Løsningsforslag eksamen 2P våren 2021

Del 1

Oppgave 1

Sorterer tallene i stigende rekkefølge:

0 0 0 0 4 13 15 17 20 26

Median: $\dfrac{4+13}{2}=\dfrac{17}{2}=8,5$

Gjennomsnitt: $\dfrac{0+0+0+0+4+13+15+17+20+26}{10}=\dfrac{95}{10}=9,5$

Typetall: Tallet 0 forekommer flest ganger i

Variasjonsbredde: $26-0=26$

<u>Medianen er 8,5, gjennomsnittet er 9,5, typetallet er 0 og variasjonsbredden er 26.</u>

Oppgave 2

$$\begin{aligned} 250 \text{ millioner} &= 250000000 \\ 0,25\cdot 10^{10} &= 2500000000 \\ 2500\cdot 10^{7} &= 25000000000 \\ 0,250\cdot 10^{-5} &= 0,00000250 \\ 0,025\cdot 10^{-2} &= 0,00025 \\ 0,0025\% &= 0,000025 \end{aligned}$$

Sortert i stigende rekkefølge får vi da:

$$\underline{\underline{0,250\cdot 10^{-5} \quad 0,0025\% \quad 0,025\cdot 10^{-2} \quad 250 \text{ millioner} \quad 0,25\cdot 10^{10} \quad 2500\cdot 10^{7}}}$$

Oppgave 3

$$\begin{aligned} x\cdot 0,9\cdot 0,8 &= 720 \\ 0,72x &= 720 \\ x &= \frac{720}{0,72} \\ x &= 1000 \end{aligned}$$

<u>Varen kostet 1000 kroner før prisen ble satt ned første gang.</u>

Oppgave 4

a) Dersom x elever deltar, må hver elev betale $f(x)$ kroner, der funksjonen f er gitt ved $\underline{\underline{f(x)=\frac{3000}{x}+100}}$

b) Dersom prisen skal bli under 130 kroner per elev, må det komme nok elever til at leieutgiftene blir mindre enn 30 kroner per elev.
Vi ser at leieutgiftene vil bli 30 kroner per elev dersom det kommer 100 elever.

$$\left(\frac{3000}{100}=30\right)$$

Det må altså komme mer enn 100 elever for at prisen skal bli under 130 kroner per elev. Astrid må nok dempe forhåpningene sine angående pris, da det neppe er så mange elever i klassen.

Oppgave 5

a)

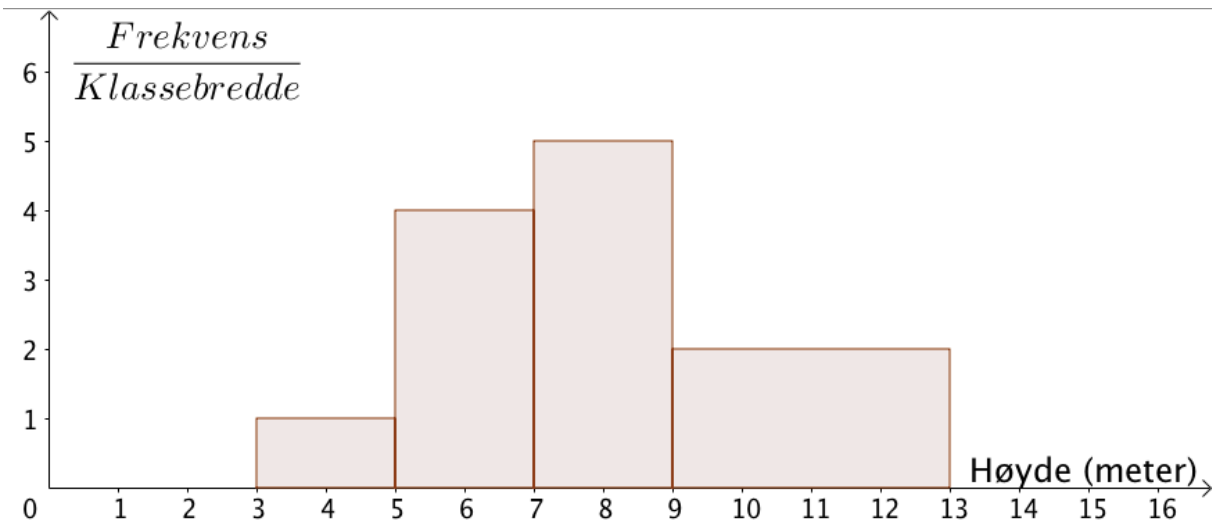
$$\frac{4\cdot 2+6\cdot 8+8\cdot 10+11\cdot 8}{2+8+10+8}=\frac{8+48+80+88}{28}=\frac{224}{28}=\frac{112}{14}=\frac{56}{7}=8$$

