

# Eksamen

26.05.2021

MAT1013 Matematikk 1T



Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

Eksamensinformasjon	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timar. Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
<b>Hjelpemiddel på Del 1</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
<b>Hjelpemiddel på Del 2</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Del 1 har 14 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver.  Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing.  Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>• gjennomfører logiske resonnement</li><li>• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>• vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Andre opplysningar</b>	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Guri Melby: <a href="https://www.dagsavisen.no">https://www.dagsavisen.no</a> (30.09.2020)</li><li>• Sjokolade: <a href="https://www.netclipart.com">https://www.netclipart.com</a> (17.10.2020)</li></ul> Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Utan hjelpemiddel

#### Oppgave 1 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

#### Oppgave 2 (2 poeng)

Sorter verdiane i stigande rekkjefølgje

$$\sin 60^\circ$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

$$\sin 160^\circ$$

$$\lg 1$$

#### Oppgave 3 (2 poeng)

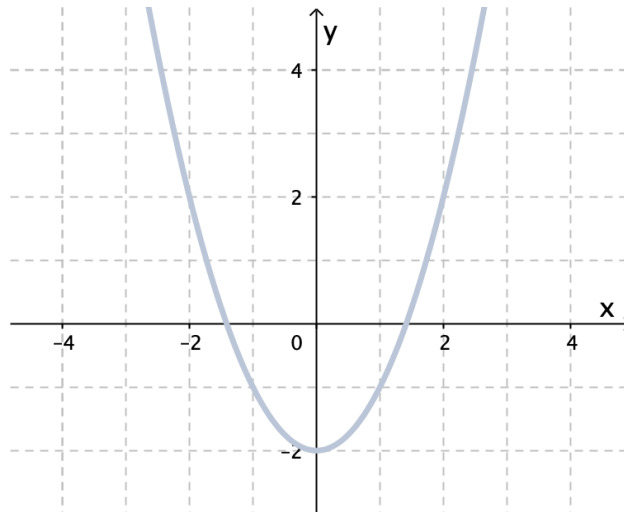
Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{x}{x-3} + \frac{x-6}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$$

#### Oppgave 4 (2 poeng)

Bestem ein andregradsulikskap der alle  $x \in [-4, 2]$  er løysingar.

### Oppgåve 5 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor ser du grafen til ein andregradsfunksjon  $f$  .  
Bestem  $f(x)$ .

### Oppgåve 6 (2 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = -2x + 9$$

Grafen til ein funksjon  $g$  er ei rett linje som er parallell med grafen til  $f$  og går gjennom punktet  $(20, -72)$  .

Bestem  $g(x)$ .

### Oppgåve 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$3^{-2} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^3}}{\left(\frac{3}{a^4}\right)^3 \cdot a^0}$$

## Oppgave 8 (2 poeng)

Løys likningane

a)  $3^{2x+2} = 81$

b)  $\lg\left(\frac{1}{2x+2}\right) = -2$

## Oppgave 9 (4 poeng)



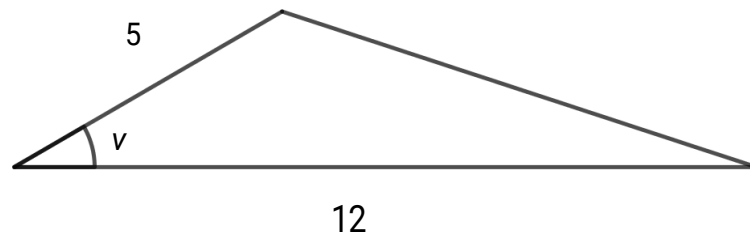
Våren 2020 var det 120 elevar i Vg1-klassane ved ein skule. I Vg3-klassane var det 150 elevar. Ei undersøking viste at to av fem elevar på Vg1 og tre av fem elevar på Vg3 var nøgde med heimeundervisninga dei fekk då skulen var stengd.

- a) Illustrer opplysningane ovanfor i ein krysstabell.
- b) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev som deltok i undersøkinga, var nøgde med heimeundervisninga.

Ein journalist valde tilfeldig ut ein av elevane som var nøgde.

- c) Bestem sannsynet for at eleven gjekk på Vg3.

### Oppgåve 10 (3 poeng)



Arealet av trekanten ovanfor er 15.  
Bestem vinkel  $v$ .

