Gitt to brøker, $\dfrac{m}{n}$ og $\dfrac{m+2}{n+2}$, der $m, n \in \mathbb{N}$ og $n > m$.

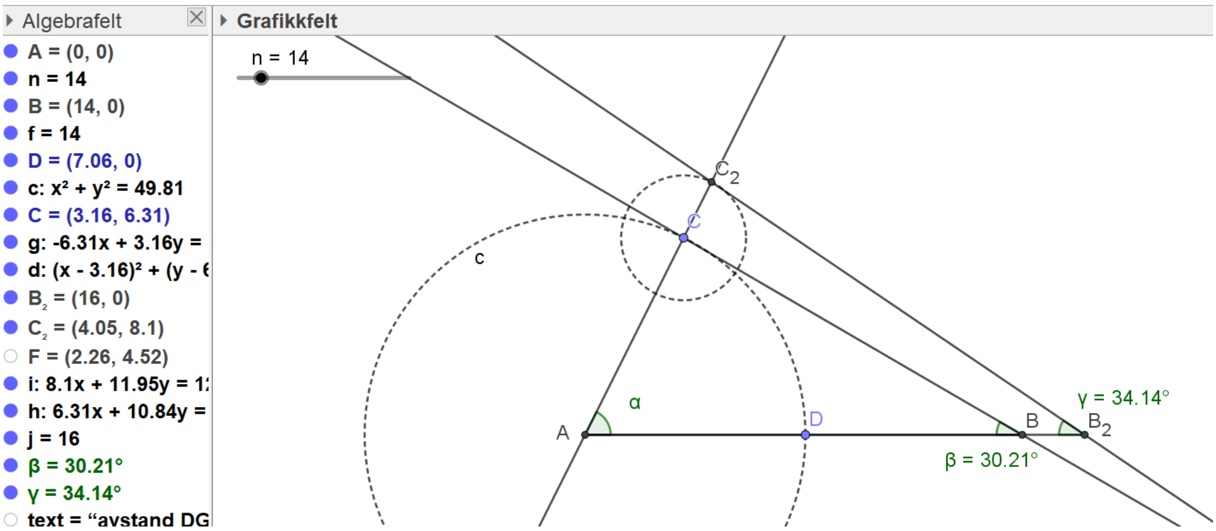
Vi kan raskt utelukke at de er like, et moteksempel blant mange er 1/2 < 3/4. Samme moteksempel utelikker at m/n alltid er størst. Så valget står mellom de 2 anre valgene.

Jeg er veldig usikker på hvilken løsningsstrategi de som har laga oppgava har tenkt på her, med med forslaget om 1 time på hele type 1-delen av eksamen, så ville jeg nok i første omgang gått for mynt-kron kast mellom disse to valgene. Det er "noe de fleste veit" at 4/5 < 5/6 < 6/7 osv, men dette er ikke så enkelt..

Med bedre tenketid har jeg kommet fram til følgende løsning (som motsier Kristian Skaug). Ettersom han sier at det varierer med m og n , så vil jeg utfordre KS til å komme med et eks. der m/n er størst.

Jeg tenker slik: *brøker* er *forhold*, og forhold har noe å gjøre med *formlike trekanter*. Formlike trekanter kan tegnes opp med en felles vinkel og 2 parallelle linjer motstående denne vinkel. (i fig. under skal da beta=gamma og linjene parallelle hvis formlikt).

