Løsningsforslag eksamen 1P våren 2021 (MAT1011) – "Utgående ordning"

Del 1

Oppgave 1

a) Deler avstandene på 100 og bruker Pythagoras' setning.
$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$.
Må så multiplisere med 100 igjen for å finne avstanden fra *A* til *B*.

Det er 500 meter fra *A* til *B*.

b) $400+300-500=700-500=200$, så sykkelturen er 200 meter lengre enn gåturen.
$$\frac{200}{500}=\frac{40}{100}=40\%$$

Sykkelturen er 40 % lengre, sammenlignet med gåturen.

c)
$$\frac{4{,}0cm}{0{,}80km}=\frac{4{,}0cm}{800m}=\frac{1{,}0cm}{200m}=\frac{1}{20000}$$
Kartet har målestokk 1:20000

Oppgave 2

Dersom prisen har fulgt indeksen, skal prisen i dag være 80 % av prisen i basisåret.
$1200\cdot 0{,}8=120\cdot 8=960$
Hvis prisen har fulgt indeksen, er prisen på varen i dag 960 kroner.

Oppgave 3

a) Leser av grafen og ser at én person må betale 12000 kroner, 2 personer må betale 6000 kroner hver, osv…

Det koster 12000 kroner å leie hytten i en uke.

b) Vi ser at dersom antallet personer dobles, halveres pris per person.

Prisen *y* per person når *x* personer er med å leie hytten, er gitt ved $y=\frac{12000}{x}$.

Dette betyr også at vi kan skrive $x\cdot y=12000$.
Vi ser altså at produktet av *x* og *y* er konstant, noe som betyr at *x* og *y* er omvendt proporsjonale størrelser.
Som skulle forklares.

c)

Prisen y per person når x personer er med å leie hytten, er gitt ved formelen

$$\underline{\underline{y=\frac{12000}{x}}}$$

Oppgave 4

Regner først ut volumet at sylinderen. (Når diameteren er 10cm, er radius 5 cm).

$$V=\pi\cdot r^2\cdot h\approx 3\cdot 5^2\cdot 10=3\cdot 25\cdot 10=75\cdot 10=750$$

Volumet av sylinderen er omtrent $750cm^2=750mL=7{,}5dL$.

Regner ut volumet av kaffepulveret i posen:

$$\frac{250}{35}=\frac{50}{7}=7+\frac{1}{7}$$

Siden $\frac{1}{7}$ er mindre enn 0,5, vil $7+\frac{1}{7}$ være mindre enn 7,5.

Det er altså mindre enn 7,5 dL kaffepulver i posen.

<u>Kaffepulveret i posen får plass i beholderen.</u>

Oppgave 5

a)

$\frac{40}{10}=4$, så her har vi $x=4$. Setter inn i formelen: $\frac{4^2}{2}=\frac{16}{2}=8$

Bremselengden er 8 meter ved en fart på 40 km/h på tørt sommerføre.
<u>Som skulle vises.</u>

b) En økning fra 40 km/h til 80 km/h er en dobling av farten.
Når farten dobles, kan vi erstatte x med $2x$ i formelen:

$$\frac{(2x)^2}{2}=\frac{2x\cdot 2x}{2}=\frac{4x^2}{2}=4\cdot\frac{x^2}{2}.$$

Vi ser at bremselengden firedobles når farten øker fra 40 km/h til 80 km/h.
<u>Som skulle vises.</u>

c) Bremselengde ved fart på 60 km/h på tørt sommerføre: $\frac{6^2}{2}=\frac{36}{2}=18$

Bremselengden er altså 18 meter på tørt sommerføre.

$$\frac{72-18}{18}=\frac{54}{18}=3=300\%$$

<u>Når farten er 60 km/h øker bremselengden med 300 % når man endrer fra tørt sommerføre til glatt vinterføre.</u>

Oppgave 6

a) $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 24}{5 \cdot 24} = \frac{48}{120}$ og $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 30}{5 \cdot 30} = \frac{90}{150}$