### Oppgåve 11 (2 poeng)

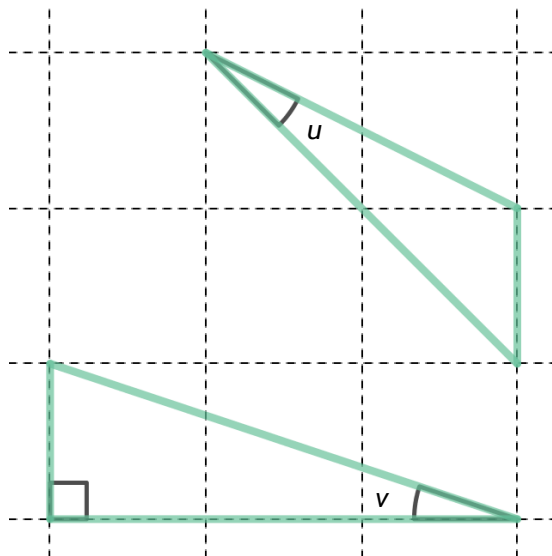


Eit konditori sel posar med ei blanding av heimelaga marsipan og sjokolade. Kvar pose veg 1 kg.

Det kostar 140 kroner å lage 1 kg marsipan og 100 kroner å lage 1 kg sjokolade. Butikken sel kvar pose for 166 kroner. D  har dei 50 kroner i fortjeneste.

Kor mykje marsipan og kor mykje sjokolade er det i kvar pose?

## Oppgåve 12 (4 poeng)



Dei to trekantane ovanfor er teikna i eit rutenett. Kvar rute er eit kvadrat.

Vis at  $\cos u = \cos v$ .

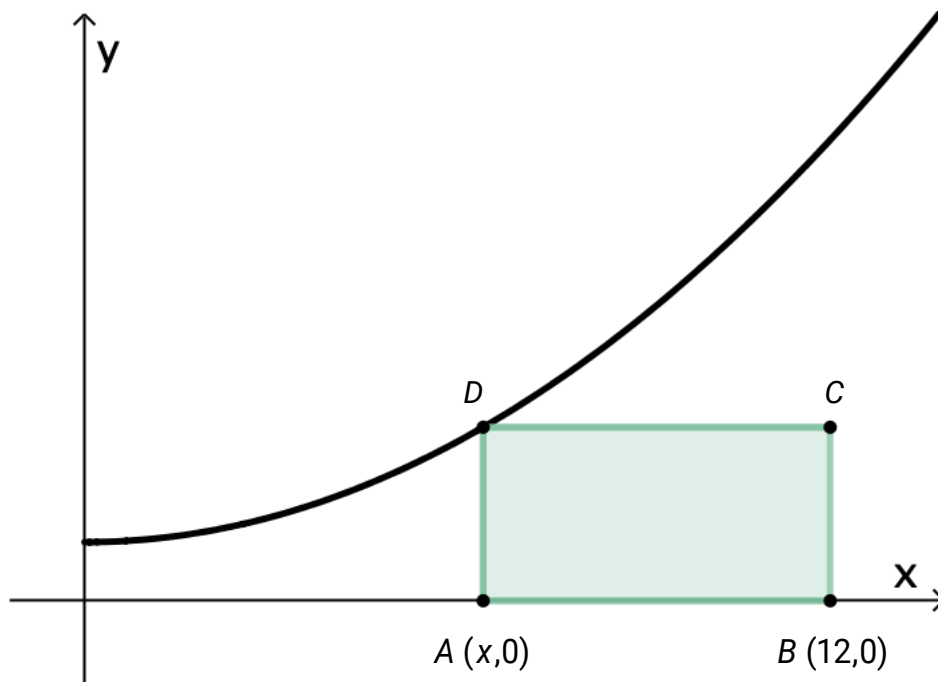
## Oppgåve 13 (3 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

Vis at den momentane vekstfarten til  $f$  i punktet  $(3, f(3))$  er lik den gjennomsnittlege vekstfarten i intervallet  $[-3, 0]$ .

