

S2_Eksamen høsten 2021_Del 2

Oppgave 1

La

x = timelønn på dagtid

y = timelønn på kveldstid

z = timelønn i helg

Lønn for januar: $45x + 21y + 14z = 17830$

Lønn for februar : $28x + 35y + 24z = 21470$

Lønn for mars: $33x + 18y + 12z = 14280$

Vi bruker Cas til å løse ligningssystemet ovenfor:

The screenshot shows a Cas calculator interface with a toolbar at the top containing symbols for equals, approximate, check, powers, parentheses, fractions, and variables. Below the toolbar, a list of equations is displayed, each with a radio button to its left. The equations are:

- 1 $45x + 21y + 14z = 17830$
- 2 $28x + 35y + 24z = 21470$
- 3 $33x + 18y + 12z = 14280$

Below these equations, the solution is shown:

4 $\{ \$1, \$2, \$3 \}$
Løs: $\{ \{ x = 180, y = 250, z = 320 \} \}$

Timelønn til Solveig når hun jobber på dagtid er 180 kr.

Oppgave 2

Tiende beløp har stått i banken i ett år da er det $6000 \cdot 1,06^1$ kr

Niende beløp har stått i banken i 2 år da er det
 $6000 \cdot 1,06^2$ kr osv.

Første beløp har stått i banken 10 år og da er det $6000 \cdot 1,06^{10}$

Summen blir da

$$6000 \cdot (1,06)^1 + 6000 \cdot (1,06)^2 + \dots + 6000 \cdot (1,06)^{10}$$

Dette er geometrisk rekke med $k = 1,06$ og $a_1 = 6000 \cdot 1,06$, $n = 10$

$$S_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$$

$$S_{10} = 6000 \cdot 1,06 \cdot \frac{(1,06)^{10} - 1}{1,06 - 1}$$

6	a)
7	$S_{10} = 6000 \cdot 1,06 \cdot \frac{1,06^{10} - 1}{1,06 - 1}$ $\rightarrow S_{10} = \frac{4093254679372191597}{48828125000000}$
8	\$7 $\approx S_{10} = 83829.8558$

Camillas andel i aksjefondet dagen før hun fylte 11 år blir 83829 kr . Har antok jeg at det blir rente på siste innskudd.

b)

Beløpet på elleveårsdagen er $12000 \cdot 1.05^0$ har stått i banken i 9 år da er det $12000 \cdot 1.05^0 \cdot 1.06^9$ kr

Beløpet på tolvårsdagen er $12000 \cdot 1.05^1$ har stått i banken i 8 år da er det $12000 \cdot 1.05^1 \cdot 1.06^8$ kr

osv.

Beløpet på 20-årsdagen er $12000 \cdot 1.05^9$ har stått i banken i null år da er det $12000 \cdot 1.05^9 \cdot 1.06^0$ kr

Summen blir da

$$= 12000 \cdot (1.05)^9 \cdot (1.06)^0 + \dots + 12000 \cdot (1.05)^1 \cdot (1.06)^8 + 12000 \cdot (1.05)^0 \cdot (1.06)^9$$

Dette er geometrisk rekke med $a_1 = 12000 \cdot 1.05^9$, $k = 1.06/1.05$, $n=10$

9	b)
10	$S_{10Ny} := 12000 \cdot 1.05^9 \cdot \frac{\left(\frac{1.06}{1.05}\right)^{10} - 1}{\frac{1.06}{1.05} - 1}$ $\approx \mathbf{S_{10Ny} := 194343.6837}$
11	$\text{Totalt} = S_{10} \cdot 1.06^9 + S_{10Ny}$ $\approx \mathbf{\text{Totalt} = 335972.4613}$

Her først fant vi hvor mye det ble fra 11-årsdagen til 20-årsdagen (S_{10Ny}) så summerte vi den med beløpet fra 1-årsdag til 10-årsdag som må ganges med 1.06^9 siden den har stått i banken fra 11-årsdag til 20-årsdag som er ny år . Total andel i aksjefondet blir 335972.47 kr.


Oppgave 3





a)

Her X = antall kunder som blir trukket ut til kontroll av de første 5 kundene .

