1

a) $2x = 2x^2 - 12$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$
$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$(x+2)(x-3) = 0$$
$$\underline{\underline{x = -2 \vee x = 3}}$$

b) $5^{3x-6} = 25$

$$5^{3x-6} = 5^2$$
$$3x - 6 = 2$$
$$3x = 8$$
$$\underline{\underline{x = \frac{8}{3}}}$$

c) $\lg(x) + \lg(x+1) = \lg 12$, NB! må ha $x>0$

$$\lg(x(x+1)) = \lg 12$$
$$\lg(x^2 + x) = \lg 12$$
$$x^2 + x = 12$$
$$x^2 + x - 12 = 0$$
$$(x+4)(x-3) = 0$$

$x = -4$ — Ikke gyldig løsning

$x = -4 \vee \underline{\underline{x = 3}}$

2)

a) $(x-y)^2 + 2\cdot(x+y)y - (x+y)^2$

$x^2 - \cancel{2xy} + y^2 + \cancel{2xy} + 2y^2 - (x^2 + 2xy + y^2)$

$\cancel{x^2} + 3y^2 - \cancel{x^2} - 2xy - y^2$

$3y^2 - 2xy - y^2$

$\underline{\underline{2y^2 - 2xy}}$ evt. $\underline{\underline{2y(y-x)}}$ evt. $\underline{\underline{-2y(x-y)}}$

b) $\lg(ab^{-5}) - \lg\left(\frac{b}{a^4}\right) + 3\lg(ab^2)$

$\lg a + \lg b^{-5} - (\lg b - \lg a^4) + 3(\lg a + \lg b^2)$

$\lg a + \lg b^{-5} - \lg b + \lg a^4 + 3\lg a + 3\lg b^2$

$\lg a - \cancel{5\lg b} - \cancel{\lg b} + 4\lg a + 3\lg a + \cancel{6\lg b}$

$\underline{\underline{8\lg a}}$

3)

$-x^2 \geq -6 - x$

$-x^2 + x + 6 \geq 0$

$x^2 - x - 6 \leq 0$

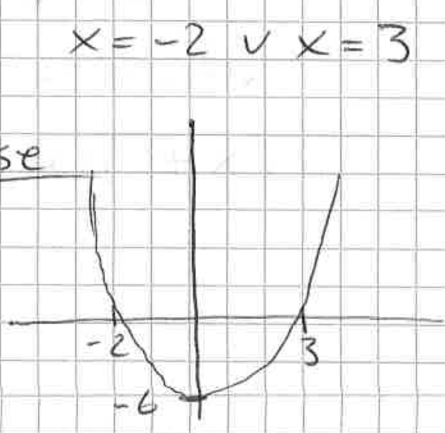
$\underline{\underline{x \in [-2, 3]}}$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x+2)(x-3) = 0$

$x = -2 \lor x = 3$

Skisse



4)

I. $y - x + 6 = 0 \iff -x + y = -6$

II. $x^2 - y = 6$

legger likning I til likning II, og får

$$x^2 - x = 0$$
$$x(x-1) = 0$$
$$x = 0 \lor x = 1$$

$x = 0$ gir $y - 0 + 6 = 0$
$$y = -6$$

$x = 1$ gir $y - 1 + 6 = 0$
$$y = -5$$

$$\underline{\underline{x = 0 \land y = -6 \quad \lor \quad x = 1 \land y = -5}}$$

5)

a) plasserer én person i ringen først. Da kan de andre plasseres på $5! = 120$ måter.

Dette er alle de forskjellige måtene de seks vennene kan plassere seg på i ringen.

b) Når Audun og Siv holder hender, er det fire plasser igjen i ringen. Disse 4 plassene gir $4! = 24$ mulige kombinasjoner av resten av vennene. Audun og Siv kan bytte plass, og fortsatt holde hender, og da er det nye 24 mulige kombinasjoner.

Det er altså 48 mulige kombinasjoner der Audun og Siv holder hender.

$$P(\text{Audun og Siv får holde hender}) = \frac{48}{120} = \frac{2}{5} = 40\%$$

c) Det er 6 plasser på linja.

Det er 5 steder å plassere Siv og Audun om vi ser på dem som én enhet, samtidig som de også kan bytte hånd.