### Oppgåve 14 (4 poeng)



Ein funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 21$$

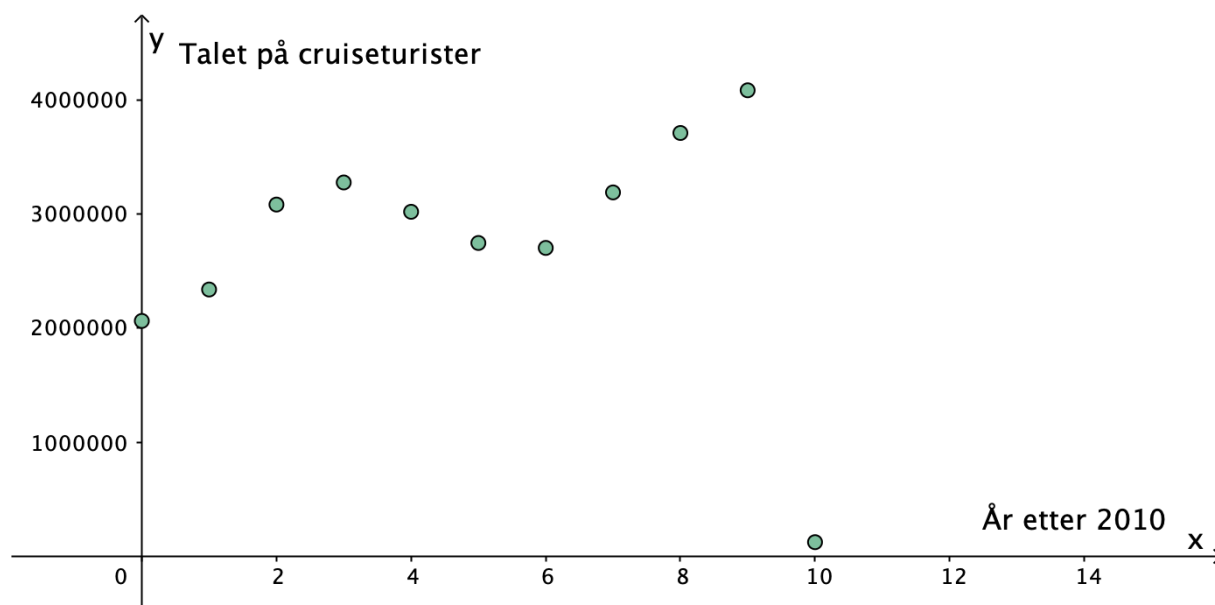
Bestem det største arealet rektangelet  $ABCD$  kan ha n r  $x \in \langle 0, 12 \rangle$  og punktet  $D$  ligg på grafen til  $f$ .



## DEL 2

### Med hjelpemiddel

#### Oppgave 1 (6 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor ser du kor mange tusen cruiseturistar som var innom norske hamner i perioden frå 2010 til 2020.

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = -2,98x^5 + 64,7x^4 - 470x^3 + 1250x^2 - 600x + 2123, \quad x \in [0, 10]$$

er ein modell som tilnærma viser kor mange tusen cruiseturistar  $f(x)$  som var innom norske hamner  $x$  år etter 2010.

- Teikn grafen til  $f$ .
- Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten i intervallet  $[0, 9]$ .  
Gi ei praktisk tolking av dette svaret.
- Bestem den momentane vekstfarten til  $f$  når  $x = 4$ , og når  $x = 8$ .  
Gi ei praktisk tolking av desse svara.

## Oppgave 2 (3 poeng)

Vis at det finst to trekantar som ikkje er formlike, og som tilfredsstiller dei tre krava nedanfor.

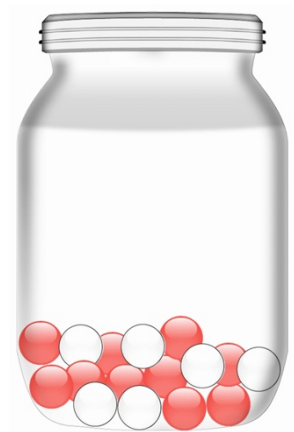
- Ei side i trekanten har lengd 4
- Ei side i trekanten har lengd 8
- Arealet av trekanten er  $8\sqrt{3}$

