1

a) $f(x) = \ln x + x^2 + 2$

$f'(x) = \frac{1}{x} + 2x$

b) $g(x) = (x^2+2)^7$ Kjerneregelen

$g'(x) = 7(x^2+2)^6 \cdot 2x$

$g'(x) = 14x(x^2+2)^6$

c) $h(x) = \overset{u}{3x} \cdot \overset{v}{e^{2x}}$

$h'(x) = 3e^{2x} + 3x \cdot 2e^{2x}$

$= 3e^{2x} + 6xe^{2x}$

$\left(= 3e^{2x}(1+2x)\right)$

② a) $\dfrac{2x+2}{x(x-1)} - \dfrac{2x+2}{(x+1)(x-1)} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{x+1}{x(x+1)}$

$$= \frac{(2x+2)^{(x+1)}}{x(x-1)\cdot(x+1)} - \frac{(2x+2)^{x}}{(x+1)(x-1)\cdot x} + \frac{1^{(x+1)(x-1)}}{x(x+1)(x-1)} + \frac{(x+1)^{(x-1)}}{x(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2}+2x+2x+2-\cancel{2x^2}-2x+x^2-1+x^2-1}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2+2x}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2\cancel{x}\cancel{(x+1)}}{\cancel{x}(x-1)\cancel{(x+1)}}$$

$$= \frac{2}{x-1}$$

b) $\ln(4x) + 3\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \ln(2x^2)$

$= \ln 4 + \ln x + 3\cdot(\ln x - \ln 2) + \ln 2 + \ln x^2$

$= \ln 2^2 + \ln x + 3\ln x - 3\ln 2 + \ln 2 + 2\ln x$

$= 2\ln 2 + \ln x + 3\ln x - 3\ln 2 + \ln 2 + 2\ln x$

$= \underline{\underline{6\ln x}}$

③ $A(2,2)$ $B(6,1)$ $C(6,5)$ $D(2,6)$

a) $l: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ $\vec{v}_l = \vec{AC} = [4, 3]$

$m: \begin{cases} x = 6 - 4s \\ y = 1 + 5s \end{cases}$ $\vec{v}_m = \vec{BD} = [-4, 5]$

b) setter $x = x$ og $y = y$

I $2 + 4t = 6 - 4s$ II $2 + 3t = 1 + 5s$

Får t alene her

$4t = 4 - 4s \quad :4$

$t = 1 - s$

setter inn i II: $2 + 3(1 - s) = 1 + 5s$

$2 + 3 - 3s = 1 + 5s$

$2 + 3 - 1 = 5s + 3s$

$4 = 8s$

$s = \frac{1}{2}$

Setter dette inn her

$x = 6 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 6 - 2 = \underline{4}$

$y = 1 + 5 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{5}{2} = \underline{\frac{7}{2}}$

Skjpkt $\left(4, \frac{7}{2}\right)$

c) Skal $\ell \perp m$

Så må $\vec{v}_\ell \perp \vec{v}_m$

Regner ut $\vec{v}_\ell \cdot \vec{v}_m$

$= [4, 3] \cdot [-4, 5]$

$= -16 + 15$

$= \underline{-1}$

Får ikke null, altså står linjene ikke normalt på hverandre.

