Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2021

REA3024 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: Skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på Utdanningsdirektoratets nettsider.

Del 1

Oppgåve 1 (4 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x) = \cos(2x+1)$

b) $g(x) = \cos(2x) \cdot \sin x$

Oppgåve 2 (6 poeng)

Bestem integrala

a) $\int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{3x} \right) \mathrm{d}x$

b) $\int x \cdot \ln x \, \mathrm{d}x$

c) $\int_0^{\pi/2} (\sin x + 1)^2 \cdot \cos x \, \mathrm{d}x$

Oppgåve 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - x$$

Eit flatestykke F er avgrensa av grafen til f og x-aksen.

a) Bestem arealet av flatestykket F.

Vi dreier flatestykket 360° om x-aksen og får ein omdreiingslekam med volum V.

b) Bestem V.

Oppgåve 4 (4 poeng)

Løys likningane

a) $2\sin(2x-\pi)=\sqrt{3} \quad , \; x\in[0,2\pi]$

b) $2\cos^2 x+\cos x-1=0 \quad , \; x\in[0,2\pi]$

Oppgåve 5 (2 poeng)

Ei aritmetisk rekkje $a_1+a_2+\cdots+a_n$ har sum $s_n=3n^2+4n$ for $n\in\mathbb{N}$.

Bruk dette til å bestemme a_3.

Oppgåve 6 (2 poeng)

Ei uendeleg geometrisk rekkje $b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots$ konvergerer mot 6.
Summen av dei tre første ledda er $\dfrac{38}{9}$.

Bruk dette til å bestemme b_4.

Oppgåve 7 (4 poeng)

Gitt differensiallikninga

$$y'=2x\cdot y^2$$

a) Bestem den generelle løysinga av differensiallikninga.

Ei av integralkurvene går gjennom punktet $(2,1)$.

b) Bestem likninga for tangenten til løysingskurva i dette punktet.

Oppgåve 8 (4 poeng)

Gitt differensiallikninga

$$y'' + b \cdot y' + c \cdot y = 0$$

Her er b og c to reelle tall.

a) Bestem b og c når du får vite at den generelle løysinga til differensiallikninga er

$$y(x) = e^{-x}\left(A\cos(2x) + B\sin(2x)\right)$$

b) Bestem A og B når du får vite at $y(0) = 2$ og $y'(0) = 6$.

Oppgåve 9 (6 poeng)

Eit plan α inneheld punkta $A(1, 1, 3)$, $B(1, 2, 1)$ og $C(-1, 3, 2)$.

a) Bestem ei likning for planet α.

b) Bestem skjeringspunkta mellom planet α og kvar av dei tre koordinataksane.

c) Avgjer kva for ein av dei tre koordinataksane som dannar minst vinkel med planet α.

Del 2

Oppgåve 1 (6 poeng)

For fem år sidan oppretta Rannveig ein spareavtale. Ho sette kvar månad inn 1000 kroner på ein konto med ein fast månadleg rentefot på 0,25 prosent.

a) Kor mykje pengar hadde Rannveig på kontoen like etter at ho sette inn beløp nummer 40?

b) Kor lang tid gjekk det frå Rannveig sette inn første innskot, til det var meir enn 50 000 kroner på kontoen?

For fem år sidan begynte òg Ivar å spare. Han sette kvar månad inn 1000 kroner i eit aksjefond. Like etter at han hadde sett inn innskot nummer 40, var verdien av hans del i aksjefondet 47 900 kroner.

c) Kva måtte den månadlige rentefoten ha vore om han skulle ha fått tilsvarande sum på ein sparekonto med fast rente?

Oppgåve 2 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \cos(2x) - 2\cos x + 2$$

a) Teikn grafen i eit koordinatsystem. Bestem perioden til f.

Vi kan skrive $f(x)$ på forma $f(x) = a\cos^2 x + b\cos x + c$.

b) Bestem a, b og c.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Eit plan α er gitt ved likninga

$$\alpha: \quad x + y + t \cdot z = 4 \quad , t \neq 0$$

La A være skjeringspunktet mellom α og x-aksen, B skjeringspunktet mellom α og y-aksen og C skjeringspunktet mellom α og z-aksen.

a) Bestem koordinata til A, B og C uttrykt ved t.

Ein pyramide er avgrensa av planet α, xy-planet, xz-planet og yz-planet.

b) Bestem t slik at volumet av pyramiden blir 10.

Ei kuleflate K har sentrum i $S(-1, 2\ , 1)$ og radius $r = 2$.

c) Bruk CAS til å bestemme t slik at planet α tangerer kuleflata K.

Oppgåve 4 (8 poeng)

Sverre har ein gammal bil. Når han køyrer med jamn fart, bruker motoren $0{,}70$ liter bensin per mil. Bilen har dessverre ein liten lekkasje i bensintanken. Dette gjer at når han køyrer med jamn fart, vil talet på liter bensin som lek ut av tanken per mil, vere proporsjonal med talet på liter bensin på tanken. Proporsjonalitetskonstanten er $0{,}01$.

Sverre skal på langtur og fyller opp tanken. Den rommar 60 liter. La $V(x)$ vere talet på liter bensin han har igjen på tanken etter at han har køyrt x mil med jamn fart.

a) Grunngi at differensiallikninga

$$V' = -0{,}70 - 0{,}01 \cdot V \quad , \quad V(0) = 60$$

kan brukast til å bestemme eit uttrykk for $V(x)$.

b) Løys differensiallikninga.

c) Kor mykje bensin er det på tanken etter at han har køyrt 40 mil?

d) Kor langt kan han maksimalt køyre før tanken er tom? Kor mykje bensin har då forsvunne på grunn av lekkasjen?