	Elev i Vg1	Elev i Vg3	Sum
Fornøyd med hjemmeundervisningen	48	90	138
Ikke fornøyd med hjemmeundervisningen	72	60	132
Sum	120	150	270

b) $P(\text{Tilfeldig valgt elev var fornøyd med hjemmeundervisningen}) = \frac{138}{270} = \frac{46}{90} = \underline{\underline{\frac{23}{45}}}$

c) $P(\text{Vg3}|\text{Fornøyd}) = \frac{90}{138} = \frac{30}{46} = \underline{\underline{\frac{15}{23}}}$

Oppgave 7

a)

$$K(0) = 0$$

$$K(20) = -20^2 + 200 \cdot 20 = -400 + 4000 = 3600$$

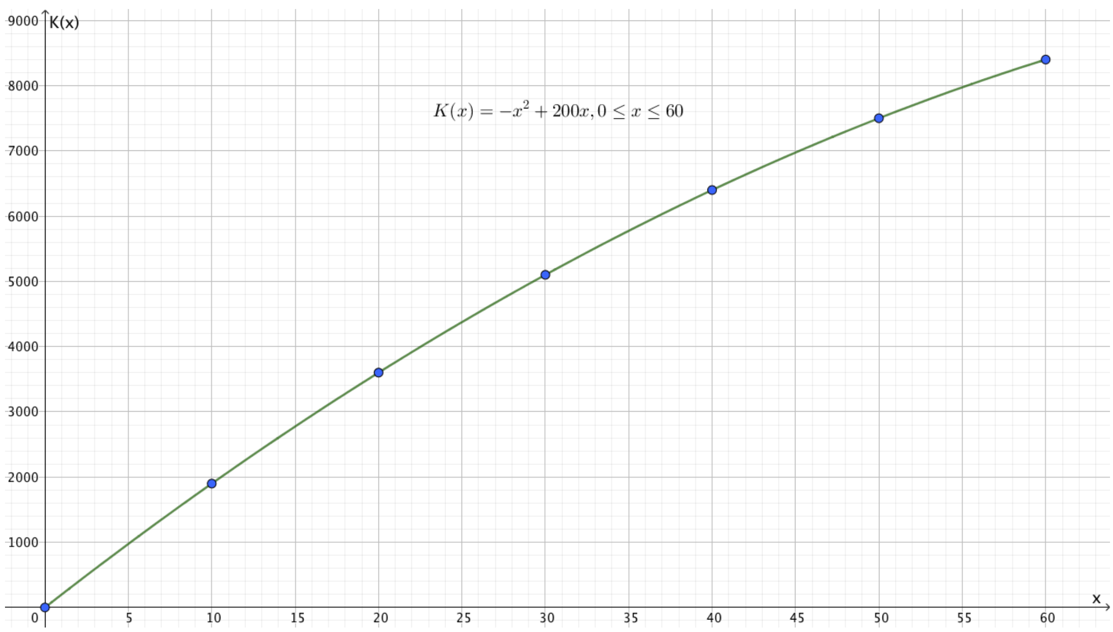
$$K(30) = -30^2 + 200 \cdot 30 = -900 + 6000 = 5100$$

$$K(50) = -50^2 + 200 \cdot 50 = -2500 + 10000 = 7500$$

Fyller ut verditabellen:

x	0	10	20	30	40	50	60
$K(x)$	0	1900	3600	5100	6400	7500	8400

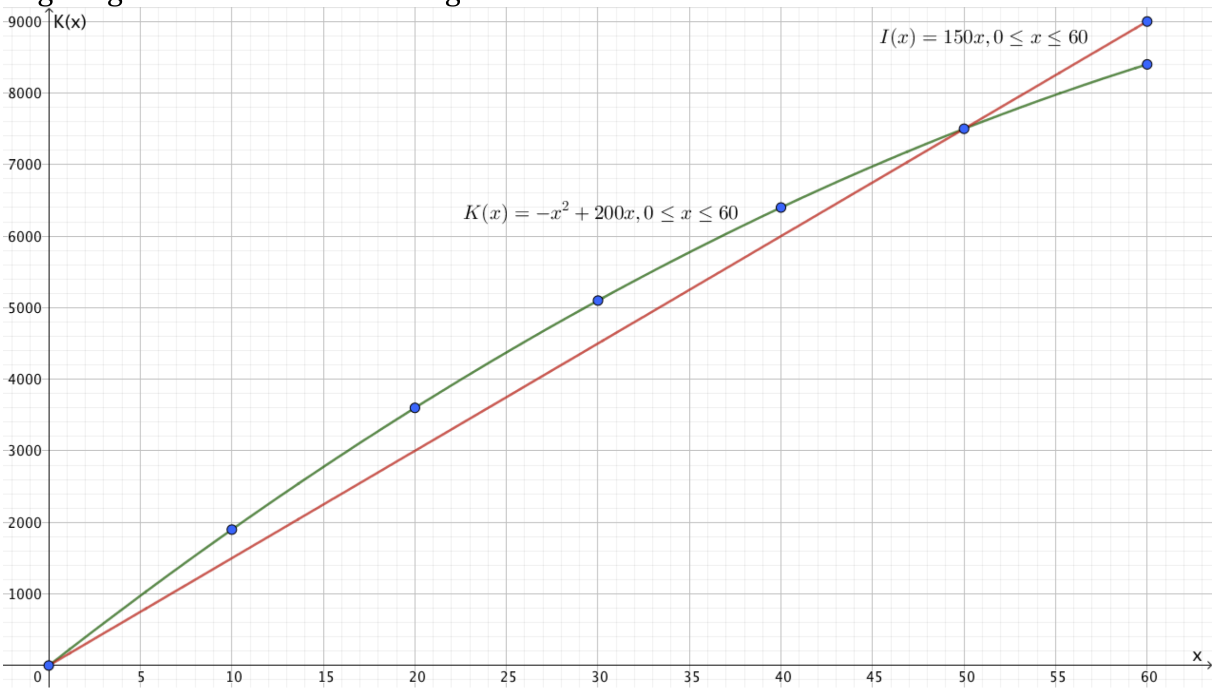
b) Markerer punktene i et koordinatsystem og tegner en jevn kurve gjennom dem. NB! Skal kun ha grafen til *f* for $0 \le x \le 60$.



c) Grafen til I er ei rett linje.

$I(0)=0$ og $I\left(60\right)=150\cdot 60=9000$.

Tegner grafen til I sammen med grafen til K.



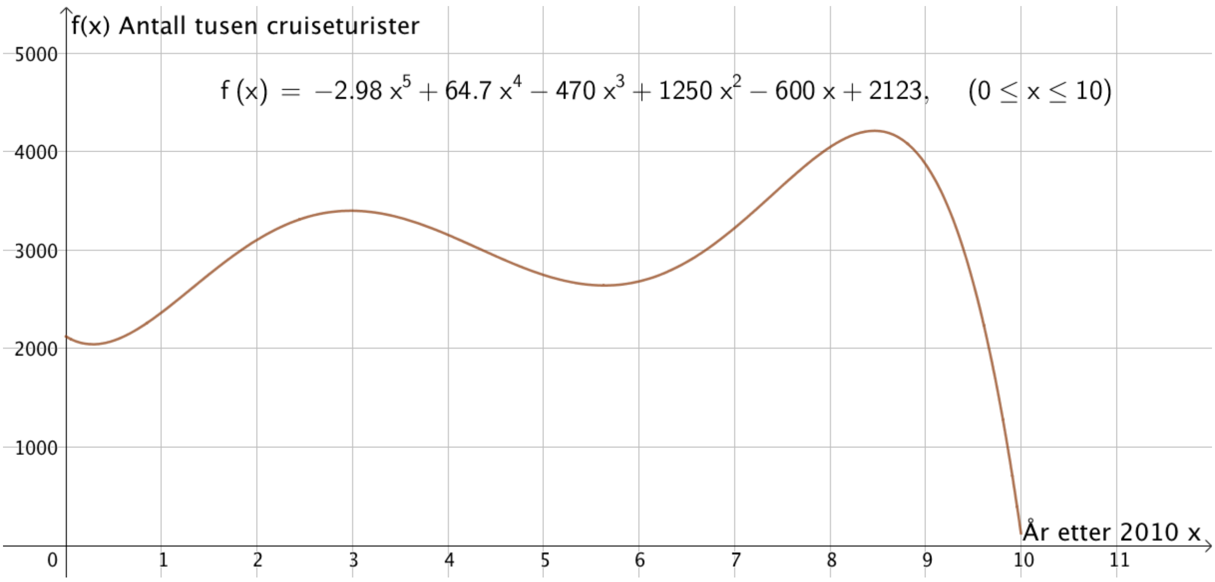
Ser at grafene skjærer hverandre i $\left(50,7500\right)$.