Vi bruker sannsynlighetskalkulator

så det er 59 % sannsynlighet at ingen av de fem kundene blir trukket ut til kontroll.

 Binomisk fordeling n p

    P(≤ X ≤) =

b)

$$p = 0,1, n = 200$$
$$\mu = E(X) = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$
$$Var(x) = n \cdot p(1 - p) = 20 \cdot (1 - 0,1)$$
$$= 20 \cdot 0,9 = 18$$

c)

 Binomisk fordeling n p

    P(≤ X) =

Sannsynligheten for at minst 25 av 200 kunder blir trukket ut til kontroll er 14.5 % .

d)

Null hypotese $H_0: p=0.1$

Alternativ hypotese $H_1: p<0.1$

e)

Vi bruker sannsynlighetskalkulator for å finne P-Verdien ($P(X<47)$) og sammenligne den med signifikant nivå på 0.05



The image shows a digital calculator interface for a binomial distribution. At the top, there is a dropdown menu set to 'Binomisk fordeling' with a blue curve icon to its left. To the right of the dropdown are two input fields: 'n' with the value '579' and 'p' with the value '0.1'. Below these, there is a row of four buttons: a left arrow, a right arrow, a double left arrow, and a double right arrow. To the right of these buttons is the text 'P(X ≤ ' followed by an input field containing '47', then ') = ' and a final input field containing '0.0717'.

P-Verdien $=0.0717 > 0.05$ så beholde vil nullhypotesen og konkludere med at mistanken er ikke berettiget.

Siden $n=579$, $p=0.1$, $\text{Var}(X)= np \cdot (1-p)=579 \cdot 0.1 \cdot (1-0.1)=52.11 > 0$ da kan vi bruke normaltilnærming og z-test fra sannsynlighetskalkulator .

Fordeling

Statistikk

Z-test av en andel

Nullhypotese $p =$

Alternativ hypotese ☒ $<$ ☐ $>$ ☐ \neq

Utvalg

Treff

N

Z-test av en andel

Treff

47

Resultat

N

579

Z

-1.51

P

0.0655

Vi ser at P-verdien= 0.0655 som er større enn signifikant nivå på 0.05 . Vi beholder dermed nullhypotesen .

Oppgave 4

a)

$$g(0) = 0,015$$

$$(1) \frac{N}{1+a} = 0,015$$

$$g(20) = 0,22$$

$$(2) \frac{N}{1+e^{-20k}} = 0,22$$

$$9(30) = 0,44$$

$$(3) \frac{N}{1+ae^{-30k}} = 0,44$$

$$(1) N = 0,015 + 0,015a$$

$$(2) 1 + e^{-20k} = \frac{N}{0,22}$$

$$(3) 1 + e^{-30k} = \frac{N}{0,44}$$

=

≈

✓

¹⁵
3 • 5

(())

1

$$g(t) := \frac{N}{1 + a e^{-kt}}$$

$$\rightarrow g(t) := \frac{0.5999}{a e^{-kt} + 1}$$

2

$$g(0) = \frac{1.5}{100}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1199769}{2000000}}{a + 1} = \frac{3}{200}$$

3

$$g(20) = \frac{22}{100}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1199769}{2000000}}{a e^{-20k} + 1} = \frac{11}{50}$$

4

$$g(30) = \frac{44}{100}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1199769}{2000000}}{a e^{-30k} + 1} = \frac{11}{25}$$

