Løsningsforslag eksempeloppgaver eksamen 1P

Type 1
De første oppgavene er av hovedtype 1. Her trenger du ikke å vise utregning eller gi en begrunnelse. Svaret på oppgavene skal du gi enten som et tall eller et uttrykk i en svarrute, ved å velge et alternativ i en flervalgsoppgave eller som en del av en interaktiv oppgave.

Oppgave 1

300 g grillgrønnsaker koster 39 kroner.

Bestem prisen per kilogram.
Svar: 130 kroner

Løsning 1

$$\mathbf{1\ kg = 3 \cdot 300\ g + 100\ g}$$

$$3 \cdot 39 + \frac{1}{3} \cdot 39 = \underline{130}$$

1kg grillgrønnsaker koster 130 kroner.

Løsning 2
Jeg finner først ut hvor mye 1 gram koster:

$$\frac{39{,}00}{300} = \underline{0{,}13}$$

$$0{,}13 \cdot 1000 = \underline{130}$$

$$\mathbf{1000\ g = 1\ kg}$$

1 kg grillgrønnsaker koster 130 kroner.

Løsning 3
Forholdet mellom antall gram er det samme som forholdet mellom antall kroner:

Gram	Kroner
300	39,00
1000	x

1 $\dfrac{300}{1000} = \dfrac{39}{x}$

Løs: $\{x = 130\}$

1 kg grillgrønnsaker koster 130 kroner.

Oppgave 2

I en eske ligger det røde, grønne og gule kuler.

35 av kulene er røde, og 110 av kulene er grønne.

Hvor mange prosent av kulene er gule?

Svar: 30 %

Løsning 1

$$\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5} = 3 \cdot 20\ \% = \underline{60\ \%}$$

$$\frac{1}{10} = \underline{10\ \%}$$

$$100\ \% - 60\ \% - 10\ \% = \underline{30\ \%}$$

30 % av kulene er gule.

Løsning 2

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{\underline{10}}$$

$$1 - \frac{6}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{\underline{10}}$$

30 % av kulene er gule.

Oppgave 3

Pernille tar to kapsler med omega-3 hver dag.

Én kapsel har masse 1000 mg og inneholder 60 % omega-3-fettsyre.

Hvor mange gram omega-3-fettsyre får Pernille i seg fra de to kapslene hver dag?

- 1,2 g
- 6 g
- 12 g
- 1200 g

Løsning 1

60 % av 1000 er 600

$2 \cdot 600 = \underline{1200}$

Pernille får i seg 1200 mg = 1,2 g

Løsning 2

1 $0.6 \cdot 1000 \cdot 2$

$\rightarrow$ **1200**

Pernille får i seg 1200 mg = 1,2 g

Oppgave 4

En type hårspray selges i tre størrelser: Mini, Normal og Biggie.

Normal inneholder 400 mL og koster 160 kroner.

Mini inneholder 100 mL, og Biggie inneholder 600 mL.

Hvor mye ville Mini og Biggie kostet dersom pris og volum hadde vært proporsjonale størrelser?

Svar:

Mini ville kostet 40 kroner

Biggie ville kostet 240 kroner

Løsning 1

$$\frac{160}{4} = 40$$

Mini ville kostet 40 kr.

$$\mathbf{40 \cdot 6 = 240}$$

Biggie ville kostet 240 kroner.

Løsning 2

1	$\frac{160}{400}$ $\approx$ **0.4**
2	$0.4 \cdot 100$ $\rightarrow$ **40**
3	$0.4 \cdot 600$ $\rightarrow$ **240**

Jeg finner først prisen per milliliter for Normal. Se linje 1. Så finner jeg prisen for Mini (linje 2) og Biggie (linje 3).

Mini ville kostet 40 kroner.
Biggie ville kostet 240 kroner.

Oppgave 5

En gullring er stemplet med 585.
Det betyr at 585 tusendeler av ringen er gull.
Hvor mange prosent av ringen er gull?

- ○ 0,0585 %
- ○ 0,585 %
- ○ 5,85 %
- ● 58,5 %

Løsning

$$\frac{585}{1000} = \frac{58,5}{100}$$

58,5 % av ringen er gull.

Oppgave 6

Jacob er selger.

Månedslønnen hans er gitt ved

$$M(x)=0{,}075x+32000$$

når han selger for x kroner i løpet av en måned.

En måned selger Jacob for 150 000 kroner.

Bestem månedslønnen hans denne måneden.

Svar: 43250 kroner

Løsning 1

1 $0.075 \cdot 150000 + 32000$

$\rightarrow$ **43250**

Månedslønnen blir 43 250 kroner.

Løsning 2

$$0{,}075 \cdot 150000 = \underline{11250}$$

$$11250 + 32000 = \underline{43250}$$

Månedslønnen blir 43 250 kroner.

Løsning 3

1 $M(x) := 0.075x + 32000$

$\rightarrow$ $\mathbf{M(x) := \frac{3}{40} x + 32000}$

2 $M(150000)$

$\rightarrow$ **43250**

Månedslønnen blir 43 250 kroner.

Oppgave 7

En dag i juni 2020 var verdien av oljefondet $1{,}0417 \cdot 10^{13}$ kroner.

Samme dag var det $5{,}372 \cdot 10^{6}$ innbyggere i Norge.

Tenk deg at pengene i oljefondet ble delt likt mellom alle innbyggerne i Norge denne dagen.

Hvor mange kroner ville det da blitt til hver?

Svar: $1{,}939 \cdot 10^{6}$ kroner

Løsning 1

1

$$\frac{1.0417 \cdot 10^{13}}{5.372 \cdot 10^{6}}$$

$$\approx \mathbf{1939128.82}$$

Det ville blitt $1{,}939 \cdot 10^{6}$ kroner til hver.

Løsning 2

$$1{,}0417 \cdot 10^{13} = \underline{10{,}417 \cdot 10^{12}}$$

$$\frac{10^{12}}{10^{6}} = \underline{10^{6}}$$

$$\frac{10{,}417}{5{,}372} \approx \underline{1{,}939}$$

Det ville blitt $1{,}939 \cdot 10^{6}$ kroner til hver.

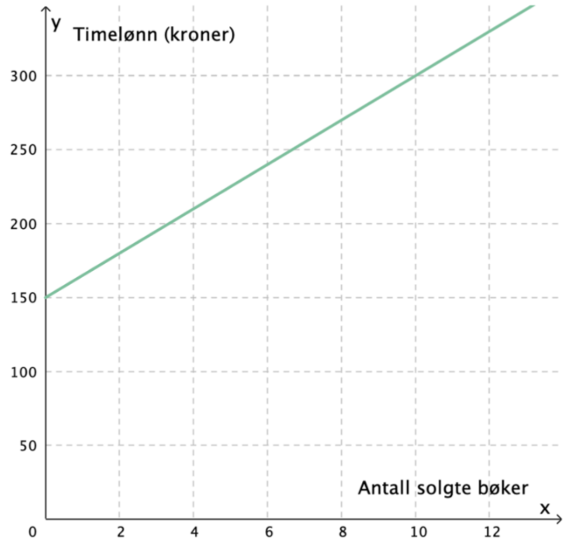
Oppgave 8

Sarah har deltidsjobb som bokselger.