<u>Gjennomsnittshøyden på husene i området der Lise bor er 8 meter.</u>

b) Regner ut histogramhøydene, som er gitt ved $\frac{\text{Frekvens}}{\text{Klassebredde}}$

$\frac{2}{2}=1 \quad \frac{8}{2}=4 \quad \frac{10}{2}=5 \quad \frac{8}{4}=2$

Tegner histogrammet:



Oppgave 6

a) Eksponentiell vekst handler om at en størrelse endrer seg med en fast prosent over tid.

Eksponentiell vekst kan beskrives ved uttrykket $a \cdot b^x$, der *a* er verdien i dag, mens *b* er vekstfaktoren for den prosentvise endringen som skjer over *x* tidsenheter. Dersom $b > 1$, er det snakk om en *økning*, mens vi har $0 < b < 1$ når det er snakk om *nedgang*.

Eksempel:
Du eier en bil som er verdt 350 000 kroner i dag, men regner med at verdien vil avta med 15 % per år fremover.

Bilens verdi $V(x)$ kroner om *x* år, er da gitt ved $V(x) = 350000 \cdot 0{,}85^x$.

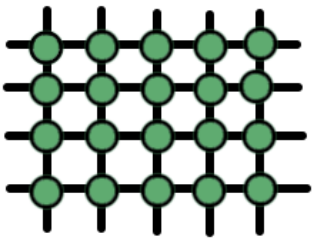
b) Du ønsker å finne ut hvor mye bilen din vil være verdt om 5 år, gitt at verditapet er som antatt.

Da må du regne ut følgende regnestykke $350000 \cdot 0{,}85^5$
Dette regnes ut på kalkulator.

Siden oppgaveteksten bare sier man skal lage et regnestykke og beskrive hvordan man ville løst det, er dette en besvarelse god nok etter min oppfatning. Dersom det er meningen å lage et regnestykke man skal løse uten hjelpemidler (siden vi er på del 1), ville jeg i utgangspunktet presentert et annet eksempel, der tallene var "enklere". (Men da kunne jo oppgaveteksten like godt vært "løs regnestykket", og ikke at man bare skal beskrive fremgangsmåte).

Oppgave 7

a)



Figur 5

b) Antall loddrette pinner i figurene er likt som figurnummeret, mens antallet vannrette pinner figurene én lavere en figurnummeret.
Figur 10 har derfor $10 + 9 = 19$ pinner.
Kulene danner rektangler der grunnlinjen tilsvarer figurnummeret, mens høyden er én lavere enn figurnummeret. Figur 10 har derfor $10 \cdot 9 = 90$ kuler.

