0062 \cdot 100 = 0.62\ \%$$

$$= 0{,}0062 = 0{,}0062 \cdot 100 = 0{,}62\ \%$$

$$0{,}62\ \%\ av 500 = \frac{500 \cdot 0{,}62}{100} = 3{,}1$$

Så minst 3 av 500 poteter veier minst 300 g.