For produksjon og salg, opp til og med 60 enheter, må bedriften produsere og selge mer enn 50 enheter for at inntekten skal blir større enn kostnaden.

Del 2

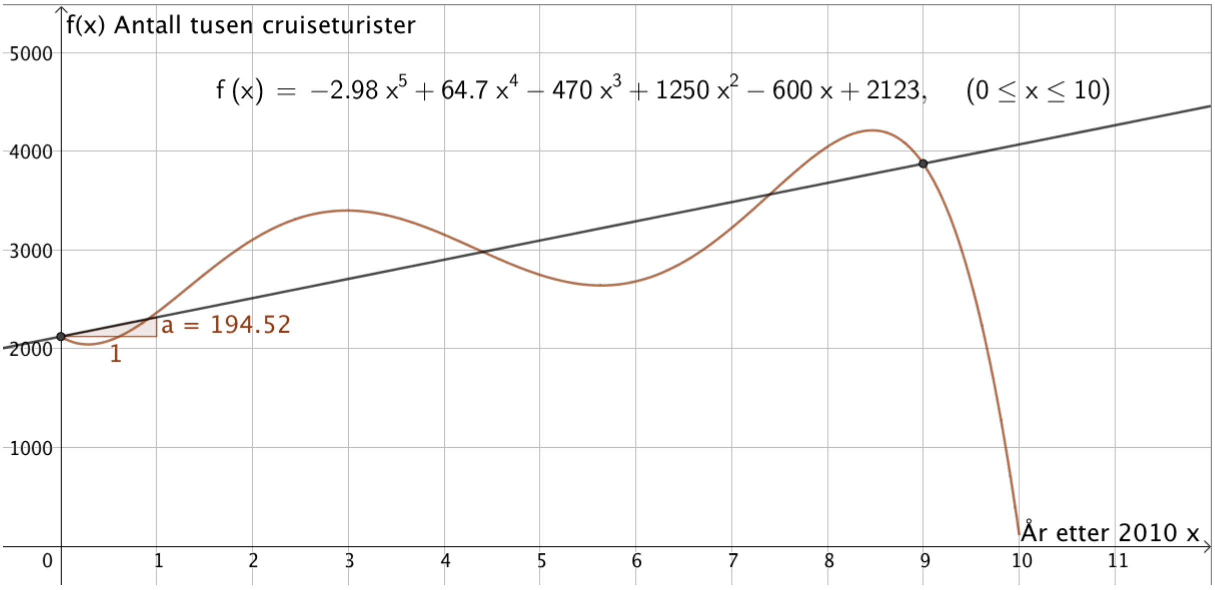
Oppgave 1

a)



b) Markerer punktene ved å skrive $\left(0, f(0)\right)$ og $\left(9, f(9)\right)$ i inntastingsfeltet.