5

$$L\emptyset s(\{\$2, \$3, \$4\}, \{a, N, k\})$$

$$\rightarrow \{\}$$

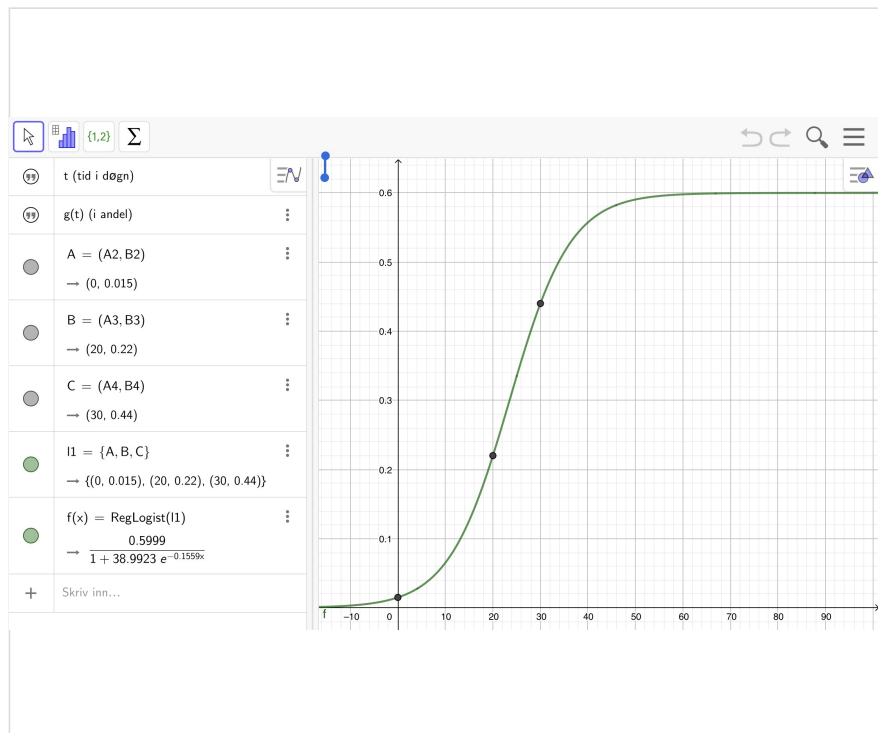
6	$\text{Løs}\left(\left\{1 + a e^{-20k} = \frac{0.015 + 0.015 a}{0.22}, 1 + a e^{-30k} = \frac{0.015 + 0.015 a}{0.44}\right\}, \{a, k\}\right)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \left\{ \{a = -1, k = 0\}, \left\{ a = \frac{11 \sqrt{993} + 1525}{48}, k = \frac{-\ln(6) + \ln(\sqrt{993} - 3)}{10 \ln(e)} \right\} \right\}$
7	\$6
<input type="radio"/>	$\approx \left\{ \{a = -1, k = 0\}, \left\{ a = 38.9923, k = \frac{0.1559}{\ln(e)} \right\} \right\}$
8	$N := 0.015 + 0.015 \cdot 38.9923$
<input type="radio"/>	$\approx \mathbf{N := 0.5999}$

Cas klarer ikke å løse ligningssystem direkte men om vi finner N fra første ligning og setter den i de to andre får vi løsning. $N=0.5999$, $a=38,9923$, $k=0.1559$

Man kan også bruke logistisk regresjon til å finne svaret

Først setter vi opplysninger i et regneark så lager vi liste med punkt så bruker vi logistisk regresjon og finner ut at $N=0.5999$, $a= 38,9923$. , $k=0,1559$.