Neste gang Sverre skal på langtur, tenkjer han at det kan være lurt å fylle tanken opp til berre 30 liter og så på nytt fylle opp til 30 liter etter 20 mil.

e) Kor mykje bensin vil han bruke dersom han køyrer 40 mil?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = \cos(2x+1)$

b) $g(x) = \cos(2x) \cdot \sin x$

Oppgave 2 (6 poeng)

Bestem integralene

a) $\displaystyle\int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{3x} \right) \mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int x \cdot \ln x \, \mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} (\sin x + 1)^2 \cdot \cos x \, \mathrm{d}x$

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - x$$

Et flatestykke F er avgrenset av grafen til f og x-aksen.

a) Bestem arealet av flatestykket F.

Vi dreier flatestykket 360° om x-aksen og får et omdreiningslegeme med volum V.

b) Bestem V.

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs likningene

a) $2\sin(2x-\pi)=\sqrt{3} \quad , \; x\in[0,2\pi]$

b) $2\cos^2 x+\cos x-1=0 \quad , \; x\in[0,2\pi]$

Oppgave 5 (2 poeng)

En aritmetisk rekke $a_1+a_2+\cdots+a_n$ har sum $s_n=3n^2+4n$ for $n\in\mathbb{N}$.

Bruk dette til å bestemme a_3.

Oppgave 6 (2 poeng)

En uendelig geometrisk rekke $b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots$ konvergerer mot 6.

Summen av de tre første leddene er $\dfrac{38}{9}$.

Bruk dette til å bestemme b_4.

Oppgave 7 (4 poeng)

Gitt differensiallikningen

$$y'=2x\cdot y^2$$

a) Bestem den generelle løsningen av differensiallikningen.

En av integralkurvene går gjennom punktet $(2,1)$.

b) Bestem likningen for tangenten til løsningskurven i dette punktet.

Oppgave 8 (4 poeng)

Gitt differensiallikningen

$$y'' + b \cdot y' + c \cdot y = 0$$

Her er b og c to reelle tall.

a) Bestem b og c når du får vite at den generelle løsningen til differensiallikningen er

$$y(x) = e^{-x}\left(A\cos(2x) + B\sin(2x)\right)$$

b) Bestem A og B når du får vite at $y(0) = 2$ og $y'(0) = 6$.

Oppgave 9 (6 poeng)

Et plan α inneholder punktene $A(1,1,3)$, $B(1,2,1)$ og $C(-1,3,2)$.

a) Bestem en likning for planet α.

b) Bestem skjæringspunktene mellom planet α og hver av de tre koordinataksene.

c) Avgjør hvilken av de tre koordinataksene som danner minst vinkel med planet α.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

For fem år siden opprettet Rannveig en spareavtale. Hun satte hver måned inn 1000 kroner på en konto med en fast månedlig rentefot på 0,25 prosent.

a) Hvor mye penger var det på kontoen like etter at innskudd nummer 40 ble satt inn?

b) Hvor lang tid gikk det fra Rannveig satte inn første innskudd, til det var mer enn 50 000 kroner på kontoen?

For fem år siden begynte også Ivar å spare. Han satte hver måned inn 1000 kroner i et aksjefond. Like etter at han hadde satt inn innskudd nummer 40, var verdien av hans andel i aksjefondet 47 900 kroner.

c) Hva måtte den månedlige rentefoten ha vært om han skulle ha fått tilsvarende sum på en sparekonto med fast rente?

Oppgave 2 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\cos(2x)-2\cos x+2$$

a) Tegn grafen i et koordinatsystem. Bestem perioden til f.

Vi kan skrive $f(x)$ på formen $f(x)=a\cos^2 x+b\cos x+c$.

b) Bestem a, b og c.

Oppgave 3 (6 poeng)

Et plan α er gitt ved likningen

$$\alpha: \quad x + y + t \cdot z = 4 \quad , \; t \neq 0$$

La A være skjæringspunktet mellom α og x-aksen, B skjæringspunktet mellom α og y-aksen og C skjæringspunktet mellom α og z-aksen.

a) Bestem koordinatene til A, B og C uttrykt ved t.

En pyramide er avgrenset av planet α, xy-planet, xz-planet og yz-planet.

b) Bestem t slik at volumet av pyramiden blir 10.

En kuleflate K har sentrum i $S(-1, 2\,, 1)$ og radius $r = 2$.

c) Bruk CAS til å bestemme t slik at planet α tangerer kuleflaten K.

Oppgave 4 (8 poeng)

Sverre har en gammel bil. Når han kjører med jevn fart, bruker motoren 0,70 liter bensin per mil. Bilen har dessverre en liten lekkasje i bensintanken. Dette gjør at når han kjører med jevn fart, vil antall liter bensin som lekker ut av tanken per mil, være proporsjonal med antall liter bensin på tanken. Proporsjonalitetskonstanten er 0,01.

Sverre skal på langtur og fyller opp tanken. Den rommer 60 liter. La $V(x)$ være antall liter bensin han har igjen på tanken etter at han har kjørt x mil med jevn fart.

a) Begrunn at differensiallikningen

$$V' = -0{,}70 - 0{,}01 \cdot V \quad , \quad V(0) = 60$$

kan brukes til å bestemme et uttrykk for $V(x)$.

b) Løs differensiallikningen.

c) Hvor mye bensin er det på tanken etter at han har kjørt 40 mil?

d) Hvor langt kan han maksimalt kjøre før tanken er tom? Hvor mye bensin har da forsvunnet på grunn av lekkasjen?

Neste gang Sverre skal på langtur, tenker han at det kan være lurt å fylle tanken opp til bare 30 liter og så på nytt fylle opp til 30 liter etter 20 mil.

e) Hvor mye bensin vil han bruke dersom han kjører 40 mil?

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!