

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

**Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.**

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

## **Eksamensoppgave**

## **MATEMATIKK**

### **Bokmål**

**28. mai. 2021**

**kl. 9.00-14.00**

### **Hjelpemidler:**

Alle skriftlige hjelpemidler, alle kalkulatorer.

### **Andre opplysninger:**

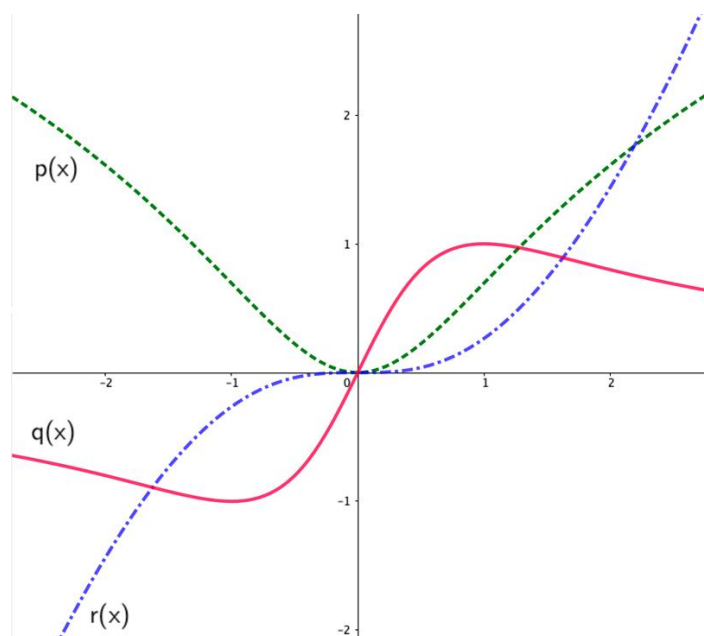
Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 8 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

**Erklæring:** Ved innlevering av dette oppgavesettet, erkjenner jeg at jeg hverken har fått eller gitt relevant informasjon, tilknyttet svar eller løsningsmetoder til oppgavene i dette settet, fra eller til andre personer.

## Oppgave 1

Kalle Kanin har fått Geogebra til å tegne en funksjon,  $f$ , dens deriverte,  $f'$ , og dens dobbellderiverte,  $f''$ . Se figur under. Hvilken graf er  $f$ , hvilken graf er  $f'$  og hvilken graf er  $f''$ ? Begrunn svaret.



## Oppgave 2

Gitt funksjonen:  $f(x) = \frac{a}{x}$   $1 \leq x \leq e$   $a > 0$

Bestem  $a$  slik at arealet avgrenset av  $f(x)$  og  $x$ -aksen blir lik 2.

## Oppgave 3

Gitt den uendelige geometriske rekka

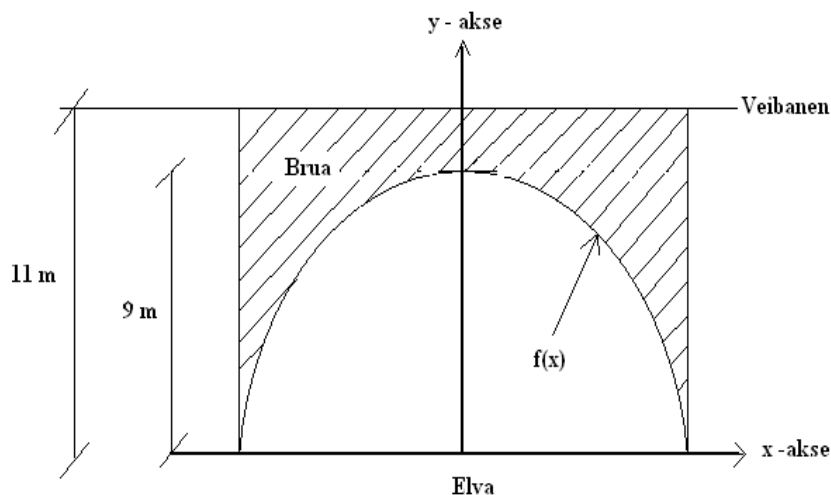
$$\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + \sin x + \dots$$

- Vis at koeffisienten til den uendelige geometriske rekka over er  $k = 2 \cos \frac{x}{2}$ . Vis at  $k$  er den samme mellom  $a_1$  og  $a_2$ , og mellom  $a_2$  og  $a_3$ .
- For hvilke verdier av  $k$  konvergerer rekka? La  $x \in [0, 4\pi)$ .
- Finn summen av den uendelige rekka når  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

## Oppgave 4

Figuren viser en bru over en elv. Brua er tegnet i et koordinatsystem der origo ligger i vannoverflaten midt under brua. Brua er symmetrisk om y – aksen, og den krumme delen av den kan beskrives ved funksjonen:

$$f(x) = -0,09x^2 + 9$$



- a) Vis at bredden på elva under brua er 20 m.
- b) Veibanen ligger 11 m over elva. I forbindelse med vedlikehold av brua skal den ene sideflaten (skravert) males. Finn ved regning arealet av sideflaten av brua.