Modellen viser timelønnen hennes når hun selger x bøker i løpet av en time.

Hvor mange bøker må Sarah selge i løpet av en time for at timelønnen skal bli 450 kroner?

Svar: 20



Løsning 1

Sarah har en fast timelønn på 150 kroner.
Hun tjener 300 kroner dersom hun selger 10 bøker.

$300 - 150 = 150$
$\frac{150}{10} = 15$

Sarah tjener 15 kroner for hver bok hun selger.

$450 - 150 = 300$
$\frac{300}{15} = 20$

Sarah må selge 20 bøker.

Løsning 2

Jeg finner først likningen for den rette linjen.

Konstantleddet må være 150 siden linjen skjærer y-aksen i punktet (0, 150).
Når Sarah har solgt 10 bøker, er timelønnen 300 kroner.

Det betyr at stigningstallet må være $\frac{300-150}{10} = \frac{150}{10} = 15$

Likningen for den rette linjen blir da $y = 15x + 150$
Dersom timelønnen skal bli 450 kroner, får jeg at

$$
\begin{aligned}
15x + 150 &= 450 \\
15x &= 300 \\
\frac{15x}{15} &= \frac{300}{15} \\
x &= 20
\end{aligned}
$$

Sara må selge 20 bøker.

Løsning 3
Jeg ser at Sarah har en fast timelønn på 150 kroner siden grafen skjærer y-aksen i punktet (0,150).

Jeg ser også at timelønnen øker med 150 kroner når hun selger 10 bøker.
Om hun selger 20 bøker vil timelønnen øke med 2· 150 kroner.

$$150 + 2 \cdot 150 = 450$$

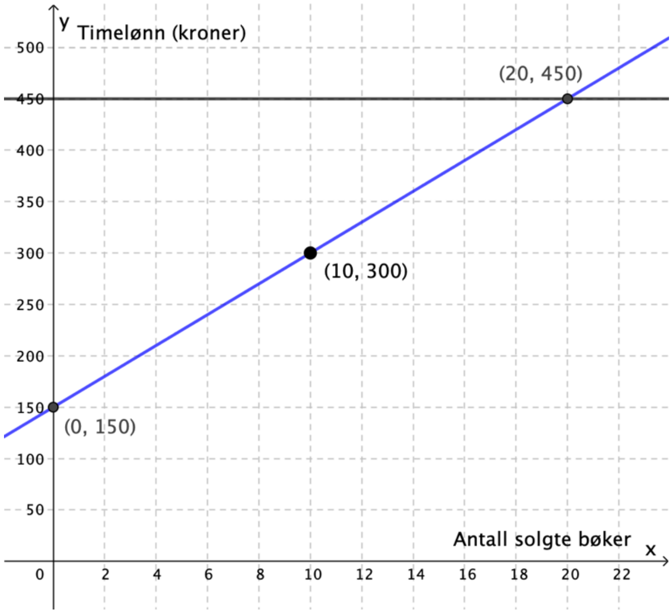
Sarah må selge 20 bøker.

Løsning 4
Jeg ser at den rette linjen går gjennom punktene (0,150) og (10, 300).

Jeg legger disse to punktene inn i en graftegner og lager en rettlinje gjennom dem.

Jeg legger også inn linjen y=450 og finner skjæringspunktet (20, 450).

Sarah må selge 20 bøker.



Type 2

De neste oppgavene er av hovedtype 2. Her skal du vise utregninger, forklare framgangsmåter du har brukt, og begrunne resultater. Oppgavene besvares i en fil du lager selv, og du samler besvarelsen på alle oppgavene i denne filen. Du vil ved eksamen kunne laste opp denne filen etter at du har gått igjennom alle oppgavene.

Oppgave 9

Amalie skal lage appelsinsyltetøy og vil følge oppskriften til høyre.

Hun har et målebeger. Det viser at 1 L sukker har masse 0,8 kg.

Amalie skal bruke 26 kg appelsiner.
En pose sukker inneholder 1 kg.

Hvor mange poser sukker må hun minst kjøpe?

APPELSINSYLTETØY

1 kg appelsiner

1 sitron

1 grapefrukt

5 dL sukker

5 dL vann

Løsning 1

I oppskriften står det at Amalie trenger 5 dL sukker til 1 kg appelsiner.
Amalie skal bruke 26 kg appelsiner.

$26 \cdot 5 = 130$

Amalie trenger 130 dL sukker.
130 dL = 13 L

1 L sukker har masse 0,8 kg.

$13 \cdot 0{,}8 = 10{,}4$

Amalie må minst kjøpe 11 poser med sukker.

Løsning 2

1 L sukker har masse 0,8 kg
5 dL sukker har masse 0,4 kg

Appelsiner (kg)	Sukker (kg)
1	0,4
26	x

1 $\frac{1}{26} = \frac{0.4}{x}$

NLøs: $\{x = 10.4\}$

Amalie må kjøpe minst 11 poser med sukker.

Oppgave 10

Dato	1. juni	1. juli	1. august	1. september
Antall tusen registrert smittet	6278	10 660	17 837	25 761

Tabellen viser antall tusen personer som totalt var registrert smittet av covid-19 noen dager i 2020.

La x=1 svare til 1. juni, x=2 til 1. juli, x=3 til 1. august og x=4 til 1. september.

a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 4038 \cdot 1{,}608^x$$

kan brukes som en modell for antall tusen personer som totalt var registrert smittet måned for måned i denne perioden.

b) Hvor mange prosent økte det totale antallet registrert smittede personer med per måned ifølge modellen?

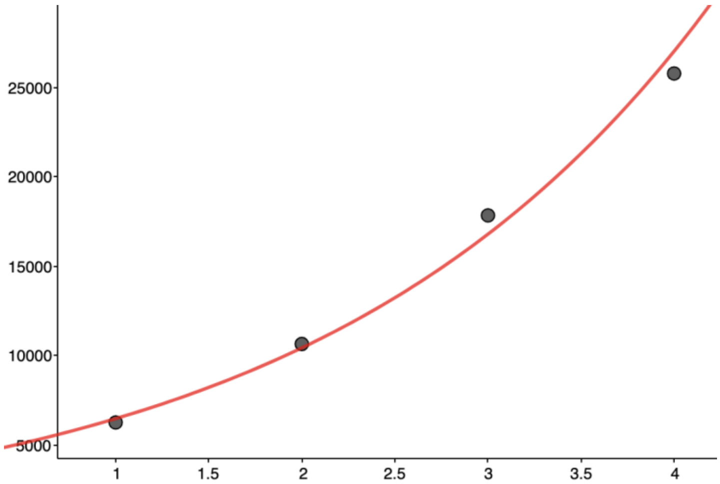
Løsning 1

a) Jeg la verdiene fra tabellen inn i et regneark. Jeg valget utføre en regresjonsanalyse og eksponentiell modell, siden funksjonen jeg skulle fram til er en eksponentiellfunksjon.

	A	B
1	1	6278
2	2	10660
3	3	17837
4	4	25761

X: A1:A4

Y: B1:B4



Regresjonsmodell

Eksponentiell

$y = 4038.4858 \cdot 1.608^x$

b) Jeg ser at vekstfaktoren er 1,608.

