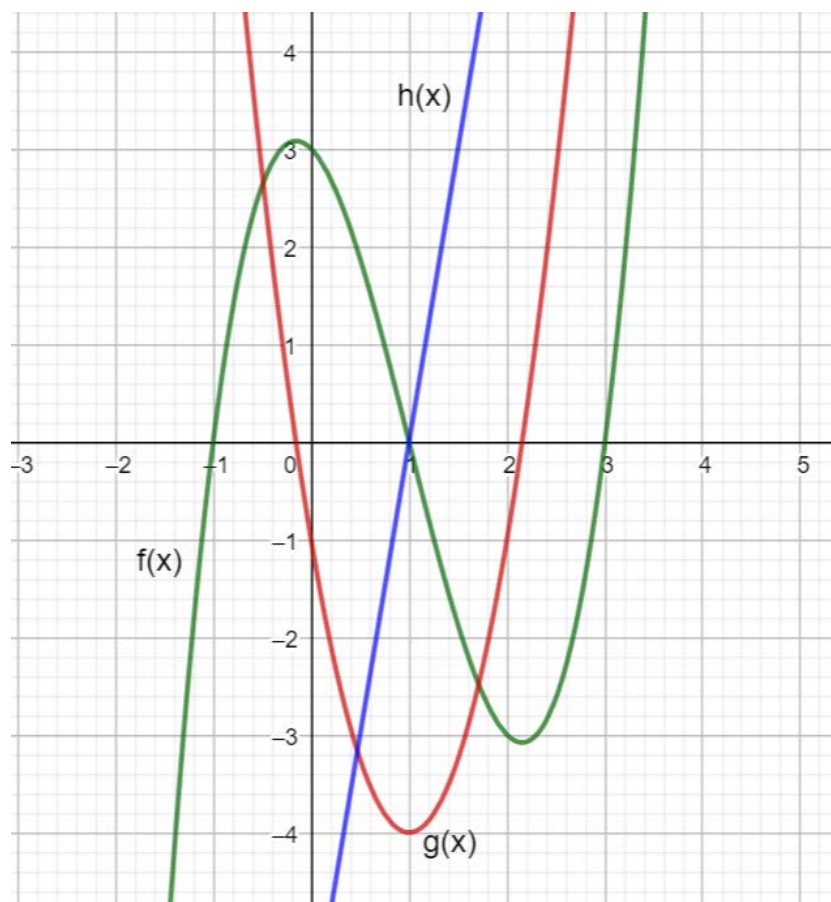


Øvingsoppgaver til eksamen i matte 2021

Oppgave 1



a)

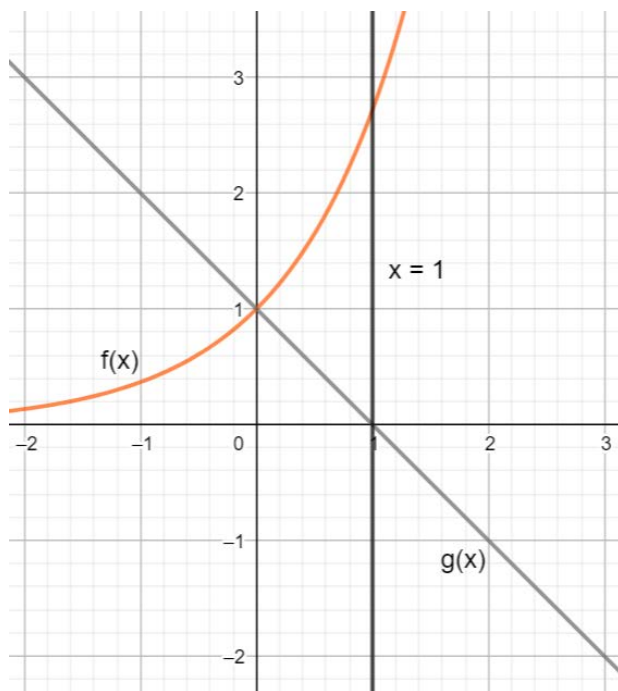
Hvilke av disse funksjonene er den opprinnelige funksjonen, den deriverte av den opprinnelige funksjonen og den dobbeltderiverte av den opprinnelige funksjonen.

Begrunn svarene.

b)

Tegn fortegnslinje for $f(x)$, $g(x)$ og $h(x)$.

Oppgave 2



a)

Finn funksjonsuttrykket for den rette linja $g(x)$.

Funksjonen $f(x)$ i figuren over har funksjonsuttrykket $f(x) = e^x$

b)

Finn arealet av flatestykket avgrenset av $f(x)$, $g(x)$ og linja $x = 1$.

c)

Flatestykket i b) roterer 360° om x – akse. Finn volumet av omdreiningslegemet som da fremkommer.

Oppgave 3

Gitt en uendelig geometrisk rekke: $2x + (1 - 2x) + \frac{(1-2x)^2}{2x} + \frac{(1-2x)^3}{4x^2} + \dots$

a)

Finn koeffisienten k for rekka.

b)

Finn rekkas konvergensintervall.

c)

Finn rekkas sum som funksjon av x.

d)

For hvilke x-verdier er rekkas sum lik 1.

Oppgave 4

Punktene $A(1, 1, 0)$, $B(0, 3, 1)$ og $C(0, 0, 2)$ er gitt.

a) Finn \overrightarrow{AB} og $3\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

b) Punktene A, B og C danner hjørnene i en trekant ABC. Finn lengden av alle sidene og alle vinklene i denne trekanten.

c) Finn arealet av trekanten ABC

d) Finn en parameterframstilling for planet gjennom punktene A, B og C.

e) Gitt et punkt D som ligger på z-aksen. Finn koordinatene til dette punktet slik at \overrightarrow{AB} står vinkelrett på \overrightarrow{BD} .

f) Punktene A,B,C og origo danner en trekantpyramide. Finn volumet av denne pyramiden.

g) Finn en likning for planet α gjennom punktene O (origo), A og B.

Oppgave 5

Volumet av en kasse med lokk er 6.0 m^3 . Grunnflaten er et rektangel med sider $x \text{ m}$ og 1.5 m .

a) Vis at høyden av kassa er $\frac{4}{x} \text{ m}$.

b) Vis at overflaten $F(x) \text{ m}^2$ til kassen er gitt ved: $F(x) = 3x + 8 + \frac{12}{x} \quad x > 0$.

c) Bestem verdien av x som gjør at $F(x)$ blir minst mulig.

d) Hvor stor blir overflaten da?

Oppgave 6.

Løs integralene og skriv svarene så enkle som mulig.

a) $\int (3 - x^2) dx =$

b) $\int x \cdot \ln x \, dx$

c) $\int (2x + 2)\sqrt{x^2 + 2x} \, dx =$

d) $\int_{-2}^{-1} \frac{4x - 4}{x^2 - 2x} \, dx$

e) $\int \frac{x - 2}{x^2 + x - 2} \, dx =$

Oppgave 7

Når funksjonen $f(x) = \frac{2}{x-1}$ hvor $x \in [-1, 0]$ roterer 360° om x-aksen, kommer det fram et omdreinslegeme. Finn volumet av dette legemet.

Oppgave 8

Finn den partikulære løsningen av differensiallikningen.

$$y' = 4x \cdot y \qquad y = 2 \text{ når } x = 0$$

Oppgave 9

Gitt funksjonen $f(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \quad x \in [0, 2\pi]$ **Alle svarene skal være eksakte**

- a) Finn funksjonens amplitude, likevektslinje og periode.
- b) Finn funksjonens skjæringspunkter med koordinataksene.
- c) Finn funksjonens topp eller bunnpunkter.