## Oppgave 3 (3 poeng)

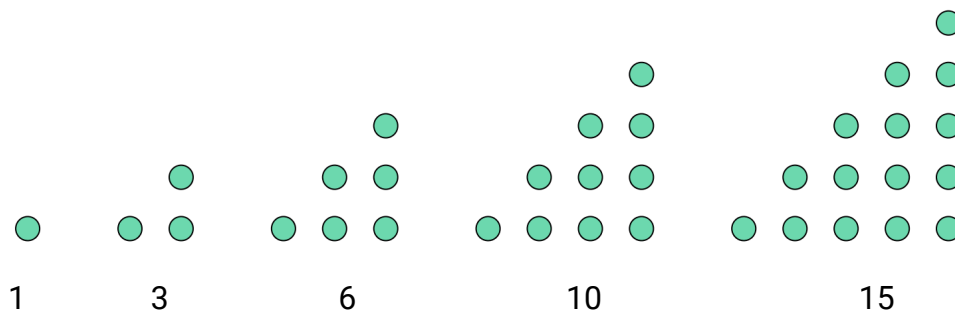
Scott har 6 kvite og 10 raude drops i ei krukke.

Han trekkjer tilfeldig to drops.

Vis at det er like stort sannsyn for at han trekkjer to drops av same farge, som at han trekkjer to drops med ulik farge.



## Oppgåve 4 (6 poeng)

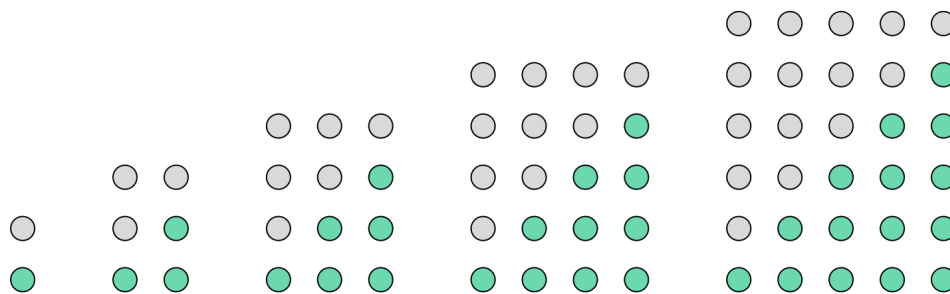


Dei fem første trekantttala er  $T_1=1$ ,  $T_2=3$ ,  $T_3=6$ ,  $T_4=10$  og  $T_5=15$ .

Sj  figuren ovanfor.

a) Bruk figuren nedanfor til å forklare at trekanttal nummer  $n$  er gitt ved formelen

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$



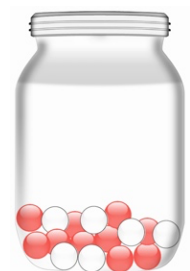
b) Ta utgangspunkt i formelen for  $T_n$  og vis at trekanttal nummer  $n+1$  er gitt ved formelen

$$T_{n+1} = \frac{n^2 + 3n + 2}{2}$$

c) Bruk CAS til å vise at dersom Scott har  $\frac{n^2 + n}{2}$  kvite drops

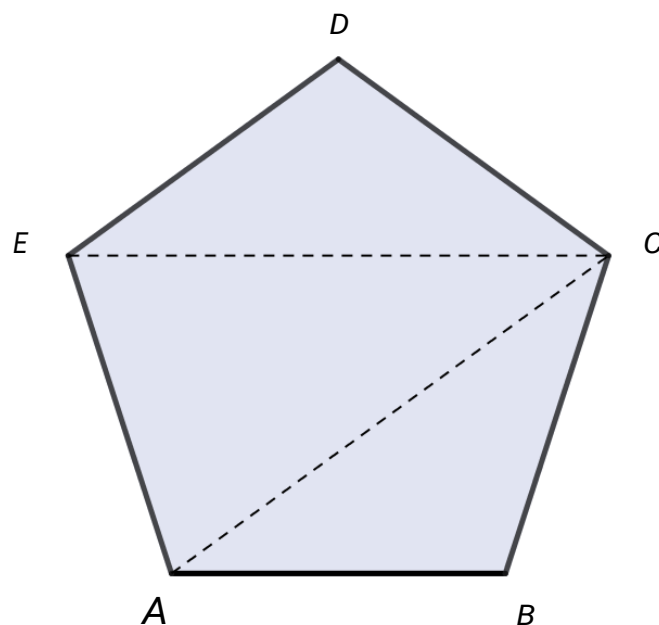
og  $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$  raude drops i ei krukke, er det like stort sannsyn

for at han trekkjer to drops av same farge, som at han trekkjer to drops med ulik farge.



