Utdannings-
direktoratet

Eksamen

10.11.2021

REA3026 Matematikk S1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: Skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Rulett: Ralf Roletschek. Lisens: CC BY-SA 3.0 Alle andre grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgåve 1 (6 poeng)

Løys likningane

a) $2x = 2x^2 - 12$

b) $5^{3x-6} = 25$

c) $\lg(x) + \lg(x+1) = \lg 12$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som råd

a) $(x-y)^2 + 2\cdot(x+y)\cdot y - (x+y)^2$

b) $\lg(ab^{-5}) - \lg\left(\dfrac{b}{a^4}\right) + 3\lg(ab^2)$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$-x^2 \geq -6 - x$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{aligned} y - x + 6 &= 0 \\ x^2 - y &= 6 \end{aligned}$$

Oppgåve 5 (6 poeng)

Siv, Audun og fire venner skal gå hand i hand i ring rundt juletreet.

a) Grunngi at det er 120 ulike måtar dei seks kan plassere seg på i ringen.

Siv er hemmeleg forelska i Audun.

b) Bestem sannsynet for at ho får halde Audun i handa dersom plasseringane i ringen er tilfeldige.

Etter at dei har gått rundt juletreet, skal dei ta eit bilete. Dei skal stille seg ved sida av kvarandre på ei linje.

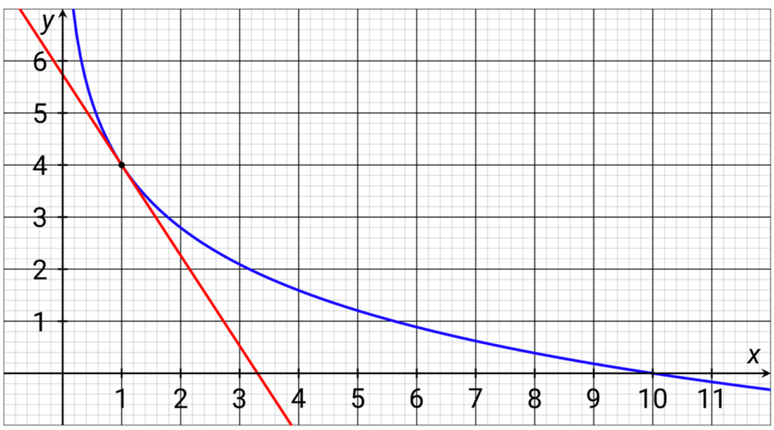
c) Bestem sannsynet for at Audun og Siv får stå ved sida av kvarandre på biletet dersom dei blir plasserte tilfeldig.

Oppgåve 6 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 4 - 4\lg x$$

Figuren under viser grafen til f saman med tangenten i punktet $(1, f(1))$.



a) Bruk figuren til å bestemme ein tilnærma verdi for $f'(1)$.

b) Bruk mellom anna grafen til å bestemme ein tilnærma verdi for $\lg 500$.

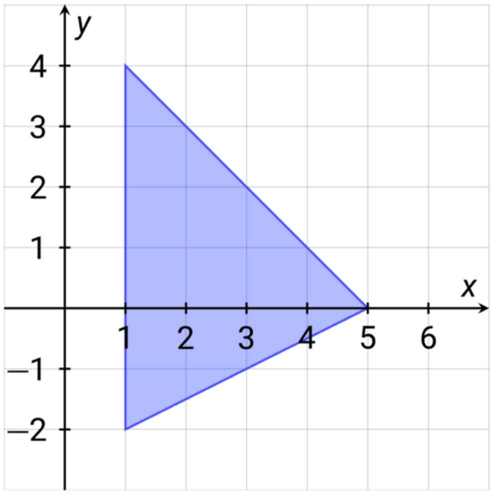
Når ei verksemd produserer og sel x einingar av ei vare, er overskotet O per dag gitt ved

$$O(x) = -200 \cdot f(x)$$

c) Kor mange einingar må verksemda minst produsere og selje per dag for ikkje å gå med underskot?