Trekanter som er "nesten" slik, men der linjene ikke er parallelle har ikke samme forhold, og man kan bruke figuren til å finne ut hvilket forhold som er størst. Dess spissere vinkel nede til høyre, dess mindre er teller/nevner (motstående /grunnlinje)



Figur 1 Fra geogebra. (Litt usikker på om alfa er vilkårlig eller 90 grader her, må ev. sjekke med ggb fila mi, men jeg tror 90 grader er lurt å bruke)

Her er alfa vilkårlig i 1.kvadrant. Her har jeg brukt en glider n som brukes til å endre lengden AB (det er ikke så farlig om n er heltall eller ikke tror jeg). Pkt D er definert som pkt. på linjestykket AB, og kan også flyttes på. Lenden AC= AD=m<n på denne måten. Avstanden CC_2 og BB_2 er begge 2. Jeg kaller lengden AC for b og lengden AC_2 for b_2. og tilsvarende AB og AB_2 som hhv c og c_2. Forholdene er dermed: b/c=m/n og b_2/c_2 = (m+2)/(n+2).

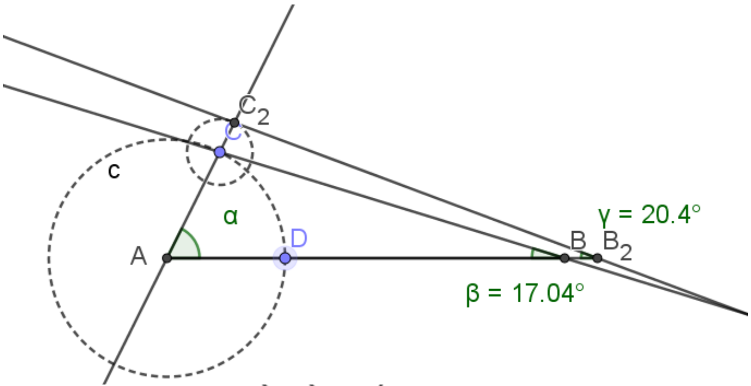
Forholdene er dermed: $b/c=m/n$ og $b_2/c_2 = (m+2)/(n+2)$.

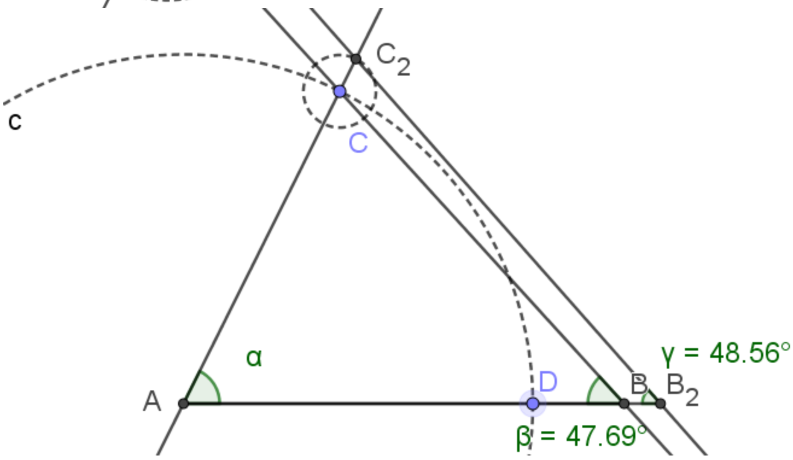
Vi ser at linjene ikke er parallelle. For de aktuelle verdiene er beta <gamma, som betyr at $m/n < (m+2)/(n+2)$

Det gjenstår å vise at det vil gjelde for alle valg av m og n, men ved å tegne sirkel med $r=2$ rundt pkt B og bruke alfa som 90 grader, så kan man vel overbevise seg om dette.(?)

NB: Å tegne 3 eksempler med m og n der gamma er størst er ikke noe bevis for alltid slik.

Andre verdier av m, n med samme vinkel alfa:





Antakelig kan man velge vinkel alfa etter at n og m er valgt og dermed sørge for at vinkel C er rett vinkel som vel gjør det enklest å se at linja til høyre går brattere ned mot høyre. Se Figur 1**. (tegn ev sirkel rundt B også for ytterligere overbevisning)**

Mitt spørsmål er: Er det noen mere opplagt måte å se dette på? Eller har KS rett og svaret ulikheten varierer med verdiene av n og m?