## Oppgave 5 (6 poeng)

Gitt ein femkant  $ABCDE$ . Sidene i femkanten har lengd  $s$ , og vinklane er  $108^\circ$ . Sjå figuren nedanfor.



a) Bruk CAS og cosinussetninga til å vise at  $AC = \frac{1}{2}s \cdot (\sqrt{5} + 1)$

b) Bruk CAS og sinussetninga til å vise at  $AC = \frac{1}{2}s \cdot (\sqrt{5} + 1)$

c) Bruk CAS til å bestemme ein eksakt verdi for arealet av femkanten uttrykt ved  $s$ .

# Bokmål

Eksamensinformasjon	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Hjelpemidler på Del 2</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Del 1 har 14 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver.  Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.  Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger</b>	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Guri Melby: <a href="https://www.dagsavisen.no">https://www.dagsavisen.no</a> (30.09.2020)</li><li>• Sjokolade: <a href="https://www.netclipart.com">https://www.netclipart.com</a> (17.10.2020)</li></ul> Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

#### Oppgave 2 (2 poeng)

Sorter verdiene i stigende rekkefølge

$$\sin 60^\circ$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

$$\sin 160^\circ$$

$$\lg 1$$

#### Oppgave 3 (2 poeng)

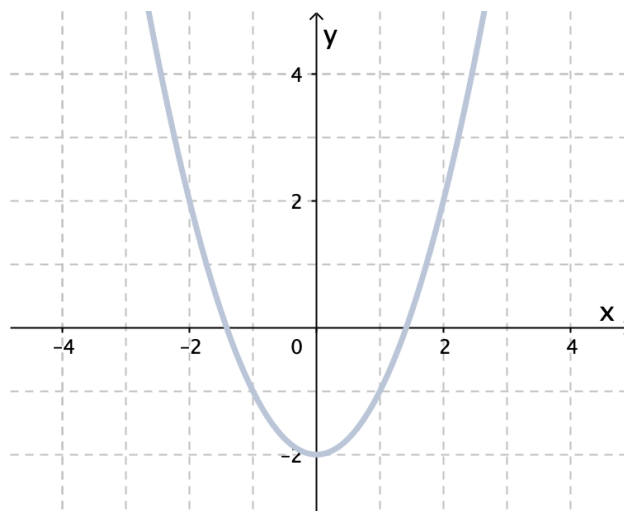
Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x}{x-3} + \frac{x-6}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$$

#### Oppgave 4 (2 poeng)

Bestem en andregradsulikhet der alle  $x \in [-4, 2]$  er løsninger.

### Oppgave 5 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor ser du grafen til en andregradsfunksjon  $f$ . Bestem  $f(x)$ .

### Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = -2x + 9$$

Grafen til en funksjon  $g$  er en rett linje som er parallell med grafen til  $f$  og går gjennom punktet  $(20, -72)$ .

Bestem  $g(x)$ .

### Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$3^{-2} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^3}}{\left(\frac{3}{a^4}\right)^3 \cdot a^0}$$

## Oppgave 8 (2 poeng)

Løs likningene

a)  $3^{2x+2} = 81$

b)  $\lg\left(\frac{1}{2x+2}\right) = -2$

## Oppgave 9 (4 poeng)



Våren 2020 var det 120 elever i Vg1-klassene ved en skole. I Vg3-klassene var det 150 elever. En undersøkelse viste at to av fem elever på Vg1 og tre av fem elever på Vg3 var fornøyd med hjemmeundervisningen de fikk da skolen var stengt.

- a) Illustrer opplysningene ovenfor i en krysstabell.
- b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev som deltok i undersøkelsen, var fornøyd med hjemmeundervisningen.

En journalist valgte tilfeldig ut en av elevene som var fornøyd.

- c) Bestem sannsynligheten for at eleven gikk på Vg3.



### Oppgave 10 (3 poeng)



Arealet av trekanten ovenfor er 15.  
Bestem vinkel  $v$ .