Oppgåve 7 (6 poeng)

Under har vi fargelagt eit område T i koordinatsystemet.



a) Set opp tre ulikskapar som bestemmer området T.

La $S = \frac{1}{2}x - 2y$.

b) Bestem den største verdien S kan ha når (x, y) skal liggje i området T.

La F vere området som er avgrensa av ulikskapane i oppgåve a og ulikskapen

$$y \geq k + x$$

c) For kva verdiar av k blir området F det same som området T?

Oppgåve 8 (4 poeng)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = \frac{ax - 2}{bx + c}$$

a) Bestem tala a, b og c slik at

- punktet $(-1, 0)$ ligg på grafen til h
- asymptotane til h skjer kvarandre i punktet $(4, -2)$

b) Lag ei skisse av grafen til h.

Del 2

Oppgåve 1 (3 poeng)

I 2018 eksporterte Noreg laks og aure for til saman 70,7 milliardar kroner. Verdien av lakseeksporten voks med 4,8 milliardar kroner frå 2018 til 2019. Verdien av aureeksporten voks med 24 % frå 2018 til 2019.

I 2019 eksporterte Noreg laks og aure for til saman 76,2 milliardar kroner.

a) Set opp eit likningssystem som du kan bruke til å bestemme verdien av lakseeksporten og verdien av aureeksporten i 2019.

b) Kor stor var verdien av lakseeksporten i 2019?

Oppgåve 2 (7 poeng)

Når vi speler med eit ruletthjul, hamnar ei kule på eit av 37 tal. Av desse tala er 18 raude, 18 svarte og eitt grønt. Sannsynet er det same for at kula hamnar på kvart av dei 37 tala.

a) Bestem sannsynet for at kula hamnar på det grøne talet i minst 1 av 10 speleomgangar.

b) Kor mange gonger må vi minst spele med ruletthjulet dersom sannsynet for at kula skal hamne på det grøne talet minst 1 gong, skal vere meir enn 50 prosent?

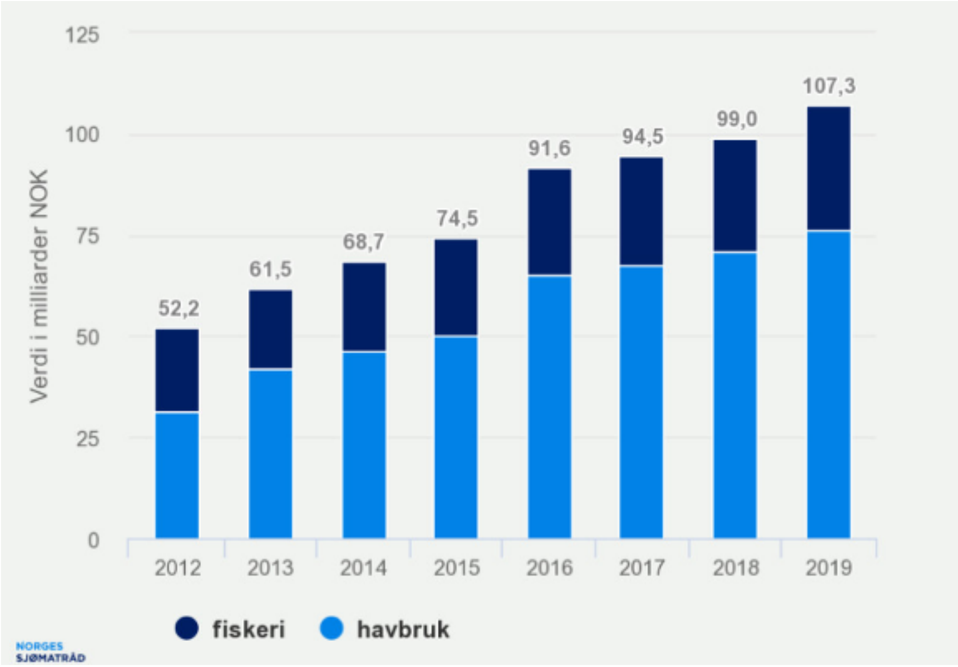
c) Forklar korleis du kan komme fram til at sannsynet er $p \approx 0{,}151$ for at kula hamnar på eit raudt tal i minst 7 av 10 speleomgangar.