<u>Det er 19 pinner og 90 kuler i figur 10</u>

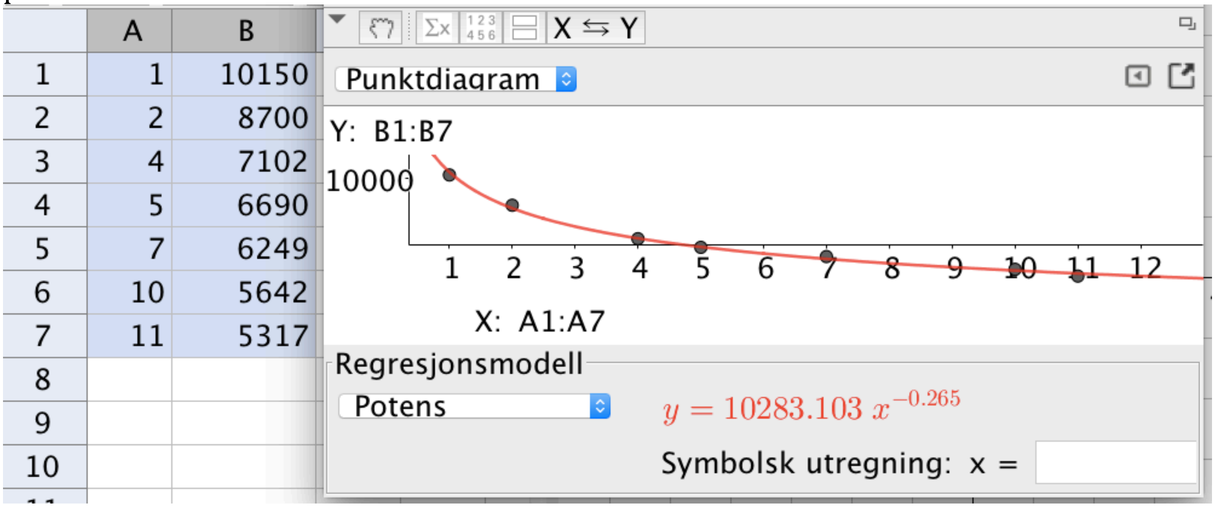
c) Lar $P(n)$ være et uttrykk for antall pinner i figur *n* og lar $K(n)$ være et uttrykk for antall kuler i figur *n*.

$$P(n) = n + (n-1) = \underline{\underline{2n-1}} \text{ og } K(n) = n\left(n-1\right) = \underline{\underline{n^2 - n}}$$

Del 2

Oppgave 1

a) Legger inn verdier i regnearket i GeoGebra, velger regresjonsanalyse og potensmodell.



Vi ser at vi kommer frem til samme modell som Olav (så lenge vi runder av tallet foran *x* til heltall).

b) 2011 er 3 år etter 2008.

$$S(3) = 10283 \cdot 3^{-0,265} = 7685,69 \approx 7686$$

<u>I 2011 var sildebestanden på 7686 tusen tonn, altså nesten 7,7 millioner tonn.</u>

c) $5317 \cdot 0,87 = 4625,79 \approx 4626$, så i følge Havforskningsinstitutet vil sildebestanden være på 4626 tusen tonn i 2020.

Sammenligner med resultatet Olav sin modell gir:

$$S(12) = 10283 \cdot 12^{-0,265} = 5322,76 \approx 5323$$

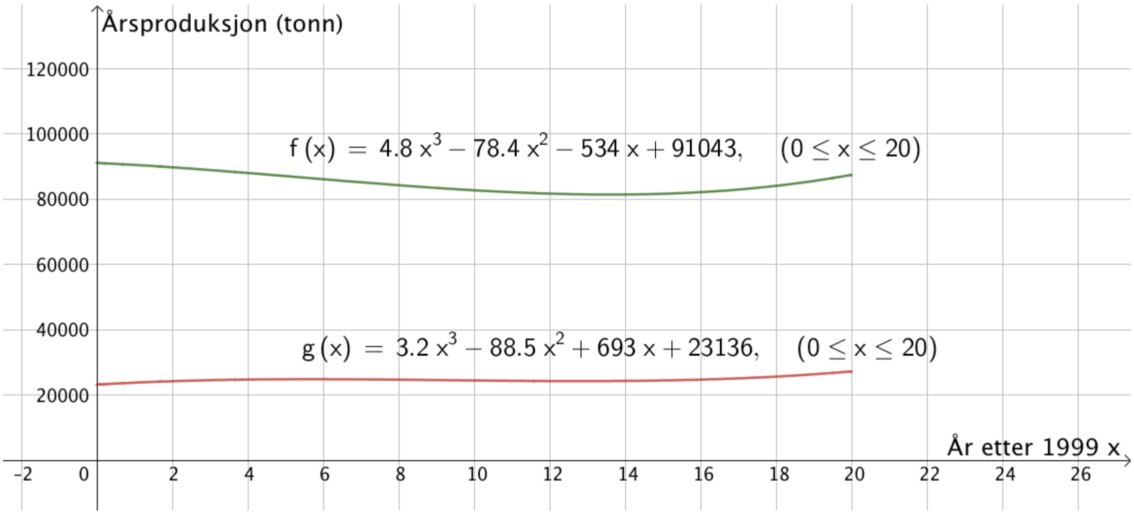
Vi ser at Olav sin modell gir en sildebestand i 2020 som er større enn den faktiske bestanden i 2019, så ***modellen passer dårlig med Havforskningsinstituttets prognose.***

$\dfrac{S(12)}{S(11)} = \dfrac{10283 \cdot 12^{-0,265}}{10283 \cdot 11^{-0,265}} \approx 0,977$, så Olav sin modell legger opp til en nedgang på 2,3 % fra 2019 til 2020, noe som kan tyde på at nedgangen avtar for tidlig i Olav sin modell, sammenlignet både med de faktiske dataene i tabellen, og Havforskningsinstituttets prognose.

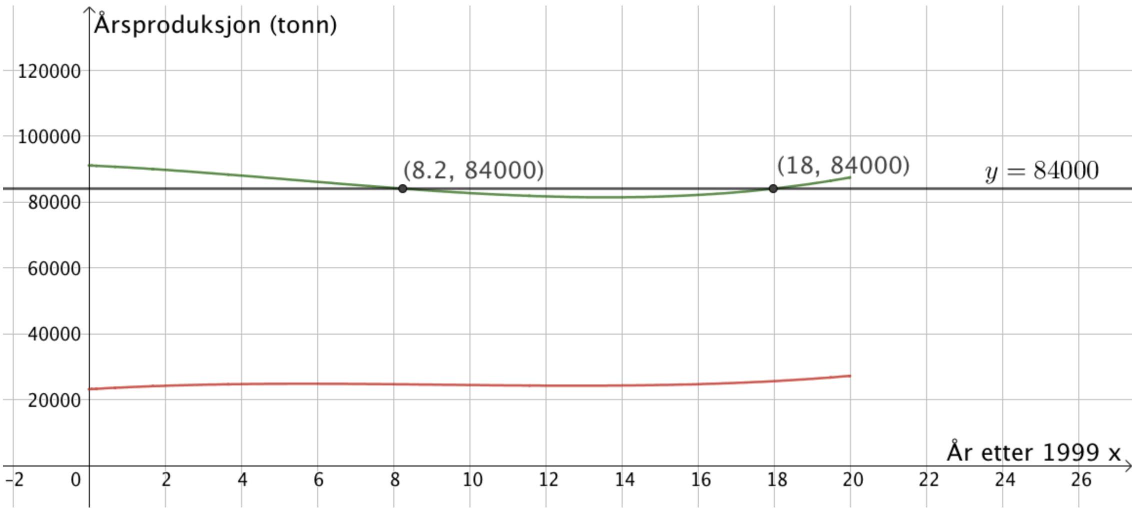
Oppgave 2

NB! I oppgavesettet er denne oppgaven feilmerket med deloppgaver fra b) til e) istedenfor a) til d).

a)



b) Tegner linja $y = 84000$ og finner skjæringspunktene mellom denne og grafen til *f* ved hjelp av *"skjæring mellom to objekt":*