### Oppgave 11 (2 poeng)

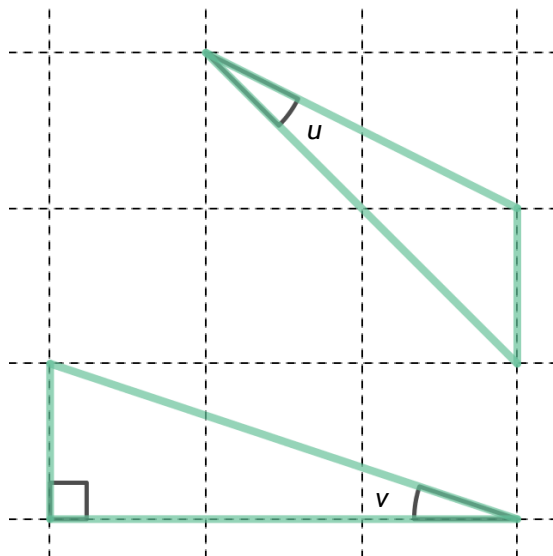


Et konditori selger poser med en blanding av hjemmelaget marsipan og sjokolade.  
Hver pose veier 1 kg.

Det koster 140 kroner å lage 1 kg marsipan og 100 kroner å lage 1 kg sjokolade.  
Butikken selger hver pose for 166 kroner. Da har de 50 kroner i fortjeneste.

Hvor mye marsipan og hvor mye sjokolade er det i hver pose?

## Oppgave 12 (4 poeng)



De to trekantene ovenfor er tegnet i et rutenett. Hver rute er et kvadrat.

Vis at  $\cos u = \cos v$ .

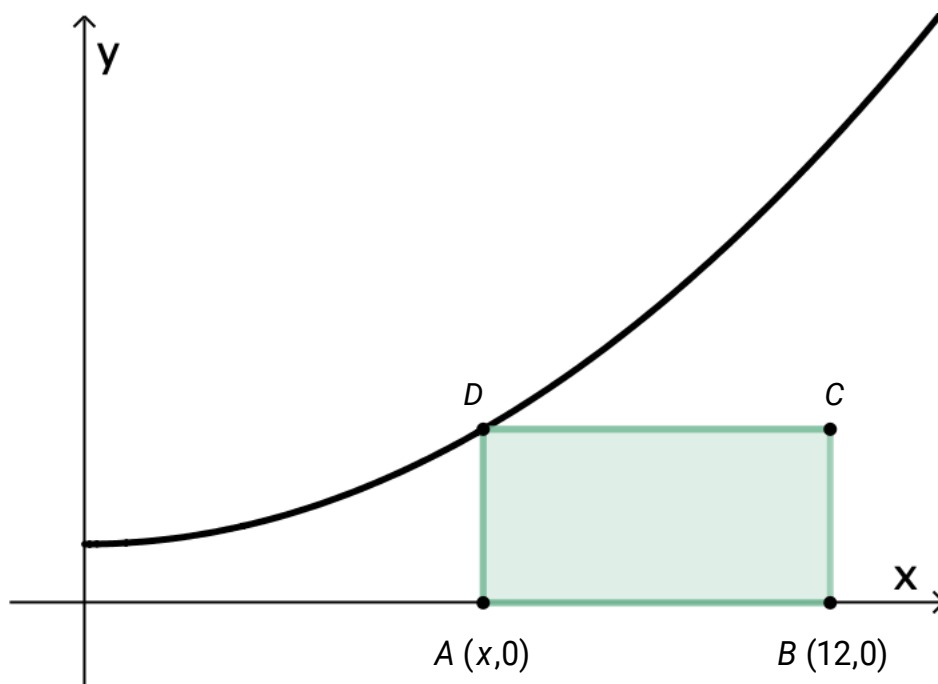
## Oppgave 13 (3 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

Vis at den momentane vekstfarten til  $f$  i punktet  $(3, f(3))$  er lik den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet  $[-3, 0]$ .