Det betyr at antall registrert smittede økte med 60,8 % per måned.

Løsning 2

a) Jeg la verdiene fra tabellen inn i et regneark. Jeg laget så en lise med punkt (l1), og brukte kommandoen «RegEksp(l1)», siden funksjonen jeg skulle fram til er en eksponentialfunksjon.

Liste

$l1 = \{(1, 6278), (2, 10660), (3, 17837), (4, 25761)\}$

Funksjon

$f(x) = 4038.486 \cdot 1.608^x$

b) Jeg ser at vekstfaktoren er 1,608.

Det betyr at antall registrerte smittede økte med 60,8 % per måned.

Oppgave 11

Funksjonen h gitt ved

$$h(x) = -0{,}0005x^3 + 0{,}04x^2$$

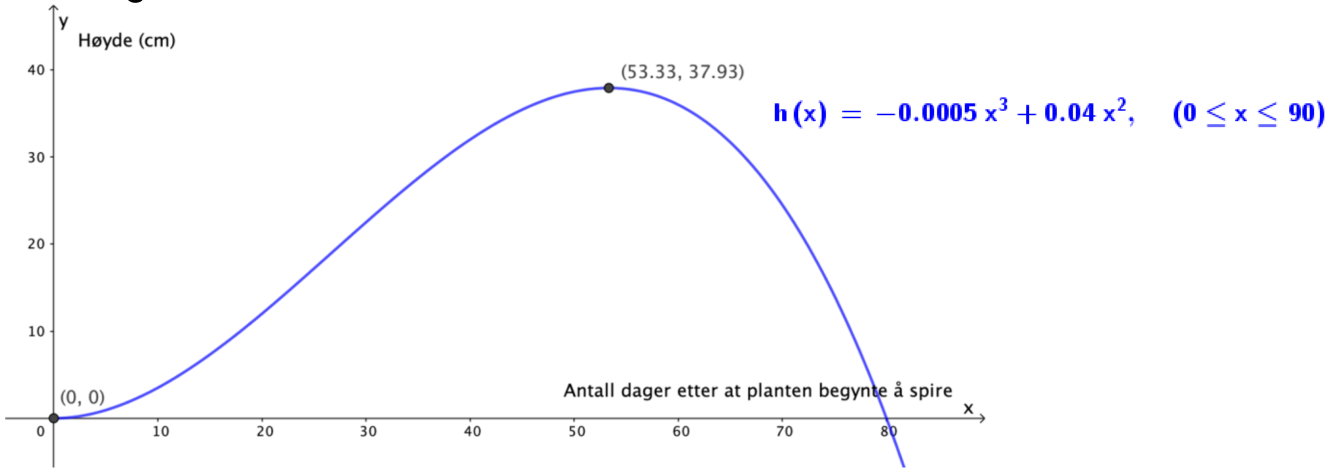
er en modell som viser høyden h(x) cm til en plante, x dager etter at planten begynte å spire.

a) Hva viser modellen om plantens vekst?

b) Hvilket gyldighetsområde vil du si modellen kan ha?

Denne oppgaven skal du svare på i filen som du skal laste opp til slutt.

Løsning 1



a) Jeg tegner grafen til funksjonen h.

Jeg finner toppunktet (53, 38) ved å bruke kommandoen «ekstremalpunkt». Ifølge modellen vokser planten i omtrent 53 dager etter at den begynner å spire. Etter 53 dager er den ca. 38 centimeter høy.

I starten øker veksten for hver dag. Etter omtrent 20 dager må veksten være tilnærmet konstant, siden grafen er tilnærmet lik en rett linje. Fra dag 40 begynner veksten å avta.

Etter dag 53 viser modellen at planten vil bli lavere og lavere helt fram til dag 80 etter at den begynte å spire.

b) Modellen viser at planten er på sitt høyeste etter 53 dager etter at den begynte å spire. Det vil være naturlig at den holder denne høyden i en tidsperiode før den eventuelt visner og dør.

Jeg vil si at modellen er gyldig i omtrent er gyldig i omtrent 53 dager, altså til $x = 53$. Etter 53 dager mener jeg modellen ikke viser hvordan det går med planten.

Jeg antar også at $x = 0$ svarer til det tidspunktet planten spirer. Modellen er ikke gyldig når $x < 0$.

Gyldighetsområdet blir da $0 \leq x \leq 53$.

Oppgave 12

	A	B	C	D	E	F
1	**Lunsj på nett**					
2				Rabatt ved kjøp av flere enn fire retter		10 %
3	**Kunde**			Levering ved kortere avstander enn 8 km		kr 70,00
4				Levering ved avstander som er 8 km eller lengre		kr 150,00
5						
6	**Lunsj**					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon	Totalt		
8	Dagens pasta		kr 100,00			
9	Dagens suppe		kr 80,00			
10	Dagens bagett		kr 110,00			
11						
12	Sum					
13						
14						
15			Rabatt (kroner)			
16						
17	**Levering**					
18						
19	Antall km			Pris for levering		
20						
21						
22	Å betale totalt					

«Lunsj på nett» er et firma som lager og leverer ferdige lunsjretter.

Kundene kan velge mellom tre retter:

- Dagens pasta koster 100 kroner.
- Dagens suppe koster 80 kroner.
- Dagens bagett koster 110 kroner.
-

«Lunsj på nett» gir 10 % rabatt til kunder som bestiller flere enn fire lunsjretter.

Levering koster 70 kroner for avstander som er kortere enn 8 km.
For lengre avstander er prisen 150 kroner.

Lag et regneark som «Lunsj på nett» kan bruke for å registrere en bestilling.
Når bestillingen er registrert, skal regnearket beregne hvor mye kunden skal betale.
I de hvite cellene skal «Lunsj på nett» registrere opplysninger når de tar imot en bestilling. I de grønne cellene skal du lage formler.

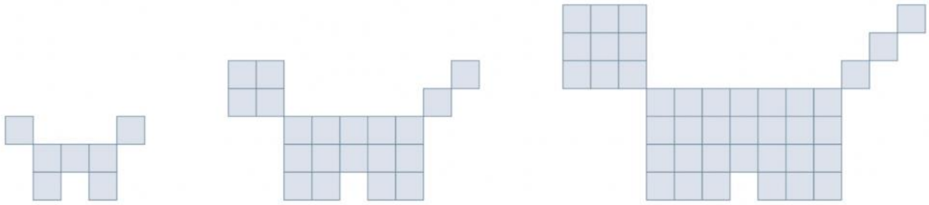
Løsning 1

	A	B	C	D	E	F
1	**Lunsj på nett**					
2				Rabatt ved kjøp av flere enn fire retter		10 %
3	**Kunde**	Snekker Andersen		Levering ved kortere avstander enn 8 km	kr	70,00
4				Levering ved avstander som er 8 km eller lengre	kr	150,00
5						
6	**Lunsj**					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon	Totalt		
8	Dagens pasta	1	kr 100,00	kr 100,00		
9	Dagens suppe	4	kr 80,00	kr 320,00		
10	Dagens bagett	1	kr 110,00	kr 110,00		
11						
12	Sum	6		kr 530,00		
13						
14						
15			Rabatt (kroner)	kr 53,00		
16						
17	**Levering**					
18						
19	Antall km	8		Pris for levering	kr 150,00	
20						
21						
22	Å betale totalt	kr 627,00				

Jeg har laget regnearket og testet det for en kunde som kjøper 6 porsjoner og skal betale for levering når avstanden er 8 km. Under har jeg vist formlene som er brukt i regnearket.