Det gir 10 mulige plasseringer av Siv og Audun, for hver av de $4! = 24$ kombinasjonene av resten. Totalt $24 \cdot 10 = 240$ måter å stille opp vennegjengen når Siv og Audun holder hånd, av totalt $6! = 720$ mulige kombinasjoner.

$$P(\text{Siv og Audun står sammen}) = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$$

6)

a) Tangenten går gjennom punktet (1,4), altså tangeringspunktet.
Ut fra figuren ser det også ut som tangenten går gjennom $(\frac{2}{5}, 5)$.

$$\frac{4-5}{1-\frac{2}{5}} = -\frac{1}{\frac{3}{5}} = -\frac{5}{3}$$

$$\underline{\underline{f'(1) \approx -\frac{5}{3}}}$$

b) $4 - 4\lg x = \lg 500$

$$4\lg x = 4 - \lg 500$$

$$4\lg x = \lg 10000 - \lg 500$$

$$4\lg x = \lg\left(\frac{10000}{500}\right)$$

$$4\lg x = \lg 20$$

$$\lg x^4 = \lg 20$$

$x = \sqrt[4]{20}$ (Må ha $x > 0$)

$$x \approx 2{,}1$$

$f(2{,}1) \approx 2{,}7$ (Bruker grafen)

$$\underline{\underline{\lg 500 \approx 2{,}7}}$$

c)

$$O(x) = -200 \cdot f(x)$$

$$= -200(4 - 4\lg x)$$

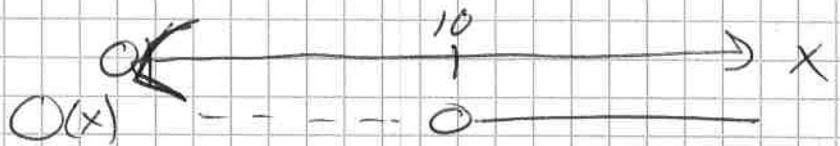
$$= 800\lg x - 800$$

$$= 800(\lg x - 1)$$

$O(x) = 0$ gir $\lg x - 1 = 0$

$$\lg x = 1$$

$$x = 10$$



Virksomheten må selge minst 10 enheter per dag for ikke å gå med underskudd

7)

a) $x \geq 1$

$y \leq 5 - x$

$y \leq \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

b) Regner ut S for de tre hjørnene.

$$S(1,-2) = \frac{1}{2}\cdot 1 - 2(-2) = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$$

$$S(5,0) = \frac{1}{2}\cdot 5 \cancel{+2}\cdot 0 = \frac{5}{2}$$

$$S(1,4) = \frac{1}{2}\cdot 1 - 2\cdot 4 = \frac{1}{2} - 8 = -\frac{15}{2}$$

<u>Den største verdien S kan ha er $\frac{9}{2}$</u>

c) $y = k + x$ er ei linje med stigningstall 1 og konstantledd k. ~~Når denne går gjennom (1,4) eller (5,0), vil området F være likt området T.~~

~~(1,4) gir k+1=4 og (5,0) gir k+5=0~~
~~k=3 k=-5~~

Området F skal ligge over denne linja. ~~Det skjer~~ Det skjer når linja går gjennom (5,0) og når x øker fra 5 og oppover.

$(5,0)$ gir $k+5=0 \Leftrightarrow k=-5$. k må minke når x øker (stigningstallet er 1 hele tiden).

<u>Området F er likt området T når $k \leq -5$</u>

8

$$h(x) = \frac{ax-2}{bx+c}$$

a)

$h(-1)=0$ gir $\frac{-a-2}{-b+c}=0$

Vannrett asymptote $y=-2$ gir:

$$\frac{ax-2}{bx+c} \approx \frac{ax}{bx} = -2 \quad \text{når } x \to \pm\infty$$