### Oppgave 14 (4 poeng)



En funksjon  $f$  er gitt ved

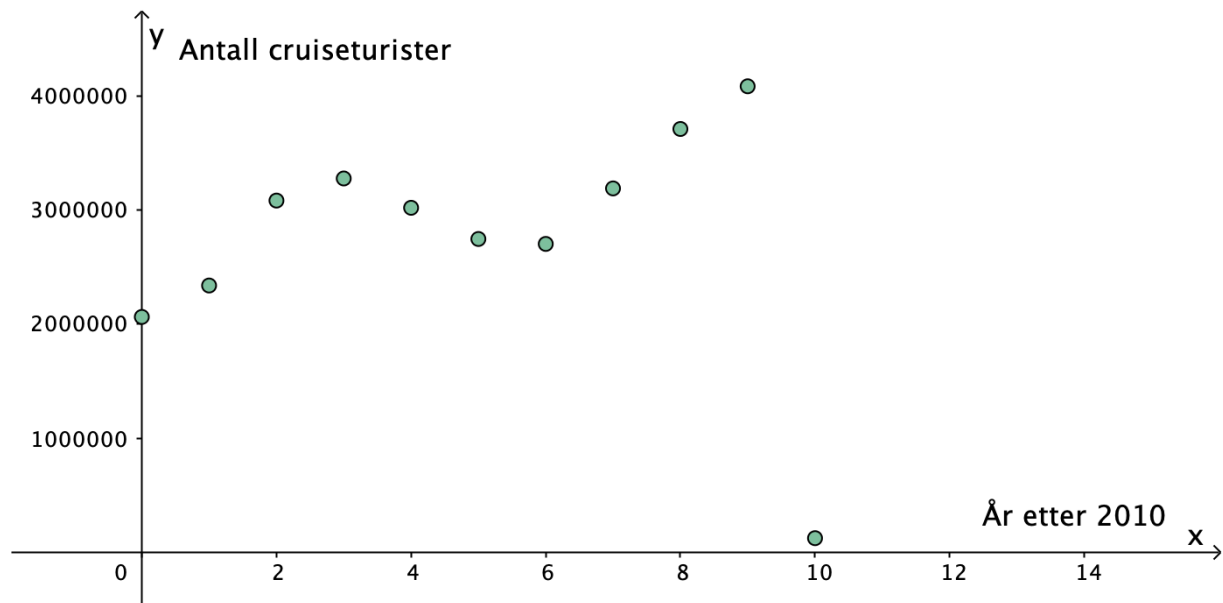
$$f(x) = x^2 + 21$$

Bestem det største arealet rektangelet  $ABCD$  kan ha når  $x \in \langle 0, 12 \rangle$  og punktet  $D$  ligger på grafen til  $f$ .

## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (6 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor ser du hvor mange tusen cruiseturister som var innom norske havner i perioden fra 2010 til 2020.

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = -2,98x^5 + 64,7x^4 - 470x^3 + 1250x^2 - 600x + 2123, \quad x \in [0, 10]$$

er en modell som tilnærmet viser hvor mange tusen cruiseturister  $f(x)$  som var innom norske havner  $x$  år etter 2010.

- Tegn grafen til  $f$ .
- Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet  $[0, 9]$ .  
Gi en praktisk tolkning av dette svaret.
- Bestem den momentane vekstfarten til  $f$  når  $x = 4$ , og når  $x = 8$ .  
Gi en praktisk tolkning av disse svarene.

## Oppgave 2 (3 poeng)

Vis at det finnes to trekanten som ikke er formlike, og som tilfredsstiller de tre kravene nedenfor.

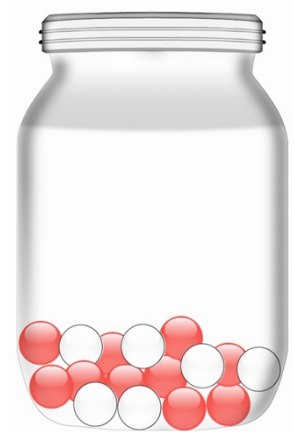
- En side i trekanten har lengde 4
- En side i trekanten har lengde 8
- Arealet av trekanten er  $8\sqrt{3}$

## Oppgave 3 (3 poeng)

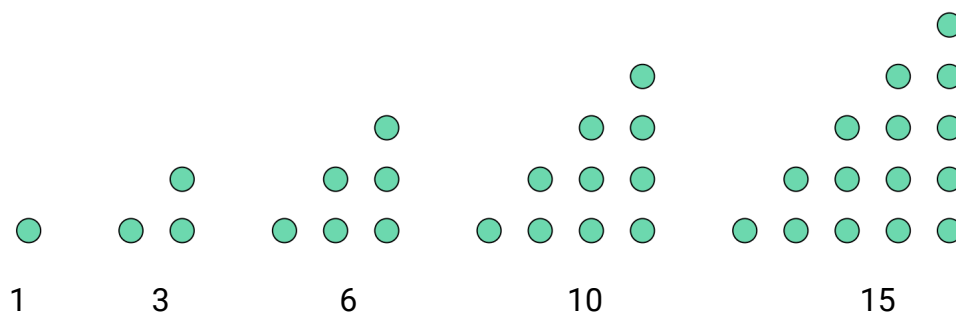
Scott har 6 hvite og 10 røde drops i en krukke.

