S2_Eksamen høsten 2021_Del 2

Oppgave 1

La

x= timelønn på dagstid

y= timelønn på kveldstid

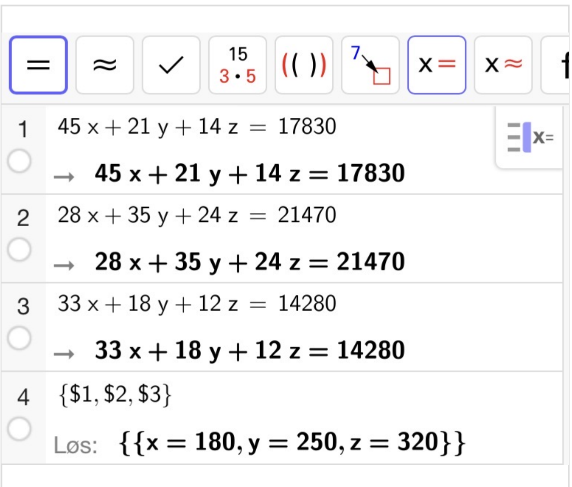
z=timelønn i helg

Lønn for januar: 45x+21y+14z=17830

Lønn for februar : 28x+35y+24z=21470

Lønn for mars: 33x+18y+12z=14280

Vi bruker Cas til å løse ligningssystemet ovenfor:



Timelønn til Solveig når hun jobber på dagtid er 180 kr.

Oppgave 2

Tiende beløp har stått i banken i ett år da er det 6000•1,06^1 kr

Niende beløp har stått i banken i 2 år da er det
6000•1.06^2 kr osv.

Første beløp har stått i banken 10 år og da er det 6000•1.06^10

Summen blir da

$$6000 \cdot (1{,}06)^1 + 6000.(1{,}06)^2 + \ldots + 6000 \cdot (1{,}06)^{10}$$

Dette er geometrisk rekke med k= 1,06 og a1=6000•1,06, n=10

$$S_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$$

$$S_{10} = 6000 \cdot 1{,}06 \cdot \frac{(1{,}06)^{10} - 1}{1{,}06 - 1}$$

6	a)
7	$S10 = 6000 \cdot 1.06 \cdot \frac{1.06^{10} - 1}{1.06 - 1}$ $\rightarrow$ $\mathbf{S10 = \frac{4093254679372191597}{48828125000000}}$
8	\$7 $\approx$ $\mathbf{S10 = 83829.8558}$

Camillas andel i aksjefondet dagen før hun fylte 11 år blir 83829 kr . Har antok jeg at det blir rente på siste innskudd.

b)

Beløpet på elleveårsdagen er 12000•1.05^0 har stått i banken i 9 år da er det 12000•1.05 ^0 • 1,06^9 kr

Beløpet på tolvårsdagen er 12000•1.05^1 har stått i banken i 8 år da er det 12000•1.05 ^1 • 1,06^8 kr

osv.

Beløpet på 20-årsdagen er 12000•1.05^9 har stått i banken i null år da er det 12000•1.05 ^ 9 • 1,06 ^0 kr

Summen blir da

$$= 12000 \cdot (1{,}05)^9 \cdot (1{,}06)^0 + \ldots\ldots\ldots + 12000 \cdot (1{,}05)^1 \cdot (1{,}06)^8 + 12000 \cdot (1{,}05)^0 \cdot (1{,}06)^9$$

Dette er geometrisk rekke med a1=12000.1,05^9 , k= 1,06/1,05 , n=10

9 b)

10 $$S10Ny := 12000 \cdot 1.05^{9} \cdot \frac{\left(\frac{1.06}{1.05}\right)^{10} - 1}{\frac{1.06}{1.05} - 1}$$

$$\approx \mathbf{S10Ny := 194343.6837}$$

11 $$Totalt = S10 \cdot 1.06^{9} + S10Ny$$

$$\approx \mathbf{Totalt = 335972.4613}$$

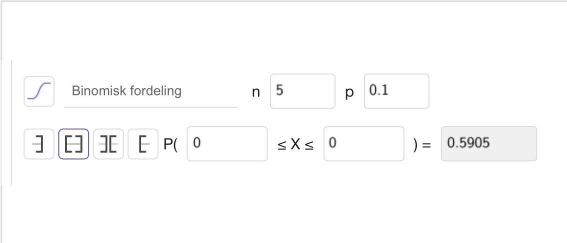
Her først fant vi hvor mye det ble fra 11-årsdagen til 20-årsdagen (S10Ny) så summerte vi den med beløpet fra 1-årsdag til 10-årsdag som må ganges med 1.06^9 siden den har stått i banken fra 11-årsdag til 20-årsdag som er ny år . Total andel i aksjefondet blir 335972.47 kr.