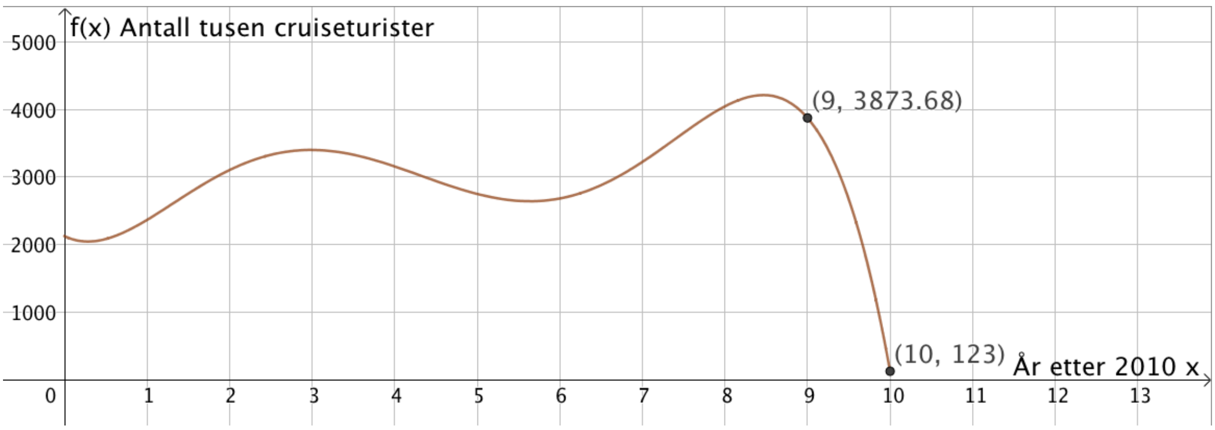
Tegner linje gjennom dem, og finner stigningstallet til linja ved hjelp av *"stigning"*.



<u>Stigningstallet til den rette linja er 194,52.</u>

Stigningstallet forteller at antall cruiseturister som besøkte Norge steg med omtrent 194 500 per år i gjennomsnitt i perioden 2010-2019.

c) Skriver $\left(10, f(10)\right)$ i inntastingsfeltet for å finne antall cruiseturister i 2020.



$$\frac{3873{,}68-123}{3873{,}38} \approx 0{,}968 = 96{,}8\%$$

<u>I følge modellen avtok antall cruiseturister med 96,8 % fra 2019 til 2020.</u>

Oppgave 2

a) Funksjonen *f* er en lineær funksjon på formen $f(x) = ax + b$.
Modellen bruker 2015 som år 0, så konstantleddet er 4600. Da er det bare leddet som inneholder stigningstallet som mangler.
En økning på 200 innbyggere i løpet av 5 år tilsvarer gjennomsnittlig økning på 40 innbyggere per år, så stigningstallet er 40.

<u>Under flekken skal det stå 40*x*</u>

b) 2030 er 15 år etter 2015.
$f(15) = 40 \cdot 15 + 4600 = 600 + 4600 = 5200$

<u>Om antallet innbyggere fortsetter å øke på samme måte, vil det være 5200 innbyggere i bydelen i 2030.</u>

Oppgave 3

To drops av samme farge, betyr enten to hvite eller to røde.

$$P\left(\text{To drops av samme farge}\right) = \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} + \frac{10}{16} . \frac{9}{15} = \frac{30}{240} + \frac{90}{240} = \frac{120}{240} = \frac{1}{2} = 50\%$$

To drops med ulik farge, er det motsatte av to drops av samme farge.

$$P\left(\text{To drops med ulik farge}\right) = 100\% - P\left(\text{To drops av samme farge}\right) = 100\% - 50\% = 50\%$$

Det er altså like stor sannsynlighet for at Scott trekker to drops av samme farge, som at han trekker to drops med ulik farge.
<u>Som skulle vises.</u>

Oppgave 4

a) $\frac{12{,}2cm}{2{,}54cm} \approx 4{,}80$, så <u>12,2 cm tilsvarer 4,8 tommer</u>.

b) Om vi setter høyden av skjermen til å være $16x$ cm og bredden til å være $9x$ cm, kan vi bruke Pythagoras' setning til å bestemme *x*.

$$\begin{aligned} \sqrt{(16x)^2 + (9x)^2} &= 12{,}2 \\ \sqrt{337x^2} &= 12{,}2 \\ 18{,}3576x &= 12{,}2 \\ x &= \frac{12{,}2}{18{,}3576} \\ x &= 0{,}6646 \end{aligned}$$