Åtte venner skal spele med ruletthjulet. Alle speler 10 gonger kvar.

d) Bestem sannsynet for at nøyaktig 3 av dei får raudt tal i minst 7 av dei 10 speleomgangane.

Oppgåve 3 (8 poeng)

Figuren under viser verdien av norsk sjømateksport for åra 2009–2019.



a) Bruk tala frå figuren til å bestemme ein lineær modell g som viser verdien av sjømateksporten x år etter 2012.

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 55 \cdot 1{,}11^x$$

er ein annan modell for verdien av norsk sjømateksport i milliardar kroner. Her er x talet på år etter 2012.

b) Teikn grafen til f.

c) I kva år blir verdien av sjømateksporten for første gong større enn 200 milliardar kroner, ifølgje modellen f ?

d) Bruk modellen f til å bestemme den gjennomsnittlege årlege verdiauken av sjømateksporten i perioden 2012–2020.

e) I kva år vil verdien av sjømateksporten for første gong auke med meir enn 20 milliardar kroner per år, ifølgje modellen f ?

Oppgåve 4 (6 poeng)

Ei verksemd sel to typar hengjekøyer, type A og type B. Desse blir produserte i dei tre avdelingane tilskjering, samanstilling og ferdigstilling. Verksemda får selt alle hengjekøyene dei klarer å produsere.

La x og y vere talet på hengjekøyer verksemda produserer per månad av høvesvis type A og type B.

Verksemda har komme fram til desse fem ulikskapane som uttrykkjer grensene for produksjonen:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 1{,}5x + y &\leq 2500 \\ 0{,}5x + y &\leq 1500 \\ x + 0{,}4y &\leq 1600 \end{aligned}$$

a) Marker i eit koordinatsystem området dei fem ulikskapane avgrensar.

Salsprisen per eining er 800 kroner for type A og 1400 kroner for type B. Verksemda har 70 000 kroner per månad i faste kostnader. I tillegg er det produksjonskostnader per eining på 580 kroner for type A og 1140 kroner for type B.

b) Kor mange hengjekøyer av type A og type B må verksemda produsere for at overskotet skal bli størst mogleg? Kor stort blir då overskotet per månad?

For å komme fram til desse ulikskapane har verksemda brukt denne tabellen:

	Tilskjering	Samanstilling	Ferdigstilling
Tid per eining type A	36 minutt	18 minutt	30 minutt
Tid per eining type B		36 minutt	12 minutt
Kapasitet per månad	1000 timar		800 timar

c) Gjer utrekningar og bestem kva tal som manglar i kvar av dei to tomme rutene i tabellen.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Rulett: Ralf Roletschek. Lisens: CC BY-SA 3.0 Alle andre grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (6 poeng)

Løs likningene

a) $2x = 2x^2 - 12$

b) $5^{3x-6} = 25$

c) $\lg(x) + \lg(x+1) = \lg 12$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $(x-y)^2 + 2\cdot(x+y)\cdot y - (x+y)^2$

b) $\lg(ab^{-5}) - \lg\left(\dfrac{b}{a^4}\right) + 3\lg(ab^2)$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-x^2 \geq -6 - x$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{aligned} y - x + 6 &= 0 \\ x^2 - y &= 6 \end{aligned}$$

Oppgave 5 (6 poeng)

Siv, Audun og fire venner skal gå hånd i hånd i ring rundt juletreet.

a) Begrunn at det er 120 ulike måter de seks kan plassere seg på i ringen.

Siv er hemmelig forelsket i Audun.

b) Bestem sannsynligheten for at hun får holde Audun i hånden dersom plasseringene i ringen er tilfeldige.

Etter at de har gått rundt juletreet, skal de ta et bilde. De skal stille seg ved siden av hverandre på en linje.

c) Bestem sannsynligheten for at Audun og Siv får stå ved siden av hverandre på bildet dersom de blir plassert tilfeldig.