Oppgave 3

a)

Her X= antall kunder som blir trukket ut til kontroll av de første 5 kundene .

Vi bruker sannsynlighetskalkukator



så det er 59 % sannsynlighet at ingen av de fem kundene blir trukket ut til kontroll.

b)

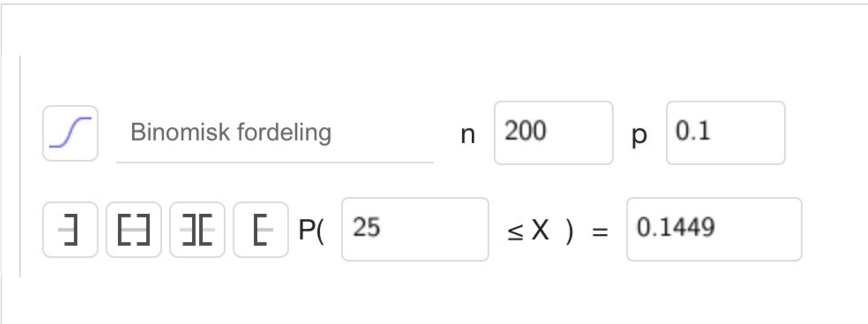
$$p = 0{,}1,\ n = 200$$

$$\mu = E(X) = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}1 = 20$$

$$Var(x) = n \cdot p(1 - p) = 20 \cdot (1 - 0{,}1)$$

$$= 20 \cdot 0{,}9 = 18$$

c)



Sannsynligheten for at minst 25 av 200 kunder blir trukket ut til kontroll er 14.5 % .

d)

Null hypotese H0: $p=0.1$

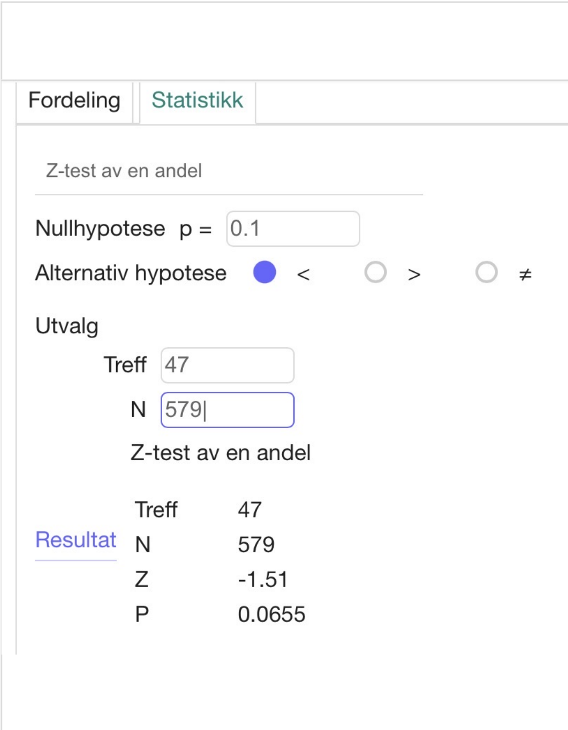
Alternativ hypotese H1: $p<0.1$

e)

Vi bruker sannsynlighetskalkukator for å finne P-Verdien($P(X<47)$ og sammenligne den med signifikant nivå på 0.05

P-Verdien $=0.0717 >0.05$ så beholde vil nullhypotesen og konkludere med at mistanken er ikke berettiget.

Siden $n=579$, $p=0,1$, $Var(X)= np.(1-p)=579•0.1•(1-0,1)=52.11>0$ da kan vi bruke normaltilnærming og z-test fra sannsynlighetskalkukator .



Vi ser at P-verdien=0.0655 som er større enn signifikant nivå på 0.05 . Vi beholder dermed nullhypotesen .