Dette gir $16x = 16 \cdot 0{,}6646 = 10{,}6$ og $9x = 9 \cdot 0{,}6646 = 6{,}0$

<u>Skjermen er omtrent 10,6 cm høy og 6,0 cm bred</u>

c) Dersom vi kvadrerer forholdet mellom samsvarende lengder i to formlike figurer, får vi forholdet mellom arealene.

$$\left(\frac{6{,}1"}{4{,}8"}\right)^2 = \left(\frac{6{,}1}{4{,}8}\right)^2 \approx 1{,}6$$

<u>Arealet av skjermen på den nye telefonen er 1,6 ganger så stort som arealet av skjermen på den gamle. Hun får altså 60 % større skjerm.</u>

Oppgave 5

a)

Volumet av papiret tilsvarer differansen mellom to sylindere, der den ene har radius 1 dm og den andre har radius 0,07 dm.
Begge sylinderne har høyde 8 dm.

$$\pi \cdot 1^2 \cdot 8 - \pi \cdot 0{,}07^2 \cdot 8 = 25{,}0$$

Volumet av papiret er 25 dm^3. <u>Som skulle vises</u>.

b)

Når vi ruller ut hele papirrullen, har vi et rektangel som er 250 meter langt og 80cm bredt. Når vi da tar med at papiret har en tykkelse, får vi et prisme. Vi vet, fra oppgave a), at dette prismet har volum 25 dm^3.

$$\begin{aligned} l \cdot b \cdot h &= V \\ 250m \cdot 80cm \cdot h &= 25dm^3 \\ 2500dm \cdot 8dm \cdot h &= 25dm^3 \\ h &= \frac{25dm^3}{20000dm^2} \\ h &= 0{,}00125dm \\ h &= 0{,}125mm \end{aligned}$$

<u>Tykkelsen på papiret er 0,125 millimeter.</u>

c)

$$250m \cdot 80cm = 250m \cdot 0{,}8m = 200m^2$$
og
$$200 \cdot 60g = 12000g = 12kg$$

<u>Papiret på rullen veier 12 kilogram</u>

Oppgave 6

a) Husleiekalkulatoren forteller at konsumprisindeksen har økt med 1,7 % fra august 2019 til august 2020. Vekstfaktoren ved økning på 1,7% er 1,017.