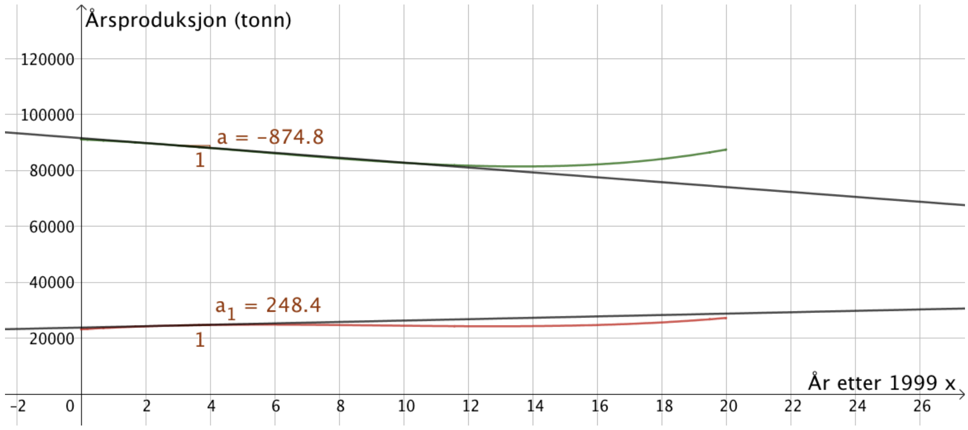


<u>Årsproduksjonen av storfekjøtt var lavere enn 84000 tonn fra litt ut i 2007 og frem til 2017.</u>

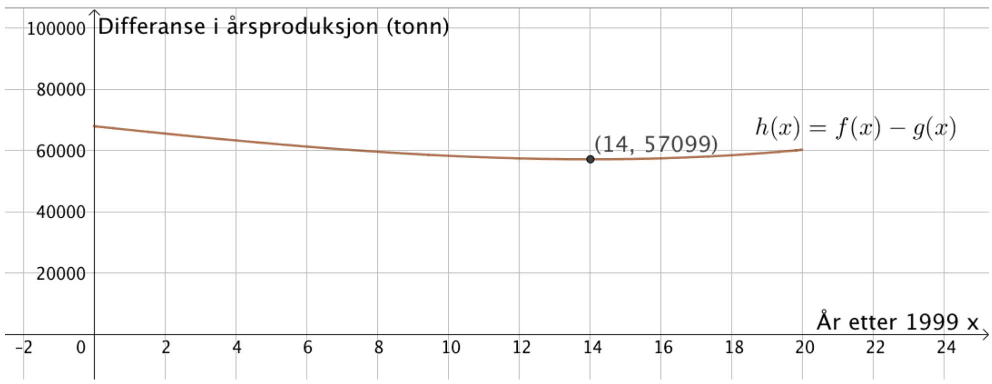
c) Bruker kommandoen *" Tangent(<x-verdi>, <Funksjon>)"* og tegner tangenter på grafene for $x = 3$.
Bestemmer stigningstallet til tangentene ved hjelp av *"stigning".*
(se bilde øverst på neste side)

<u>Den momentane vekstfarten til *f* er -874 tonn per år når *x*=3 og den momentane vekstfarten til *g* er 248,4 tonn per år når *x*=3.</u>

Svarene forteller at årsproduksjonen av storfekjøtt avtok med 874,8 tonn per år i 2002, mens årsproduksjonen av sauekjøtt økte med 248,4 tonn per år i 2002.



d) Skriver $h(x) = f(x) - g(x)$ i inntastingsfeltet og får opp grafen til h. Finner bunnpunktet ved hjelp av *"ekstremalpunkt"*.



Grafen til h har bunnpunkt i (14, 57099).

Koordinatene til bunnpunktet forteller at differansen mellom årsproduksjon av storfekjøtt og sauekjøtt var minst i 2013. Da var differansen på 57099 tonn.