Oppgave 6 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 4 - 4\lg x$$

Figuren nedenfor viser grafen til f sammen med tangenten i punktet $(1, f(1))$.

a) Bruk figuren til å bestemme en tilnærmet verdi for $f'(1)$.

b) Bruk blant annet grafen til å bestemme en tilnærmet verdi for $\lg 500$.

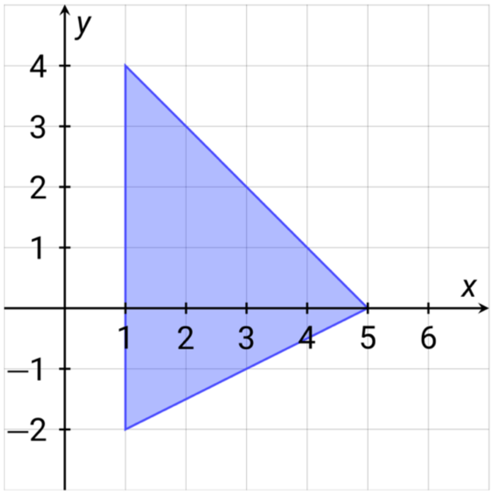
Når en bedrift produserer og selger x enheter av en vare, er overskuddet O per dag gitt ved

$$O(x) = -200 \cdot f(x)$$

c) Hvor mange enheter må bedriften minst produsere og selge per dag for ikke å gå med underskudd?

Oppgave 7 (6 poeng)

Nedenfor har vi fargelagt et område T i koordinatsystemet.



a) Sett opp tre ulikheter som definerer området T.

La $S = \frac{1}{2}x - 2y$.

b) Bestem den største verdien S kan ha når (x, y) skal ligge i området T.

La F være området som er avgrenset av ulikhetene i oppgave a og ulikheten

$$y \geq k + x$$

c) For hvilke verdier av k blir området F det samme som området T?

Oppgave 8 (4 poeng)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = \frac{ax - 2}{bx + c}$$

a) Bestem tallene a, b og c slik at

- punktet $(-1, 0)$ ligger på grafen til h
- asymptotene til h skjærer hverandre i punktet $(4, -2)$

b) Lag en skisse av grafen til h.

Del 2

Oppgave 1 (3 poeng)

I 2018 eksporterte Norge laks og ørret for til sammen 70,7 milliarder kroner. Verdien av lakseeksporten økte med 4,8 milliarder kroner fra 2018 til 2019. Verdien av ørreteksporten økte med 24 % fra 2018 til 2019.

I 2019 eksporterte Norge laks og ørret for til sammen 76,2 milliarder kroner.

a) Sett opp et likningssystem som du kan bruke til å bestemme verdien av lakseeksporten og verdien av ørreteksporten i 2019.

b) Hvor stor var verdien av lakseeksporten i 2019?

Oppgave 2 (7 poeng)

Når vi spiller med et ruletthjul, havner en kule på et av 37 tall. Av disse tallene er 18 røde, 18 svarte og ett grønt. Sannsynligheten er den samme for at kulen havner på hvert av de 37 tallene.

a) Bestem sannsynligheten for at kulen havner på det grønne tallet i minst 1 av 10 spilleomganger.

b) Hvor mange ganger må vi minst spille med ruletthjulet dersom sannsynligheten for at kulen skal havne på det grønne tallet minst 1 gang, skal være mer enn 50 prosent?