	A	B
1	t (tid i døgn)	g(t) (i andel)
2	0	0.015
3	20	0.22
4	30	0.44



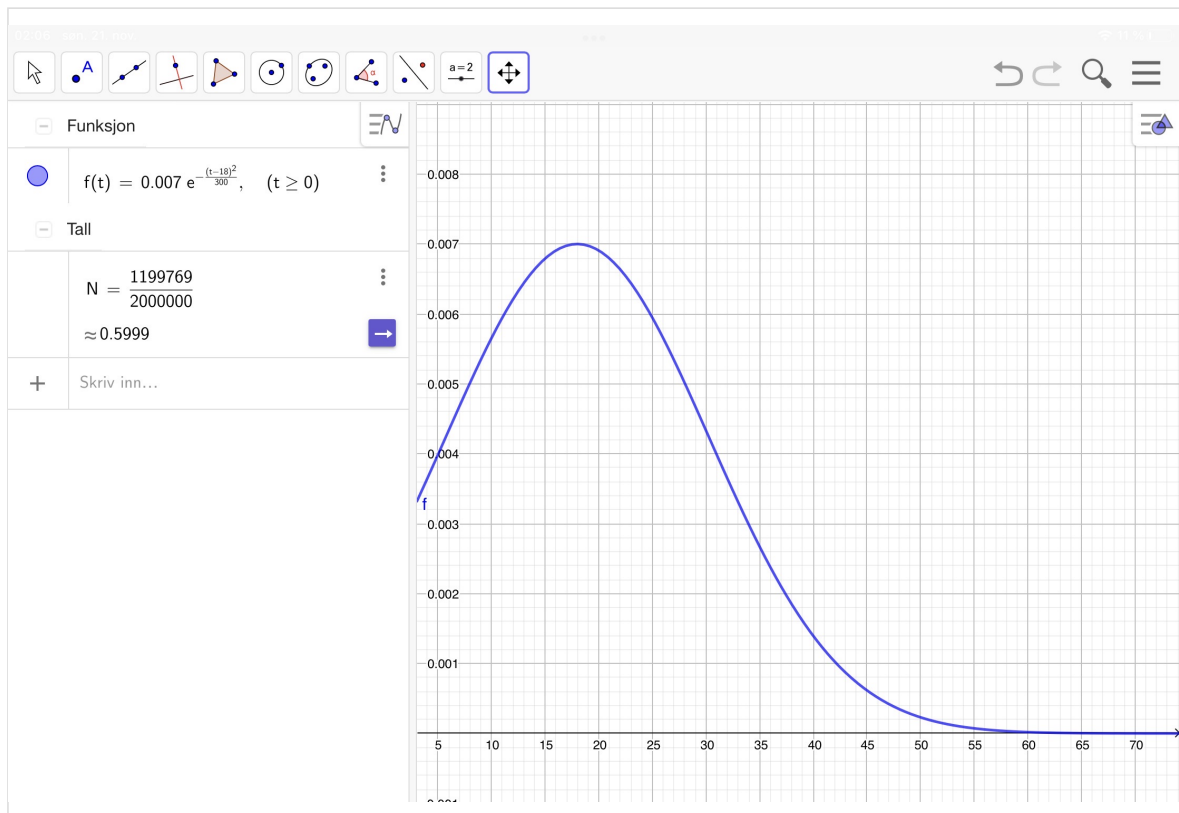
b)

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow g(t) \rightarrow \frac{N}{1+0} = N = 0,5999 = 59,99 \% = 60 \%$$

60 prosent av befolkningen kan bli smittet av viruset i det langet løp.

c)

Vi taster funksjonen i algebra felt og får



d)

9	d)
10	$f''(t) = 0$
<input type="radio"/>	Løs: $\{t = -5\sqrt{6} + 18, t = 5\sqrt{6} + 18\}$
11	\$10
<input type="radio"/>	$\approx \{t = 5.7526, t = 30.2474\}$
12	$f'(5.7526)$
<input type="radio"/>	≈ 0.0003
13	$f'(30.2474)$
<input type="radio"/>	≈ -0.0003

Økning er størst i vendepunktet. f har to vennepunkter og må vi finne den deriverte av f i begge to. Vi bruker Cas og finner ut at f derivert er størst i $t = 5.7526 \approx 6$. Så økning i smitten er størst i døgn nummer 6.

e)

16	e)
17	Ekstremalpunkt(f) <input type="radio"/> $\approx \{(18, 0.007)\}$
18	Grenseverdi(f, ∞) <input type="radio"/> ≈ 0
19	$\int_0^{\infty} f \, dt$ <input type="radio"/> $\rightarrow \frac{-7 \sqrt{3} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}\left(-3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{5}\right) + 7 \sqrt{3} \sqrt{\pi}}{200}$
20	\$19 <input type="radio"/> ≈ 0.1997

Total andel befolkning som blir smittet i følge modellen f er $0.1997 \approx 19.97 \approx 20\%$. Her brukte vi at integral gir areal under en kurve som igjen gir summen av andel befolkningen som blir smittet.

Merk også maks andel befolkning som kan bli smittet er $0.007 \approx 0.7\%$ som er døgn nummer 18 men etter det vil andelen synke til det blir null etter lang tid. Dette kan ses fra grafen også.