Oppgave 3

a) Legger inn alle innbyggertallene i regnearket i GeoGebra, velger analyse av variabel og "vis statistikk".

	A
1	11968000
2	8919000
3	8894000
4	8550000
5	7862000
6	6477000
7	5507000
8	3972000
9	3290000
10	3054000
11	2921000
12	2914000
13	2826000
14	2721000

Statistikk	
n	14
Gjennomsnitt	5705357.1429
σ	2948402.6573
s	3059702.037
Σx	79875000
Σx^2	577418497000000
Min	2721000
Q1	2921000
Median	4739500
Q3	8550000
Maks	11968000

Regner ut variasjonsbredden: $11968000 - 2721000 = 9247000$

Gjennomsnittet er 5 705 357 innbyggere, medianen er 4 739 500, variasjonsbredden er 9 247 000 og standardavviket er 2 948 403.

b) Både gjennomsnitt og median er lavere for de europeiske byene, så de 14 største byene i Europa har færre innbyggere til sammen enn de 14 største i Sør- og Nord-Amerika. Samtidig ser vi at standardavviket og variasjonsbredden er større for de europeiske byene, sammenlignet med byene i Sør- og Nord-Amerika, noe som indikerer at det er større variasjon i innbyggertallene til de europeiske byene. Variasjonsbredden forteller at den største byen i Europa har flere innbyggere enn den største byen i Sør- og Nord-Amerika.

c) Gjennomsnittet for de 14 største byene i Europa, inkludert Istanbul, er 4 808 000. Det betyr at det totale antallet innbyggere i de 14 byene er

$$4808000 \cdot 14 = 67312000$$

Trekker fra innbyggertallet i Istanbul, og deler på 13.

$$\frac{67312000 - 15519000}{13} = 3984076{,}923 \approx 3984077$$

<u>Gjennomsnittet for de 13 største byene i Europa, når vi ser bort fra Istanbul, er 3 984 077 innbyggere.</u>

Oppgave 4

a) $100\% - 13\% = 87\% = 0{,}87$, som er vekstfaktor ved 13 % nedgang.

$$180000 \cdot 0{,}87^{-10} = 724569{,}38$$

<u>Da Melinda kjøpte bilen, var den verdt omtrent 725 000 kroner.</u>

b)

$$150000 \cdot x^2 = 120000$$

$$x^2 = \frac{120000}{150000}$$

Er kun interessert i den positive løsningen.

$x = \sqrt{\dfrac{120000}{150000}} \approx 0{,}894$, som er vekstfaktor ved nedgang på 10,6 %.

<u>Verdien til bilen har sunket med omtrent 10,6 % per år.</u>

Oppgave 5

a)

	A	B		C		D	E	F
1	Siljes alder	Penger på konto før innskudd		Penger på konto etter innskudd				
2	22 år		0	kr	25 000,00		Årlig innskudd:	kr 25 000,00
3	23 år	kr	25 700,00	kr	50 700,00		Rentefot:	2,8 %
4	24 år	kr	52 119,60	kr	77 119,60			
5	25 år	kr	79 278,95	kr	104 278,95			
6	26 år	kr	107 198,76	kr	132 198,76			
7	27 år	kr	135 900,32	kr	160 900,32			
8	28 år	kr	165 405,53	kr	190 405,53			
9	29 år	kr	195 736,89	kr	220 736,89			
10	30 år	kr	226 917,52	kr	251 917,52			
11	31 år	kr	258 971,21	kr	283 971,21			
12	32 år	kr	291 922,41	kr	316 922,41			
13	33 år	kr	325 796,23	kr	350 796,23			
14								

Formler:

	A	B	C	D	E	F
1	Siljes alder	Penger på konto før innskudd	Penger på konto etter innskudd			
2	22 år	0	=B2+$F$2		Årlig innskudd:	25000
3	23 år	=C2*(1+$F$3)	=B3+$F$2		Rentefot:	0,028
4	24 år	=C3*(1+$F$3)	=B4+$F$2			
5	25 år	=C4*(1+$F$3)	=B5+$F$2			
6	26 år	=C5*(1+$F$3)	=B6+$F$2			
7	27 år	=C6*(1+$F$3)	=B7+$F$2			
8	28 år	=C7*(1+$F$3)	=B8+$F$2			
9	29 år	=C8*(1+$F$3)	=B9+$F$2			
10	30 år	=C9*(1+$F$3)	=B10+$F$2			
11	31 år	=C10*(1+$F$3)	=B11+$F$2			
12	32 år	=C11*(1+$F$3)	=B12+$F$2			
13	33 år	=C12*(1+$F$3)	=B13+$F$2			

b) $350796,23kr - 12 \cdot 25000kr = 350796,23kr - 300000kr = 50796,23kr$

<u>Silje får til sammen omtrent 50 800 kroner i renter i løpet av alle disse årene.</u>

Oppgave 6

Situasjon 1:

Situasjonen beskriver lineær vekst, og grafen som viser sammenhengen mellom lønnen til Petter og antall kilo jordbær han plukker, er ei rett linje med stigningstall 20 og konstantledd 100.

<u>Graf *A* passer best til situasjon 1.</u>

Situasjon 2:

Situasjonen beskriver eksponentiell vekst, men med ”påfyll” underveis. Det betyr at vi har en ”ny” startverdi hver gang Jens tar en tablett. Denne verdien reduseres over tid, frem til neste tablett inntas. Siden Jens vil ha litt virkestoff igjen i kroppen hver gang han tar en ny tablett, vil startverdiene til hver periode øke litt hver gang.

<u>Graf *B* passer best til situasjon 2.</u>

Situasjon 3:
Situasjonen beskriver lineær vekst. Sammenhengen mellomantall uker som har gått siden Stine lånte pengene og beløpet Stine til enhver tid skylder foreldrene, kan illustreres med ei rett linje der stigningstallet er -100 og konstantleddet tilsvarer den opprinnelige lånesummen.

Graf *D* passer best til situasjon 3.

Situasjon 4:
Situasjonen beskriver noe som vokser, i dette tilfellet antallet personer som har hørt ryktet. Etter en stund vil omtrent alle innbyggerne ha hørt ryktet, og antallet som har hørt ryktet vil slutte å vokse, men flate ut.

Graf *F* passer best til situasjon 4.

Oppgave 7

a) $100\% + 30\% = 130\% = 1{,}3$, som er vekstfaktor ved 30 % økning.

$2100 \cdot 1{,}3 = 2730$

Firmaet fikk 2730 henvendelser i september.

b)

$\frac{3200}{3600} = 0{,}889$, som er vekstfaktor ved nedgang på 11,1%.

Antall henvendelser minket med 11,1 % fra oktober til november.

c) For å kunne få en oversikt over antall henvendelser, måned for måned i perioden, må jeg finne vekstfaktoren til den faste prosentvise økningen per måned.

$$1000 \cdot x^5 = 2100$$

$$x^5 = \frac{2100}{1000}$$

$$x = \sqrt[5]{\frac{2100}{1000}} \approx 1{,}160$$

Det er altså en økning på 16,0% per måned.

Bruker regneark til å løse resten av oppgaven:

	A	B
1	***Måned***	***Antall henvendelser***
2	Mars	1000
3	April	1160
4	Mai	1346
5	Juni	1561
6	Juli	1811
7	August	2100
8	Sum	8977

Formler:

	A	B
1	***Måned***	***Antall henvendelser***
2	Mars	1000
3	April	=B2*1,16
4	Mai	=B3*1,16
5	Juni	=B4*1,16
6	Juli	=B5*1,16
7	August	=B6*1,16
8	Sum	=SUMMER(B2:B7)
9		

Firmaet hadde totalt 8977 henvendelser i perioden f.o.m. mars t.o.m. august