Oppgave 4

a)

$$g(0) = 0{,}015$$

$$(1)\frac{N}{1+a} = 0{,}015$$

$$g(20) = 0{,}22$$

$$(2)\frac{N}{1+e^{-20k}} = 0{,}22$$

$$9(30) = 0{,}44$$

$$(3)\frac{N}{1+ae^{-30k}} = 0{,}44$$

$$(1)N = 0{,}015 + 0{,}015a$$

$$(2)1+e^{-20k} = \frac{N}{0{,}22}$$

$$(3)1+e^{-30k} = \frac{N}{0{,}44}$$

1. $g(t) := \frac{N}{1 + a\,e^{-kt}}$

   $\rightarrow$ $\mathbf{g(t) := \frac{0.5999}{a\,e^{-kt} + 1}}$

2. $g(0) = \frac{1.5}{100}$

   $\rightarrow$ $\mathbf{\frac{\frac{1199769}{2000000}}{a + 1} = \frac{3}{200}}$

3. $g(20) = \frac{22}{100}$

   $\rightarrow$ $\mathbf{\frac{\frac{1199769}{2000000}}{a\,e^{-20k} + 1} = \frac{11}{50}}$

4. $g(30) = \frac{44}{100}$

   $\rightarrow$ $\mathbf{\frac{\frac{1199769}{2000000}}{a\,e^{-30k} + 1} = \frac{11}{25}}$

5. Løs({$2, $3, $4}, {a, N, k})

   $\rightarrow$ {}

6 Løs$\left(\left\{1 + a\, e^{-20k} = \frac{0.015 + 0.015\, a}{0.22}, 1 + a\, e^{-30k} = \frac{0.015 + 0.015\, a}{0.44}\right\}, \{a, k\}\right)$

$\to \left\{\{a = -1, k = 0\}, \left\{a = \frac{11\sqrt{993} + 1525}{48}, k = \frac{-\ln(6) + \ln\left(\sqrt{993} - 3\right)}{10\ \ln(e)}\right\}\right\}$

7 $6

$\approx \left\{\{a = -1, k = 0\}, \left\{a = 38.9923, k = \frac{0.1559}{\ln(e)}\right\}\right\}$

8 $N := 0.015 + 0.015 \cdot 38.9923$

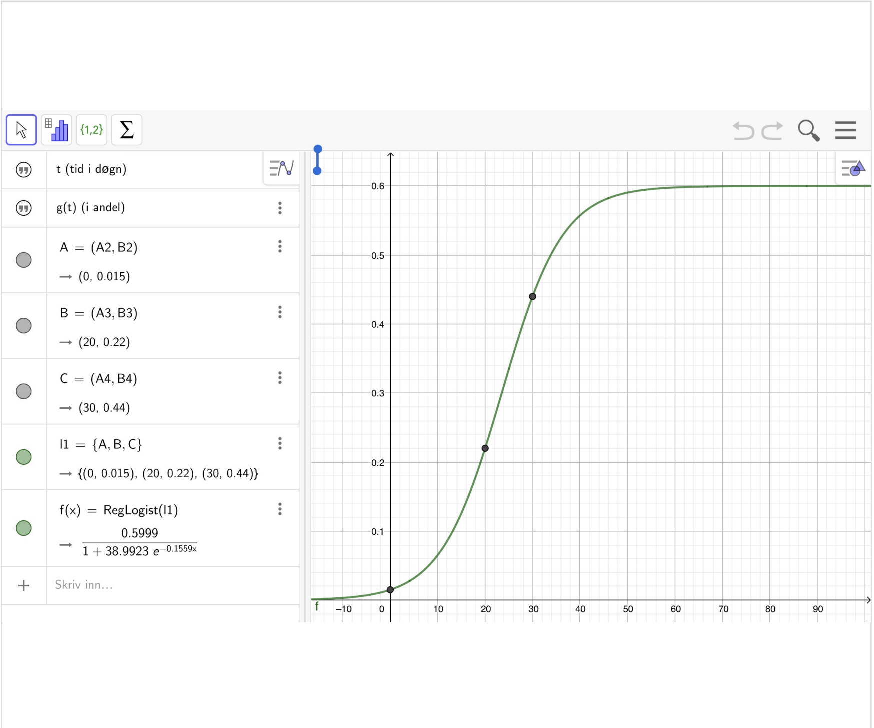
$\approx$ $\mathbf{N := 0.5999}$

Cas klarer ikke å løse ligningssytem direkte men om vi finner N fra første ligning og setter den i de to andre får vi løsning. N=0.5999 , a=38,9923 , k=0.1559

Man kan også bruke logistisk regresjon til å finne svaret

Først setter vi opplysinger i et regeneark så lager vi liste med punkt så bruker vi logistisk regresjon og finner ut at N=0.5999 , a= 38,9923. , k=0,1559.