Han trekker tilfeldig to drops.

Vis at det er like stor sannsynlighet for at han trekker to drops av samme farge, som at han trekker to drops med ulik farge.



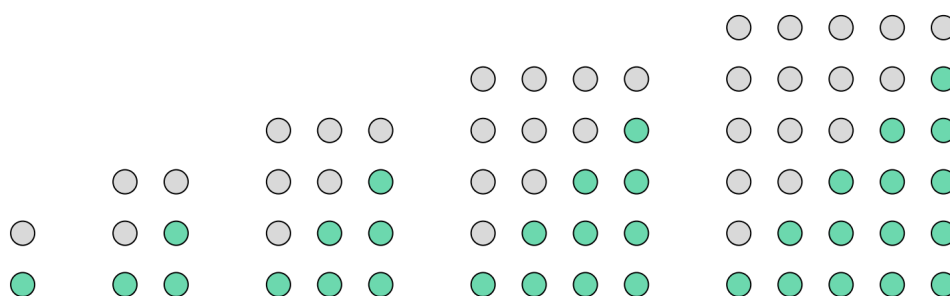
## Oppgave 4 (6 poeng)



De fem første trekantstallene er  $T_1=1$ ,  $T_2=3$ ,  $T_3=6$ ,  $T_4=10$  og  $T_5=15$ .  
Se figuren ovenfor.

a) Bruk figuren nedenfor til å forklare at trekantstall nummer  $n$  er gitt ved formelen

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$



b) Ta utgangspunkt i formelen for  $T_n$  og vis at trekantstall nummer  $n+1$  er gitt ved formelen

$$T_{n+1} = \frac{n^2 + 3n + 2}{2}$$

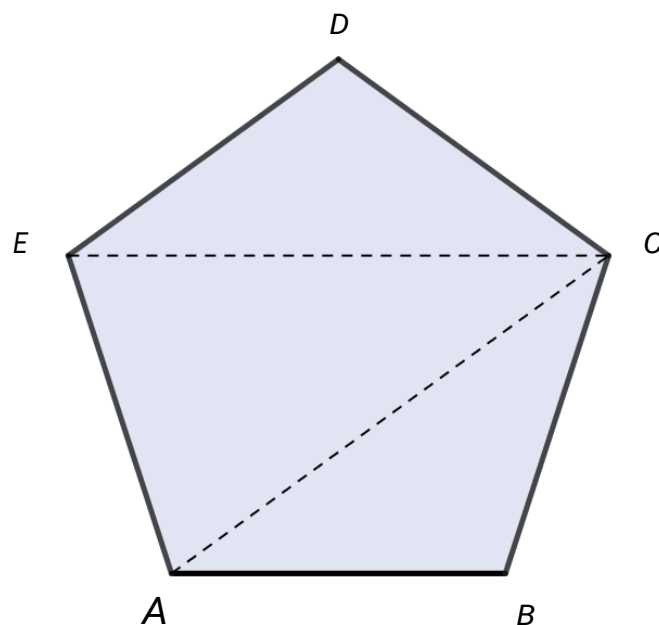
c) Bruk CAS til å vise at dersom Scott har  $\frac{n^2 + n}{2}$  hvite drops

og  $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$  røde drops i en krukke, er det like stor sannsynlighet for at han trekker to drops av samme farge, som at han trekker to drops med ulik farge.



## Oppgave 5 (6 poeng)

Gitt en femkant  $ABCDE$ . Sidene i femkanten har lengde  $s$ , og vinklene er  $108^\circ$ . Se figuren nedenfor.



a) Bruk CAS og cosinussetningen til å vise at  $AC = \frac{1}{2}s \cdot (\sqrt{5} + 1)$

b) Bruk CAS og sinussetningen til å vise at  $AC = \frac{1}{2}s \cdot (\sqrt{5} + 1)$

c) Bruk CAS til å bestemme en eksakt verdi for arealet av femkanten uttrykt ved  $s$ .

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**