	A	B	C	D	E	F
1	**Lunsj på nett**					
2				Rabatt ved kjøp av flere enn fire retter		0,1
3	**Kunde**	Snekker Andersen		Levering ved kortere avstander enn 8 km		70
4				Levering ved avstander som er 8 km eller lengre		150
5						
6	**Lunsj**					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon	Totalt		
8	Dagens pasta	1	100	=B8*C8		
9	Dagens suppe	4	80	=B9*C9		
10	Dagens bagett	1	110	=B10*C10		
11						
12	Sum	=SUMMER(B8:B10)		=SUMMER(D8:D10)		
13						
14						
15			Rabatt (kroner)	=HVIS(B12>4;D12*F2;0)		
16						
17	**Levering**					
18						
19	Antall km	8		Pris for levering	=HVIS(B19<8;F3;F4)	
20						
21						
22	Å betale totalt	=D12-D15+E19				

Oppgave 13



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små kvadrater.

Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

a) Lag en algoritme som du kan bruke til å bestemme hvor mange små kvadrater du totalt trenger for å lage de 100 første figurene.

b) Bruk algoritmen og bestem hvor mange små kvadrater du trenger.

Løsning 1

Algoritme:
Sett summen av små kvadrater lik 0

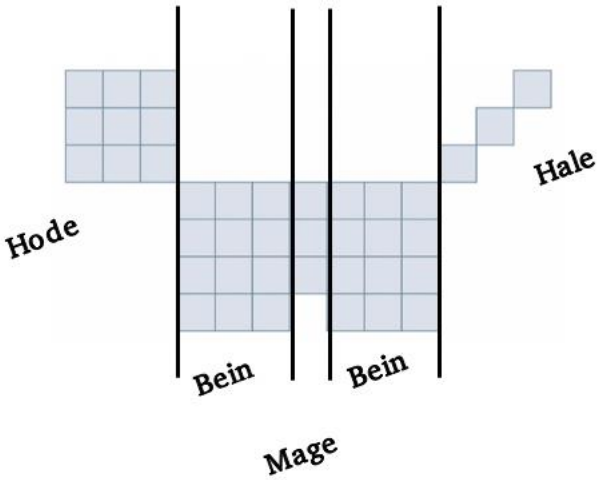
Del opp en hund i hode, hale, mage og bein

Gjenta 100 ganger

hode = n·n
hale = n
mage = n
bein = n·(n + 1)

hund = hode + hale + mage + 2·bein

legg hund til sum



Skriv ut summen

```
# Programmet regner ut hvor mange kvadrater jeg trenger

#Jeg oppretter en variabel sum og setter den lik 0.
sum = 0

# Jeg lager en løkke som programmet går gjennom 100 ganger.
# En gang for hver hund.
for n in range(1, 101):
        # Jeg regner ut hvor mange kvadrater jeg trenger til hver del av
        hunden
        hode = n * n
        hale = n
        mage = n
        bein = n * (n + 1)

        # Jeg summerer for å beregne hvor mange kvadrater jeg trenger til
        # hele hunden
        hund = hode + hale + mage + 2 * bein

        # Jeg legger antall kvadrater i den nye hunden til summen
        sum = sum + hund

# Jeg skriver ut resultater
```

For å lage de 100 første hundene trenger jeg 1 035 250 kvadrater.

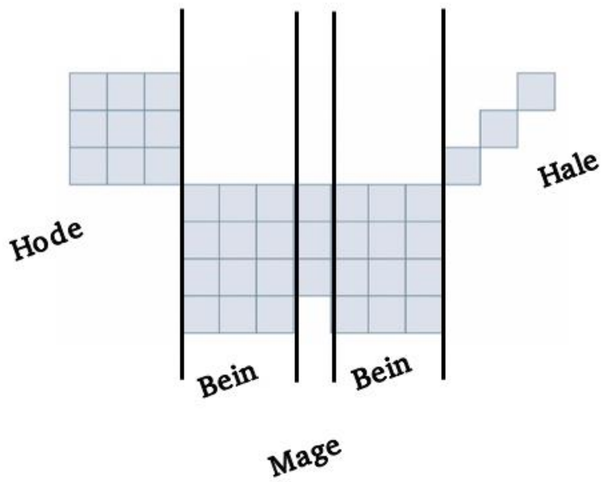
Løsning 2

Algoritme:
Sett summen av små kvadrater lik 0

Del opp en hund i hode, hale, mage og bein

For hver hund er

hode = n·n
hale = n
mage = n
bein = n·(n + 1)



En hund = hode + hale + mage + 2·bein

Regn ut antall kvadrater i hver hund.
Summer antall kvadrater i alle de 100 hundene.

Jeg har laget et regneark med utgangspunkt i algoritmen. Her har jeg lagt ved de første og siste radene:

	A	B	C	D	E	F
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund
2	1	1	1	1	2	7
3	2	4	2	2	6	20
4	3	9	3	3	12	39
5	4	16	4	4	20	64
6	5	25	5	5	30	95
7	6	36	6	6	42	132
8	7	49	7	7	56	175
9	8	64	8	8	72	224
10	9	81	9	9	90	279
11	10	100	10	10	110	340
12	11	121	11	11	132	407
13	12	144	12	12	156	480
14	13	169	13	13	182	559
15	14	196	14	14	210	644
16	15	225	15	15	240	735
17	16	256	16	16	272	832
18	17	289	17	17	306	935
19	18	324	18	18	342	1044
20	19	361	19	19	380	1159

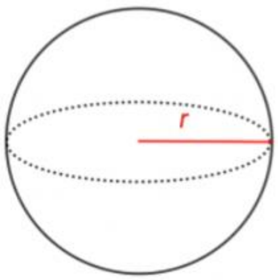
81	80	6400	80	80	6480	19520
82	81	6561	81	81	6642	20007
83	82	6724	82	82	6806	20500
84	83	6889	83	83	6972	20999
85	84	7056	84	84	7140	21504
86	85	7225	85	85	7310	22015
87	86	7396	86	86	7482	22532
88	87	7569	87	87	7656	23055
89	88	7744	88	88	7832	23584
90	89	7921	89	89	8010	24119
91	90	8100	90	90	8190	24660
92	91	8281	91	91	8372	25207
93	92	8464	92	92	8556	25760
94	93	8649	93	93	8742	26319
95	94	8836	94	94	8930	26884
96	95	9025	95	95	9120	27455
97	96	9216	96	96	9312	28032
98	97	9409	97	97	9506	28615
99	98	9604	98	98	9702	29204
100	99	9801	99	99	9900	29799
101	100	10000	100	100	10100	30400
102						
103					SUM	1035250

Under er formlene jeg har brukt:

	A	B	C	D	E	F
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund
2	1	=A2*A2	=A2	=A2	=A2*(A2+1)	=B2+C2+D2+2*E2
3	2	=A3*A3	=A3	=A3	=A3*(A3+1)	=B3+C3+D3+2*E3
4	3	=A4*A4	=A4	=A4	=A4*(A4+1)	=B4+C4+D4+2*E4
5	4	=A5*A5	=A5	=A5	=A5*(A5+1)	=B5+C5+D5+2*E5
6	5	=A6*A6	=A6	=A6	=A6*(A6+1)	=B6+C6+D6+2*E6
7	6	=A7*A7	=A7	=A7	=A7*(A7+1)	=B7+C7+D7+2*E7
8	7	=A8*A8	=A8	=A8	=A8*(A8+1)	=B8+C8+D8+2*E8
9	8	=A9*A9	=A9	=A9	=A9*(A9+1)	=B9+C9+D9+2*E9
10	9	=A10*A10	=A10	=A10	=A10*(A10+1)	=B10+C10+D10+2*E10
100	99	=A100*A100	=A100	=A100	=A100*(A100+1)	=B100+C100+D100+2*E100
101	100	=A101*A101	=A101	=A101	=A101*(A101+1)	=B101+C101+D101+2*E101
102						
103					SUM	=SUMMER(F2:F101)

Jeg trenger 1 035 250 kvadrater for å lage de 100 første hundene.

Oppgave 14



Volumet av en kule med radius r er gitt ved V=43πr3
En kule har radius 4. En annen kule har radius 2.

Bestem forholdet mellom volumene av kulene.

Løsning 1

$V_{r=4} = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3$

$V_{r=2} = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3$

Forholdet er

$\frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$

Løsning 2

1	$V(r) := \frac{4}{3}\pi r^3$
	$\rightarrow$ $\mathbf{V(r) := \frac{4}{3} r^3 \pi}$
2	$\frac{V(4)}{V(2)}$
	$\rightarrow$ $\mathbf{8}$

Forholdet er 8.

Løsning 3

1	$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3}$
	$\rightarrow$ $\mathbf{8}$

Forholdet er 8.

Type 3

De neste oppgavene er av hovedtype 3. Her skal du selv velge fremgangsmåte og vise utregninger, forklare framgangsmåter du har brukt, og begrunne resultater. Oppgavene skal besvares i den samme filen du har brukt til å besvare oppgaver av type 2. Du vil ved eksamen kunne laste opp denne filen etter at du har gått igjennom alle oppgavene.

I forslagene til løsning for type 3 oppgaver har vi tatt med flere eksempler på momenter eleven kan ha med. Det er ikke forventet at elevene skal ha med alle momentene for å besvare oppgaven.

Oppgave 15

To taxiselskaper, Taxi A og Taxi B, har ulike måter å beregne pris på.

Kvitteringer fra hvert av taxiselskapene gir opplysninger om hvordan prisen blir beregnet.

Vurder og sammenlikn måtene de to taxiselskapene beregner prisen på.

TAXI A

Tur 1		
Startpris		Kr 75
Tid (min)	11	Kr 77
Avstand (km)	10,0	Kr 140
TOTALT		Kr 292

Tur 2		
Startpris		Kr 75
Tid (min)	14	Kr 98
Avstand (km)	16,0	Kr 224
TOTALT		Kr 397

TAXI B

Tur 1		
Startpris		Kr 66
Tid (min)	Avstand (km)	
6	5,0	Kr 120
TOTALT		Kr 186

Tur 2		
Startpris		Kr 66
Tid (min)	Avstand (km)	
18	20,0	Kr 435
TOTALT		Kr 501

Dette er en type 3 oppgave og vi har tatt med flere eksempler på momenter eleven **kan** undersøke og utforske.

Det er **ikke** et krav at kandidaten har undersøkt og utforsket alle momentene for å besvare oppgaven. Ved en vurdering vil vi se på helheten og vurdere kompetansen eleven har vist.

Løsning
Ved å sammenlikne kvitteringene ser jeg at
- TAXI A har en høyere startpris enn TAXI B
- TAXI A oppgir én pris for minutter og en for kilometer
- TAXI B oppgir en samlet pris for minutter og kilometer

Jeg starter med å gjøre noen beregninger for TAXI A.

	A	B	C	D		E	F	G	H	
1		**TAXI A**								
2										
3		**Tur 1**					**Tur 2**			
4		**Startpris**		kr	75		**Startpris**		kr	75
5		**Tid (min)**	11	kr	77		**Tid (min)**	14	kr	98
6		**Avstand (km)**	10,0	kr	140		**Avstand (km)**	16,0	kr	224
7		**TOTAL**		**kr**	**292**		**TOTAL**		**kr**	**397**
8										
9										
10		**Pris per km**		kr	14,00				kr	14,00
11		**Pris per minutt**		kr	7,00				kr	7,00

Formler som er brukt i regnearket:

10	**Pris per km**	=D6/C6
11	**Pris per minutt**	=D5/C5

Jeg finner at TAXI A har en fast pris på 7 kroner per minutt og 14 kroner per kilometer.

Jeg vil regne ut hvor mye hver av turene med TAXI B ville ha kostet med TAXI A.

Den første turen med TAXI B var på 5 km og varte i 6 minutter.

$$75 + 14 \cdot 20 + 7 \cdot 18 = 481$$

Med TAXI A ville denne turen ha kostet 187 kroner. Det er én krone mer enn den kostet med TAXI B.

Den andre turen med TAXI B var på 20 km og varte i 18 minutter.

$$75 + 14 \cdot 20 + 7 \cdot 18 = 481$$

Med TAXI A ville denne turen kostet 481 kroner. Det er 20 kroner mindre enn den kostet med TAXI B.

<u>Jeg ser at prisen for den korte turen er lavere hos TAXI B. For den lange turen er prisen lavere hos TAXI A.</u>

Jeg antar at TAXI B også har en fast pris per minutt og per kilometer. Jeg setter opp to likninger for å finne de faste prisene.

1	$6\,m + 5\,k = 120$ $\rightarrow\ \mathbf{5\,k + 6\,m = 120}$
2	$18\,m + 20\,k = 435$ $\rightarrow\ \mathbf{20\,k + 18\,m = 435}$
3	$\{\$1, \$2\}$ NLøs: $\{\mathbf{k = 15, m = 7.5}\}$

<u>Jeg finner at TAXI B da har en fast pris på 7,5 kroner per minutt og 15 kroner per kilometer.</u>