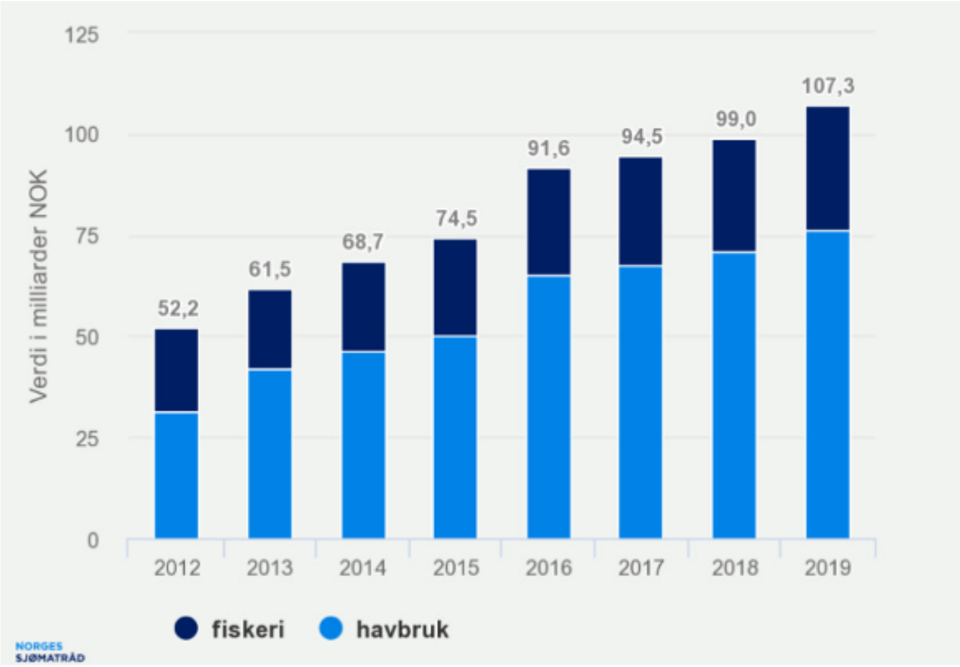
c) Forklar hvordan du kan komme fram til at sannsynligheten er $p \approx 0{,}151$ for at kulen havner på et rødt tall i minst 7 av 10 spilleomganger.

Åtte venner skal spille med ruletthjulet. Alle spiller 10 ganger hver.

d) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig 3 av dem får rødt tall i minst 7 av de 10 spilleomgangene.

Oppgave 3 (8 poeng)

Figuren nedenfor viser verdien av norsk sjømateksport for årene 2009–2019.



a) Bruk tallene fra figuren til å bestemme en lineær modell g som viser verdien av sjømateksporten x år etter 2012.

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 55 \cdot 1{,}11^x$$

er en annen modell for verdien av norsk sjømateksport i milliarder kroner. Her er x antall år etter 2012.

b) Tegn grafen til f.

c) I hvilket år blir verdien av sjømateksporten for første gang større enn 200 milliarder kroner, ifølge modellen f?

d) Bruk modellen f til å bestemme den gjennomsnittlige årlige verdiøkningen av sjømateksporten i perioden 2012–2020.

e) I hvilket år vil verdien av sjømateksporten for første gang øke med mer enn 20 milliarder kroner per år, ifølge modellen f?

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift selger to typer hengekøyer, type A og type B. Disse produseres i de tre avdelingene tilskjæring, sammenstilling og ferdigstilling. Bedriften får solgt alle hengekøyene de klarer å produsere.

La x og y være antall hengekøyer bedriften produserer per måned av henholdsvis type A og type B.

Bedriften har kommet fram til følgende fem ulikheter som beskriver begrensningene i produksjonen:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 1{,}5x + y &\leq 2500 \\ 0{,}5x + y &\leq 1500 \\ x + 0{,}4y &\leq 1600 \end{aligned}$$

a) Marker i et koordinatsystem området de fem ulikhetene avgrenser.

Salgsprisen per enhet er 800 kroner for type A og 1400 kroner for type B. Bedriften har 70 000 kroner per måned i faste kostnader. I tillegg er det produksjonskostnader per enhet på 580 kroner for type A og 1140 kroner for type B.

b) Hvor mange hengekøyer av type A og type B må bedriften produsere for at overskuddet skal bli størst mulig? Hvor stort blir da det månedlige overskuddet?

For å komme fram til disse ulikhetene har bedriften brukt følgende tabell:

	Tilskjæring	Sammenstilling	Ferdigstilling
Tid per enhet type A	36 minutter	18 minutter	30 minutter
Tid per enhet type B		36 minutter	12 minutter
Kapasitet per måned	1000 timer		800 timer

c) Gjør beregninger og bestem hvilket tall som mangler i hver av de to tomme rutene i tabellen.

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!