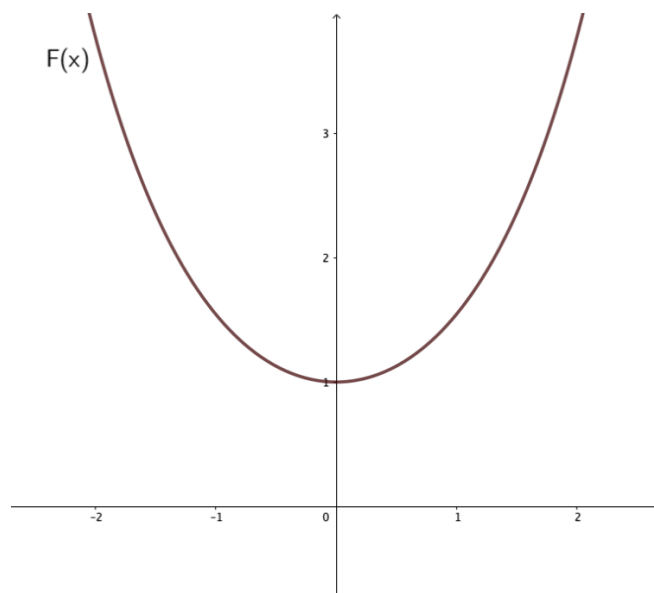
En lekter som frakter containere, må passere under brua. Vi antar at lekteren sammen med containere har tverrsnitt som et rektangel med bredde 12 m og høyde 5,5 m over vannflaten.

- c) Undersøk om lekteren kan passere under brua.
- d) Det skal bygges en ny lekter. Vis at arealet av det rektangulære tverrsnittet av lekter og containere som kan passere under brua, kan skrives:

$$A(x) = 18x - 0,18x^3$$

- e) Hvilken bredde må lekteren og containere ha for at arealet skal bli størst mulig?

## Oppgave 5



Figuren over viser grafen til funksjonen

$$F(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

Vi ser på flatestykket som er avgrenset av denne grafen, linjene  $x = -1$  og  $x = 1$  og  $x$ -aksen.

- Finn arealet av dette flatestykket.
- Finn volumet av omdreiningslegemet som kommer frem ved å dreie dette flatestykket  $360^\circ$  om  $x$ -aksen.

## Oppgave 6

Gitt fire punkter  $A(0,0,0)$ ,  $B(3,1,0)$ ,  $C(2,4,0)$  og  $T(1,2,5)$ .

- Regn ut  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{CB}$  og  $\angle ACB$ .
- $\triangle ABC$  utgjør grunnflaten i en pyramide med toppunkt  $T$ . Regn ut volumet til pyramiden  $ABCT$ .
- Regn ut  $\overrightarrow{AT} \times \overrightarrow{AB}$ . Hva er arealet av sideflaten  $ABT$ ?
- Sideflaten  $ABT$  ligger i et plan  $\alpha$ . Finn likningen for planet  $\alpha$ .

## Oppgave 7

Gitt et trapes der sidene AB og CD er parallelle.  $BC = 2\sqrt{2} \text{ m}$ ,  $CD = 6 \text{ m}$  og vinkel B er større enn  $90^\circ$ . Avstanden mellom de parallelle sidene er  $2 \text{ m}$  og arealet av trapeset er  $15 \text{ m}^2$ .

- a) Finn vinkel B.
- b) Finn diagonalen BD.
- c) Finn vinkel A.

## Oppgave 8

I en populasjon på 1000 vil 2,3 % utvikle en sykdom A, som krever livslang oppfølging. En slik livslang oppfølging beregnes til å koste samfunnet i snitt 1.000.000 per person med sykdom A. Det finnes en vaksine mot denne sykdom A, som er 90 % effektiv (10 % av befolkningen vil ikke være beskyttet mot sykdom A selv om de har tatt vaksinen). Denne vaksinen koster 2.300 per stykk.

- a) Lønner det seg å vaksinere hele populasjonen? Svaret må begrunnes.

Det viser seg at 0,1 % av de som vaksinerer seg mot sykdom A, utvikler en sykdom B, som også krever livslang oppfølging.

- b) Sett opp et valgtre og et venndiagram for å visualisere situasjonen.

På grunn av denne bieffekten på vaksinen mot sykdom A vil 25 % av befolkningen motsette seg å ta vaksinen mot sykdom A. De resterende 75 % av befolkningen tar vaksinen mot sykdom A.

- c) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person i populasjonen, etter at alle som ønsket å vaksinere seg har fått sin dose, utvikler sykdom A?
- d) Hva er sannsynligheten for at en som har utviklet sykdom A, er vaksinert?