TAXI A

Startpris	75 kroner
Pris per km	14 kroner
Pris per minutt	7 kroner

TAXI B

Startpris	66 kroner
Pris per km	15 kroner
Pris per minutt	7,5 kroner

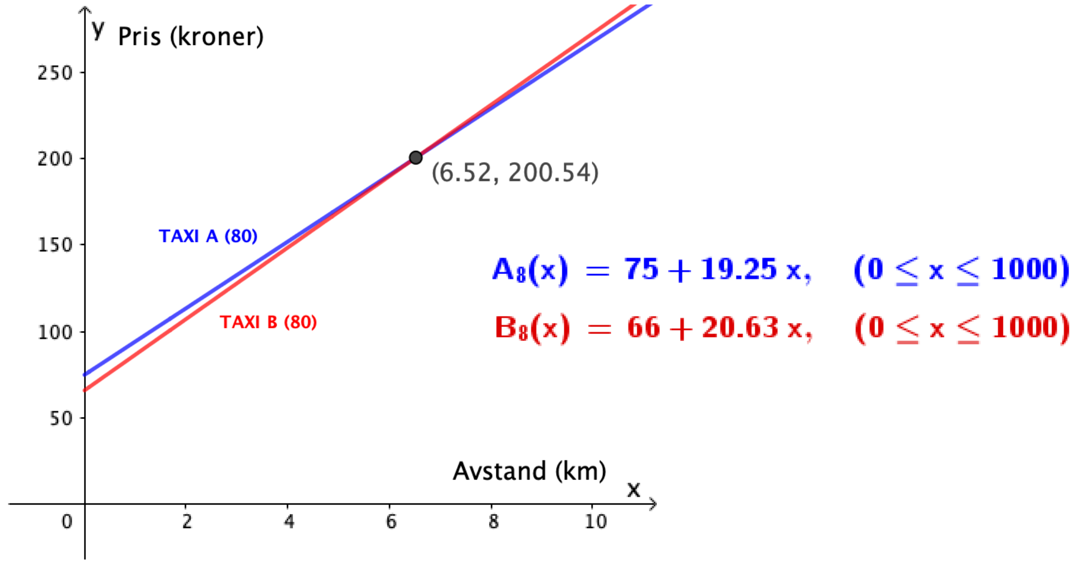
Jeg ser at TAXI B er rimeligst ved korte turer, fordi startprisen hos TAXI B er lavere enn startprisen hos TAXI A.

Pris per kilometer og pris per minutt er høyere hos TAXI B enn hos TAXI A. TAXI A er derfor rimeligere ved lengre turer.

Jeg sammenlikner prisene per km ved ulike hastigheter.

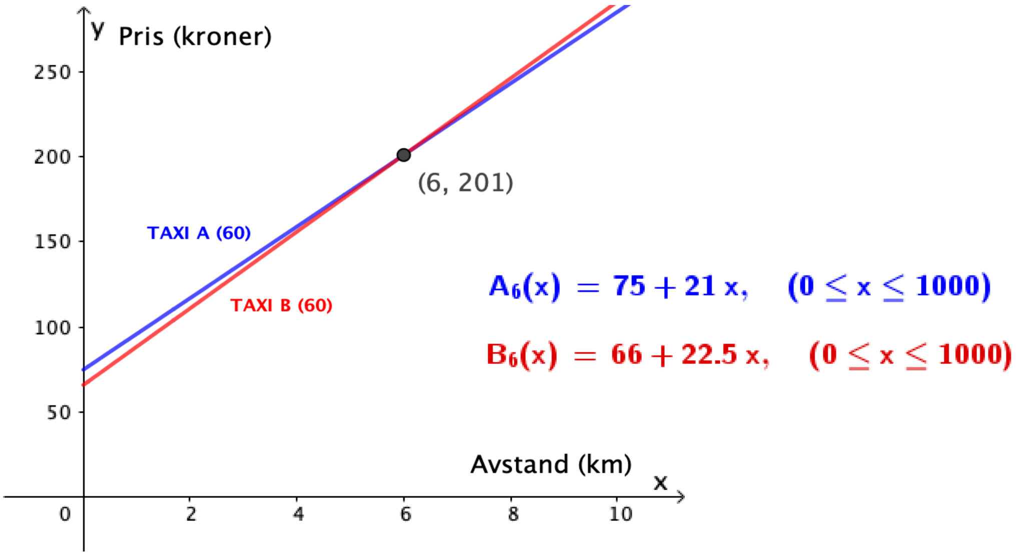
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		**TAXI A**			**TAXI B**				
2									
3		**Pris per km**	kr 14,00		**Pris per km**		kr 15,00		
4		**Pris per minutt**	kr 7,00		**Pris per minutt**		kr 7,50		
5									
6									
7									
8						**Pris per km TAXI A**		**Pris per km TAXI B**	
9			**Fart 80 km/h**						
10			**Det vil si 0,75 min per km**			kr 19,25		kr 20,63	
11									
12			**Fart 60 km/h**						
13			**Det vil si 1 min per km**			kr 21,00		kr 22,50	
14									
15			**Fart 40 km/h**						
16			**Det vil si 1,5 min per km**			kr 24,50		kr 26,25	
17									
18			**Fart 20 km/h**						
19			**Det vil si 3 min per km**			kr 35,00		kr 37,50	

Jeg tenger grafer for å sammenlikne prisene ved ulike hastigheter. Jeg starter med en hastighet på 80 km/h.



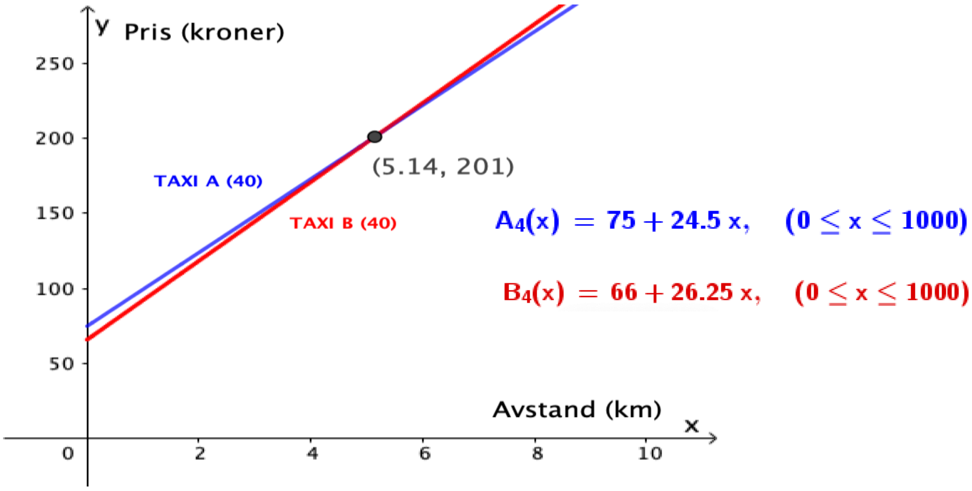
Med en hastighet på 80 km/h vil TAXI A være rimeligere etter ca. 6,5 km. For kortere avstander vil TAXI B være rimeligst.

Jeg tenger grafer for å sammenlikne prisene ved ulike hastigheter. Jeg ser nå på en hastighet på 60 km/h.