Så $a=-2b$

Loddrett asymptote $x=4$ gir

$4b+c=0$

$c=-4b$

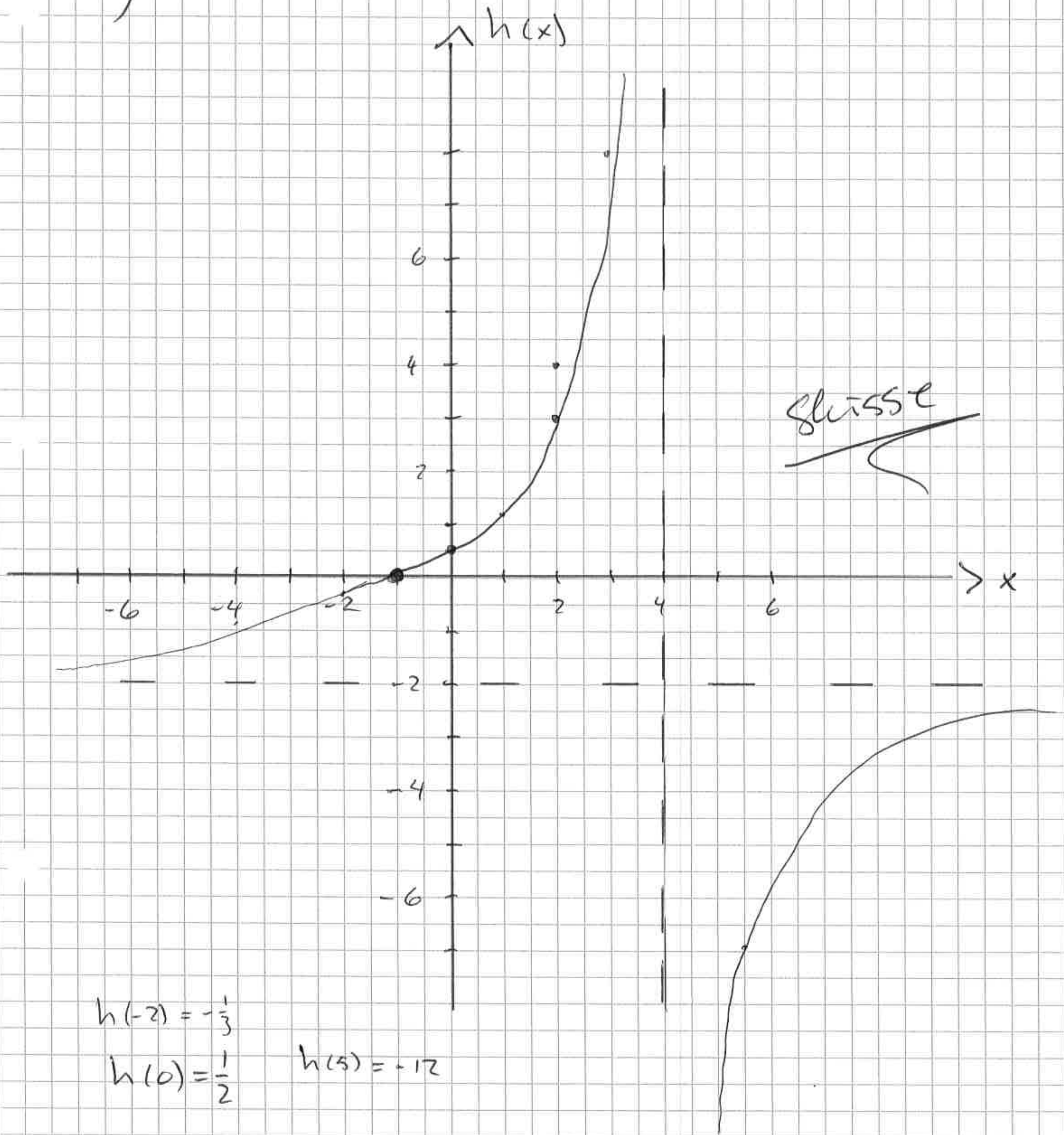
$\frac{-a-2}{-b+c}=0$ gir $-a-2=0 \Rightarrow a=-2$

$-2b=a$ gir $-2b=-2 \Rightarrow b=1$

$c=-4b$ gir $c=-4\cdot 1=-4$

$$\underline{\underline{a=-2 \wedge b=1 \wedge c=-4}}$$

b)



$h(-2) = -\frac{1}{3}$

$h(0) = \frac{1}{2}$ $\quad h(5) = -12$

$h(1) = \frac{4}{3}$

$h(2) = 3$

$h(3) = 8$