$$x \cdot 1{,}017 = 112{,}5$$

$$x = \frac{112{,}5}{1{,}017}$$

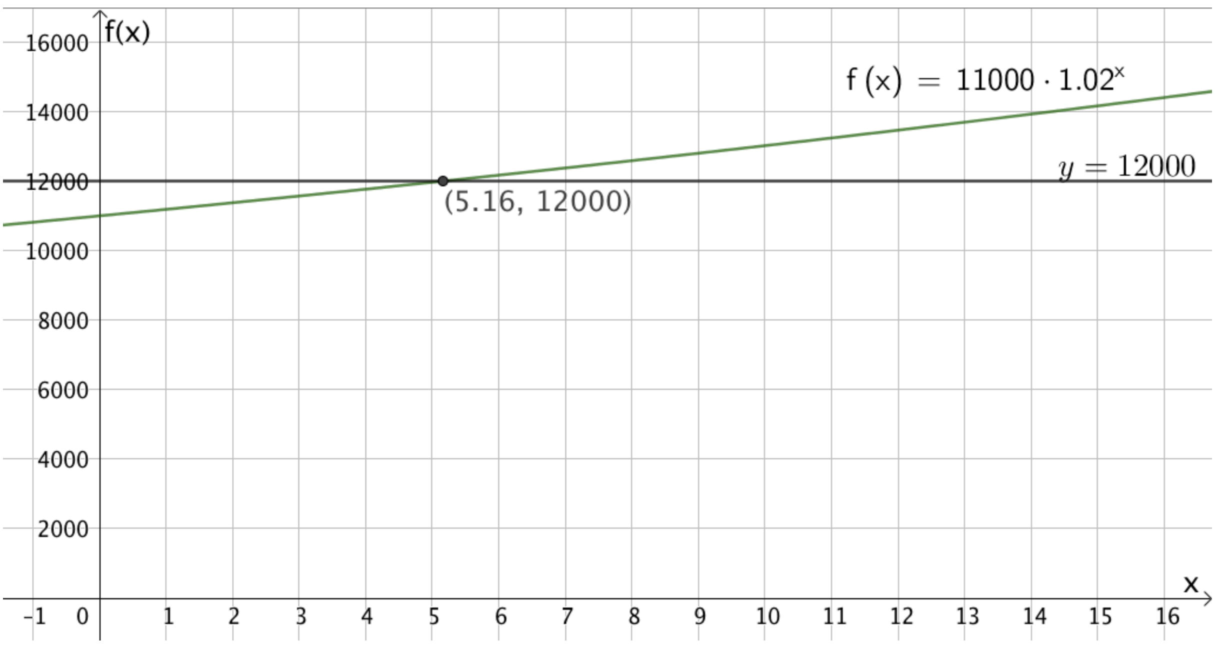
$$x = 110{,}6$$

<u>Konsumprisindeksen var 110,6 i august 2019.</u>

b) Husleien $f(x)$ kroner, *x* år etter august 2019, er gitt ved funksjonen

$$f(x) = 11000 \cdot 1{,}017^x$$

Tegner grafen til *f* sammen med linja $y = 12000$ og finner skjæringspunktet ved hjelp av "*skjæring mellom to objekt*".



Ifølge informasjonen i oppgaveteksten, kan husleien tidligst settes opp 1 år etter forrige endring, så det går 6 år før husleien passerer 12000 kroner.

<u>Husleien passerer 12000 kroner i august 2025</u>

Oppgave 7

a) $\frac{300000kr}{25000kr} = 12$, så dersom man setter inn maksimalbeløpet hvert år, vil man nå grensen for totalt innskudd i løpet av 12 år.

Isra fyller 33 år i 2035, så hun må senest starte å spare i BSU i 2024.

b) Om Isra setter inn 25000 kroner tolv ganger, får hun et skattefradrag på $25000kr \cdot 0,2 = 5000kr$ tolv ganger.
Det gir et totalt skattefradrag på 60 000 kroner.

Det største samlede skattefradraget Isra kan oppnå, er 60 000 kroner.

c)

	A	B	C	D	E	F
1		Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	1. år	kr 25 000,00	kr 25 750,00		Årlig innskudd	kr 25 000,00
3	2. år	kr 50 750,00	kr 52 272,50		Rentefot	3 %
4	3. år	kr 77 272,50	kr 79 590,68			
5	4. år	kr 104 590,68	kr 107 728,40			
6	5. år	kr 132 728,40	kr 136 710,25			
7	6. år	kr 161 710,25	kr 166 561,55			
8	7. år	kr 191 561,55	kr 197 308,40			
9	8. år	kr 222 308,40	kr 228 977,65			
10	9. år	kr 253 977,65	kr 261 596,98			
11	10. år	kr 286 596,98	kr 295 194,89			
12						

Formler:

	A	B	C	D	E	F
1		Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	1. år	=F2	=B2*(1+$F$3)		Årlig innskudd	25000
3	2. år	=C2+$F$2	=B3*(1+$F$3)		Rentefot	0,03
4	3. år	=C3+$F$2	=B4*(1+$F$3)			
5	4. år	=C4+$F$2	=B5*(1+$F$3)			
6	5. år	=C5+$F$2	=B6*(1+$F$3)			
7	6. år	=C6+$F$2	=B7*(1+$F$3)			
8	7. år	=C7+$F$2	=B8*(1+$F$3)			
9	8. år	=C8+$F$2	=B9*(1+$F$3)			
10	9. år	=C9+$F$2	=B10*(1+$F$3)			
11	10. år	=C10+$F$2	=B11*(1+$F$3)			
12						