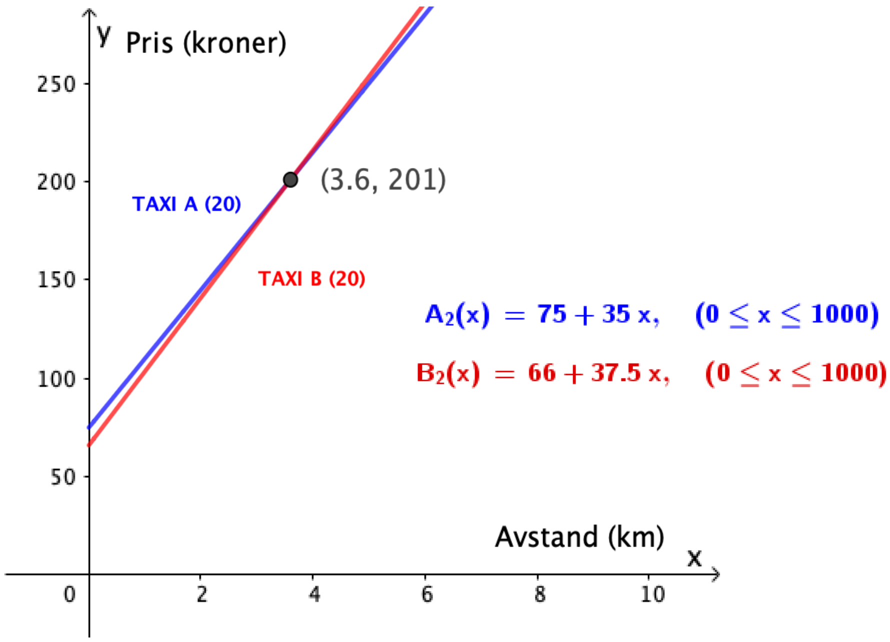
Med en hastighet på 60 km/h vil TAXI A være rimeligere etter 6 km. For kortere avstander vil TAXI B være rimeligst.

Jeg tenger grafer for å sammenlikne prisene ved ulike hastigheter. Jeg ser nå på en hastighet på 40 km/h.



Med en hastighet på 40 km/h vil TAXI A være rimeligere etter ca. 5,1 km. For kortere avstander vil TAXI B være rimeligst.

Jeg tenger grafer for å sammenlikne prisene ved ulike hastigheter. Jeg ser nå på en hastighet på 20 km/h.



Med en hastighet på 20 km/h vil TAXI A være rimeligere etter ca. 3,6 km. For kortere avstander vil TAXI B være rimeligst.

Jeg kan også finne ut når prisen vil være lik, ved å se på forskjell i startpris og forskjell i pris per kilometer og per minutt.

TAXI A	
Startpris	**75 kroner**
Pris per km	**14 kroner**
Pris per minutt	**7 kroner**

TAXI B	
Startpris	**66 kroner**
Pris per km	**15 kroner**
Pris per minutt	**7,5 kroner**

TAXI B har en startpris som er 9 kroner lavere enn TAXI A.
TAXI B er 1 krone dyrere per kilometer og 0,5 kroner dyrere per minutt.

Det må bety at dersom

antall km + 0,5·antall minutter = 9

vil prisen være den samme hos TAXI A og TAXI B.

For eksempel vil en tur på 4 km og 10 minutter gi

$4 + 0{,}5 \cdot 10 = 9$

En tur på 6 km og 6 minutter vil også gi

$6 + 0{,}5 \cdot 6 = 9$

Jeg regner ut prisen for disse to turene.
$75\ kroner + 14\ kroner \cdot 4 + 7\ kroner \cdot 10 = 201\ kroner$
$75\ kroner + 14\ kroner \cdot 6 + 7\ kroner \cdot 6 = 201\ kroner$

Jeg undersøker om prisen alltid vil være 201 kroner når den er lik hos TAXI A og TAXI B.
Jeg setter antall kilometer lik k.

Antall minutter, m er da
$k + 0{,}5m = 9$
$0{,}5m = 9 - k$
$m = 18 - 2k$

Jeg regner ut prisen
$75 + 14 \cdot k + 7 \cdot (18 - 2k) = 75 + 14k + 126 - 14k = 201$

<u>Dette viser at når prisen er den samme, er den 201 kr.</u>

<u>Om prisen blir høyere enn 201 kroner vil altså TAXI A være rimeligst.</u>

Av sammenhengen
$m = 18 - 2k$

ser jeg også at dersom k=9, blir m=0.

Det er ikke mulig.

<u>Det betyr at om turen er 9 km eller lengre, vil TAXI A være rimeligst.</u>

Oppgave 16

Karen Elene har en komfyr som er 60 cm bred.

$\frac{3}{4}$ av gryten er fylt med saus.

Gjør nødvendige forutsetninger og beregninger, og vurder hvor mange kjøttboller det kan være plass til i gryten.

Dette er en type 3 oppgave og vi har tatt med flere eksempler på momenter eleven **kan** undersøke og utforske.

Det er **ikke** et krav at kandidaten har undersøkt og utforsket alle momentene for å besvare oppgaven. Ved en vurdering vil vi se på helheten og vurdere kompetansen eleven har vist.

Løsning

Komfyren er 60 cm bred.
Jeg gjør noen forutsetninger.

- Det ser ut som gryten har en diameter som er omtrent $\frac{1}{3}$ av komfyrens bredde. Jeg setter derfor diameter, $d_g = 20\ cm.$
- Det ser ut som gryten har lik høyde og diameter. Jeg setter derfor også høyden, $h = 20\ cm.$
- Jeg regner at jeg fyller gryten helt til kanten. I praksis vil jeg ikke gjøre det, fordi jeg vil unngå å søle.
- Kjøttbollene ser ut til å være kuleformede og omtrent like store. Det ser ut som diameteren av en kjøttbolle er omtrent $\frac{1}{4}$ av grytens diameter. Jeg antar at gjennomsnittlig diameter er, $d_k = 5\ cm.$

Volumet av gryta blir da

$V = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 6283$

$6283 cm^3$ er tilnærmet lik $6{,}3\ dm^3$ som er lik 6,3 L.

Volumet av en kjøttbolle er $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^3 = 65{,}5$
Volumet er $65{,}5\ cm^3 = 65{,}5\ mL = 0{,}0655\ L.$

$\frac{1}{4} \cdot 6{,}3 = 1{,}575$ og $\frac{1{,}575}{0{,}0655} \approx 24$

<u>Det er plass til 24 kjøttboller ut fra de forutsetningene jeg har gjort.</u>

Jeg er litt usikker på størrelsen på kjøttbollene og vil undersøke hva som skje dersom jeg endrer diameteren.

Jeg antar at hver kjøttbolle har diameter $4{,}5\ cm$.

Volumet av en kjøttbolle er da $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}25^3 = 47{,}7$
Volumet er $47{,}7\ cm^3 = 47{,}7\ mL = 0{,}0477\ L.$

$$\frac{1{,}575}{0{,}0477} \approx 33$$

<u>Det er plass til 33 kjøttboller ut fra de forutsetningene jeg nå har gjort.</u>

Jeg antar så at hver kjøttbolle har diameter $5{,}5\ cm$.

Volumet av en kjøttbolle er da $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}75^3 = 87{,}1$
Volumet er $87{,}1\ cm^3 = 87{,}1\ mL = 0{,}0871\ L.$

$$\frac{1{,}575}{0{,}0871} \approx 18$$

<u>Det er plass til 18 kjøttboller ut fra de forutsetningene jeg nå har gjort.</u>

Jeg ser at om jeg endrer diameteren med 0,5 cm, har det stor betydning for hvor mange kjøttboller det er plass til.

Med $d = 4{,}5\ cm$ fikk jeg plass til 33 kjøttboller.
Med $d = 5{,}0\ cm$ fikk jeg plass til 24 kjøttboller.
Med $d = 5{,}5\ cm$ fikk jeg plass til 18 kjøttboller.