4 $f(x) = \frac{5}{x^2+4}$

$A = b \cdot h$

$b = 2t$

$h = f(t) = \frac{5}{t^2+4}$

$A = 2t \cdot \frac{5}{t^2+4}$

$A(t) = \frac{10t}{t^2+4}$ Må finne tp til denne

$A'(t) = \frac{10 \cdot (t^2+4) - 10t \cdot 2t}{(t^2+4)^2}$

$= \frac{10t^2 + 40 - 20t^2}{(t^2+4)^2}$

$A'(t) = \frac{40 - 10t^2}{(t^2+4)^2}$

Setter $A'(t) = 0$

$$\frac{40-10t^2}{(t^2+4)} = 0$$

Da må telleren være lik 0

$$40-10t^2=0$$

$$40=10t^2$$

$$t^2=4$$

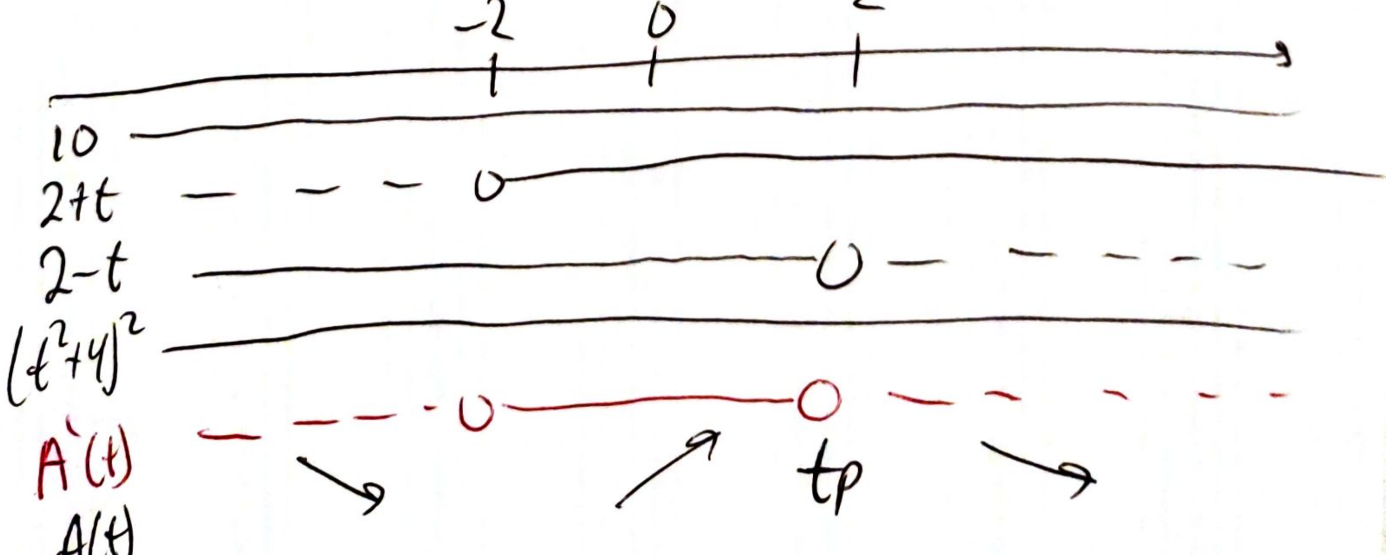
$$\underline{t=2} \text{ eller } \cancel{t=-2}$$

Bør bekrefte at tp

Tegner fort.linje til $A'(t) = \dfrac{40-10t^2}{(t^2+4)^2}$

Faktor $A'(t) = \dfrac{10(4-t^2)}{(t^2+4)^2}$

$$A'(t) = \frac{10(2+t)(2-t)}{(t^2+4)^2}$$



Arealet er størst når $t=2$.

Finner arealet: $A(2) = \frac{10 \cdot 2}{2^2+4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ $(=2{,}5)$

Det største arealet er $\frac{5}{2}$ (når $t=2$)

5

a) $\lg x^2 = 2 \;\boxed{\Leftarrow}\; x = 10$

Ser at både $x=10$ og $x=-10$ er en løsning her. Da kan vi ikke sette pilen denne veien $\Rightarrow$

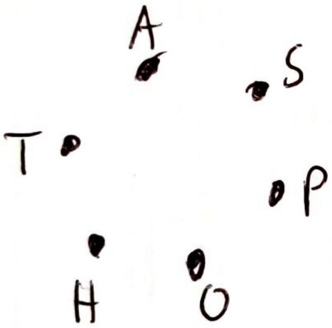
b) $x^2 - 2x < 0 \;\boxed{\Leftarrow}\; x \in \langle 0, 1 \rangle$