	A	B
1	t (tid i døgn)	g(t) (i andel)
2	0	0.015
3	20	0.22
4	30	0.44



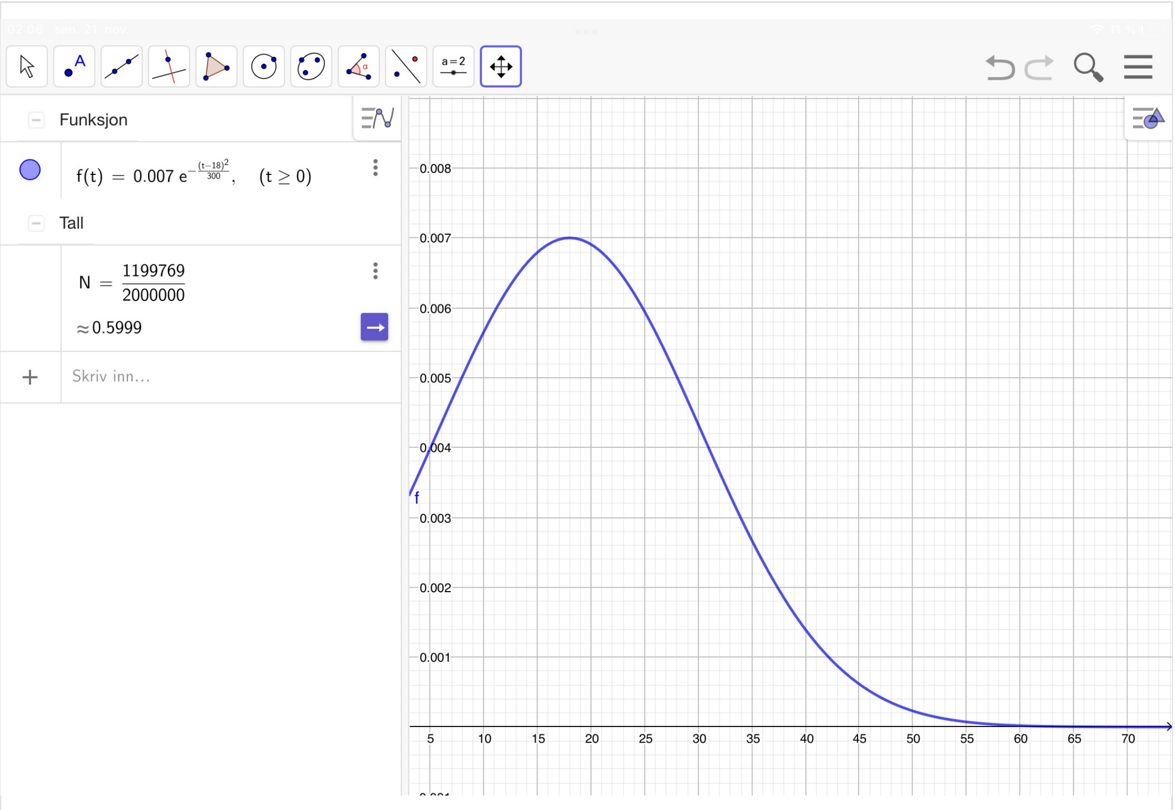
b)

$$t \to \infty \Rightarrow g(t) \to \frac{N}{1+0} = N = 0{,}5999 = 59{,}99\ \% = 60\ \%$$

60 prosent av befolkningen kan bli smittet av viruset i det langet løp.

c)

Vi taster funksjonen i algebra felt og får



d)

9	d)
10	$f''(t) = 0$ Løs: $\{t = -5\sqrt{6} + 18, t = 5\sqrt{6} + 18\}$
11	\$10 $\approx \{t = 5.7526, t = 30.2474\}$
12	$f'(5.7526)$ ≈ 0.0003
13	$f'(30.2474)$ ≈ -0.0003

Økning er størst i vendepunktet. f har to vennepunkter og må vi finne den deriverte av f i begge to. Vi bruker Cas og finner ut at f derivert er størst i t= 5.7526≈6 . Så økning i smitten er størst i døgn nummer 6.

e)

16	e)
17	Ekstremalpunkt(f) $\approx$ $\{(18, 0.007)\}$
18	Grenseverdi(f, ∞) $\approx$ 0
19	$\int_0^\infty f \, dt$ $\to$ $\frac{-7\sqrt{3}\sqrt{\pi}\ \mathrm{erf}\left(-3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{5}\right) + 7\sqrt{3}\sqrt{\pi}}{200}$
20	\$19 $\approx$ 0.1997

Total andel befolkning som blir smittet i følge modellen f er 0.1997=19,97≈20% . Her brukte vi at integral gir areal under en kurve som igjen gir summen av andel befolkningen som blir smittet.

Merk også maks andel befolkning som kan bli smittet er 0.007 =0,7 % som er døgn nummer 18 men etter det vil andelen synke til det blir null etter lang tid. Dette kan ses fra grafen også.