Jeg lager en oversikt i et regneark for å se på sammenhengen mellom kjøttbollens diameter og antall kjøttboller som får plass i gryten.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Diameter (cm)	Radius (cm)	Volum (L)	Antall i gryte	Antall per dL			
2	2	1	0,00419	375,0	23,9		Diameter gryte (cm)	20
3	2,25	1,125	0,00596	263,4	16,8		Radius gryte (cm)	10
4	2,5	1,25	0,00818	192,0	12,2		Høyde gryte (cm)	20
5	2,75	1,375	0,01089	144,3	9,2			
6	3	1,5	0,01414	111,1	7,1			
7	3,25	1,625	0,01797	87,4	5,6			
8	3,5	1,75	0,02245	70,0	4,5			
9	3,75	1,875	0,02761	56,9	3,6			
10	4	2	0,03351	46,9	3,0			
11	4,25	2,125	0,04019	39,1	2,5			
12	4,5	2,25	0,04771	32,9	2,1			
13	4,75	2,375	0,05612	28,0	1,8			
14	5	2,5	0,06545	24,0	1,5			
15	5,25	2,625	0,07577	20,7	1,3			
16	5,5	2,75	0,08711	18,0	1,1			
17	5,75	2,875	0,09954	15,8	1,0			
18	6	3	0,11310	13,9	0,9			

I siste kolonne regner jeg ut hvor mange kjøttboller som får plass per desiliter.

Om gryten er større eller mindre enn jeg har antatt, vil altså antall kjøttboller som får plass øke eller avta som vist i denne kolonnen.

Formlene jeg har brukt i regnearket:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Diameter (cm)	Radius (cm)	Volum (L)	Antall i gryte	Antall per dL			
2	2	=A2/2	=4/3*PI()*B2^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C2	=1/C2/10		Diameter gryte (cm)	20
3	2,25	=A3/2	=4/3*PI()*B3^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C3	=1/C3/10		Radius gryte (cm)	=H2/2
4	2,5	=A4/2	=4/3*PI()*B4^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C4	=1/C4/10		Høyde gryte (cm)	20
5	2,75	=A5/2	=4/3*PI()*B5^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C5	=1/C5/10			
6	3	=A6/2	=4/3*PI()*B6^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C6	=1/C6/10			
7	3,25	=A7/2	=4/3*PI()*B7^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C7	=1/C7/10			
8	3,5	=A8/2	=4/3*PI()*B8^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C8	=1/C8/10			
9	3,75	=A9/2	=4/3*PI()*B9^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C9	=1/C9/10			
10	4	=A10/2	=4/3*PI()*B10^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C10	=1/C10/10			
11	4,25	=A11/2	=4/3*PI()*B11^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C11	=1/C11/10			
12	4,5	=A12/2	=4/3*PI()*B12^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C12	=1/C12/10			
13	4,75	=A13/2	=4/3*PI()*B13^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C13	=1/C13/10			
14	5	=A14/2	=4/3*PI()*B14^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C14	=1/C14/10			
15	5,25	=A15/2	=4/3*PI()*B15^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C15	=1/C15/10			
16	5,5	=A16/2	=4/3*PI()*B16^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C16	=1/C16/10			
17	5,75	=A17/2	=4/3*PI()*B17^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C17	=1/C17/10			
18	6	=A18/2	=4/3*PI()*B18^3/1000	=(1/4*PI()*$H$3^2*$H$4)/1000/C18	=1/C18/10			

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Høyde gryte (cm)	Diameter gryte (cm)	Radius gryte (cm)	Volum gryte (cm^3)	Volum gryte (L)	Antall kjøttboller		
2	15	20	10	4712	4,71	18,0		Diameter kjøttboller (cm)
3	16	20	10	5027	5,03	19,2		5
4	17	20	10	5341	5,34	20,4		
5	18	20	10	5655	5,65	21,6		
6	19	20	10	5969	5,97	22,8		
7	20	20	10	6283	6,28	24,0		
8	21	20	10	6597	6,60	25,2		
9	22	20	10	6912	6,91	26,4		
10	23	20	10	7226	7,23	27,6		
11	24	20	10	7540	7,54	28,8		
12	25	20	10	7854	7,85	30,0		

Jeg lager også en oversikt for å se hvordan volumet av gryta og antall kjøttboller som får plass, endrer seg når jeg endrer grytas høyde.

Jeg lar diameteren være 20 cm, og jeg ser at når jeg endrer høyden fra $15\ cm$ til $25\ cm$, endres antall kjøttboller fra 18 til 30. En endring på 12 kjøttboller.

Formlene jeg har brukt i regnearket:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Høyde gryte (cm)	Diameter gryte (cm)	Radius gryte (cm)	Volum gryte (cm³)	Volum gryte (L)	Antall kjøttboller		
2	15	20	=B2/2	=PI()*C2^2*A2	=D2/1000	=(1/4 * D2)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		Diameter kjøttboller (cm)
3	16	20	=B3/2	=PI()*C3^2*A3	=D3/1000	=(1/4 * D3)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		5
4	17	20	=B4/2	=PI()*C4^2*A4	=D4/1000	=(1/4 * D4)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
5	18	20	=B5/2	=PI()*C5^2*A5	=D5/1000	=(1/4 * D5)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
6	19	20	=B6/2	=PI()*C6^2*A6	=D6/1000	=(1/4 * D6)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
7	20	20	=B7/2	=PI()*C7^2*A7	=D7/1000	=(1/4 * D7)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
8	21	20	=B8/2	=PI()*C8^2*A8	=D8/1000	=(1/4 * D8)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
9	22	20	=B9/2	=PI()*C9^2*A9	=D9/1000	=(1/4 * D9)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
10	23	20	=B10/2	=PI()*C10^2*A10	=D10/1000	=(1/4 * D10)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
11	24	20	=B11/2	=PI()*C11^2*A11	=D11/1000	=(1/4 * D11)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		
12	25	20	=B12/2	=PI()*C12^2*A12	=D12/1000	=(1/4 * D12)/(4/3*PI()*($H$3/2)^3)		

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Høyde gryte (cm)	Diameter gryte (cm)	Radius gryte (cm)	Volum gryte (cm³)	Volum gryte (L)	Antall kjøttboller		
2	20	15	7,5	3534	3,53	13,5		Diameter kjøttboller (cm)
3	20	16	8	4021	4,02	15,4		5
4	20	17	8,5	4540	4,54	17,3		
5	20	18	9	5089	5,09	19,4		
6	20	19	9,5	5671	5,67	21,7		
7	20	20	10	6283	6,28	24,0		
8	20	21	10,5	6927	6,93	26,5		
9	20	22	11	7603	7,60	29,0		
10	20	23	11,5	8310	8,31	31,7		
11	20	24	12	9048	9,05	34,6		
12	20	25	12,5	9817	9,82	37,5		

Til slutt lager jeg en oversikt for å se hvordan volumet av gryta og antall kjøttboller som får plass, endrer seg når jeg endrer grytas diameter.

<u>Jeg lar høyden være $20\ cm$, og ser at når jeg endrer diameteren fra $15\ cm$ til $25\ cm$, endres antall kjøttboller fra 13,5 til 37,5. En endring på 24 kjøttboller. En endring i diameter fører til en større endring i volum, og derfor en større endring i antall kjøttboller, enn de en endring i høyde gjorde.</u>