Her vil alle tall mellom 0 og 2 oppfylle ulikheten, så vi kan ikke sette pilen denne veien $\Rightarrow$

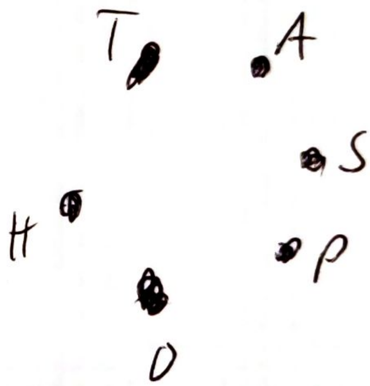
(6) a) Normalt når vi setter opp 6 personer etter hverandre, kan det gjøres på $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{720}$ ulike måter.

Men når vi setter dem i en sirkel vil 6 og 6 av disse være like.

eks:



er det samme som



(og 4 andre)

Vi må derfor dele med 6.

Antall måter blir da $\frac{720}{6} = \underline{\underline{120}}$

b) Tenker at jeg først setter opp Audun. Når jeg da skal plassere Siv slik at hun får holde Audun i handa, er det ~~to~~ 2 muligheter.
~~Da~~ For hver av disse ~~to~~ 2 mulighetene kan jeg plassere de 4 siste på
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ulike måter.

Altså vil jeg kunne lage

$2 \cdot 24 = 48$ kombinasjoner hvor Siv og Audun holder hender.

$$P = \frac{48}{120} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

c)

A S _ _ _ _

S A _ _ _ _

_ A S _ _ _

_ S A _ _ _

_ _ A S _ _

_ _ S A _ _

osv gir 10 muligheter.

For hver av disse kan vi plassere de 4 siste på $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ulike måter.

Det blir totalt $10 \cdot 24 = \underline{240}$ ulike måter

Når 6 personer stilles opp ved siden av hverandre kan det gjøres på $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ ulike måter.

$$P = \frac{240}{720} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

7

a) $\angle BAC = \angle BDC$

fordi de begge er periferivinkler som spenner over samme bue (buen BC)

b) $\angle DCE = \angle ACB$

og $\angle BAC = \angle BDC$

altså er $\underline{\Delta DEC \sim \Delta ABC}$

Dette gir at

Samsvarende sider $\dfrac{ED}{AB} = \dfrac{DC}{AC}$ Samsvarende sider

Gange med AB og AC på begge sider

$$\underline{\underline{ED \cdot AC = AB \cdot DC}}$$

c) $\angle CAD = \angle CBD$ (periferivinkler som spenner over samme bue)

$\angle ACD = \angle BCE$ (fordi $\angle DCE = \angle ACB$)

Altså er $\underline{\underline{\Delta ACD \sim \Delta BCE}}$

Dette gir $\dfrac{BE}{AD} = \dfrac{BC}{AC}$

Gange med AD og AC på begge sider

$$\underline{\underline{BE \cdot AC = AD \cdot BC}}$$

d) Ser fra b) at $ED = \dfrac{AB \cdot DC}{AC}$

og fra c): $BE = \dfrac{BC \cdot AD}{AC}$

Ser ~~at~~ av figuren at $BD = ED + BE$

$$\Rightarrow \quad BD = \frac{AB \cdot DC}{AC} + \frac{BC \cdot AD}{AC}$$

Gange med AC på begge sider

$$\cancel{AB} \cdot \underline{\underline{AC \cdot BD = AB \cdot DC + BC \cdot AD}}$$

e) ABCD er et rektangel.
Da er de to diagonalene like lange.
Altså er BD også lik c.

Ptolemais setning sier da at

$$c \cdot c = a \cdot a + b \cdot b$$

Altså

$$c^2 = a^2 + b^2$$