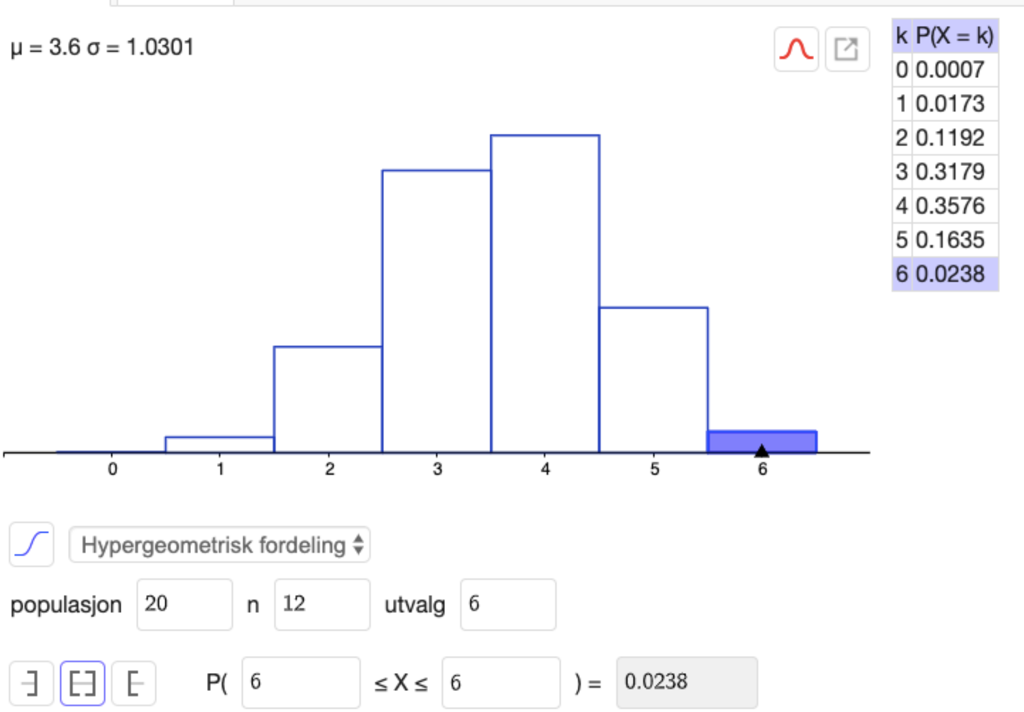
Matematikk eksamen V21

Oppgave 1

a) Bruker sannsynlighetskalkulator i Geogebra:



Kan også bruke CAS:

	Høyre	Venstre	KRF	Totalt
Antall	12	4	4	20
Trekker	6	0	0	6

$$\frac{\mathrm{nCr}(12,6)\,\mathrm{nCr}(4,0)\,\mathrm{nCr}(4,0)}{\mathrm{nCr}(20,6)} \approx 0.0238$$

Sannsynligheten for at alle de 6 som blir trukket ut, er fra Høyre, er 0,0238.

b) Bruker CAS:

	Statsminister	Ikke statsminister	Totalt
Antall	1	19	20
Trekker	1	5	6

2

$$\frac{nCr(1,1)\ nCr(19,5)}{nCr(20,6)}$$

$$\approx\ \mathbf{0.3}$$

Sannsynligheten for at statsministeren er blant dem som blir trukket ut er 0,3.

c) Bruker CAS:

	Høyre	Venstre	KRF	Totalt
Antall	12	4	4	20
Trekker	2	2	2	6

3

$$\frac{nCr(12,2)\ nCr(4,2)\ nCr(4,2)}{nCr(20,6)}$$

$$\approx\ \mathbf{0.0613}$$

Sannsynligheten for at 2 fra Høyre, 2 fra Venstre og 2 fra Kristelig Folkeparti blir trukket ut er 0.0613.

Oppgave 2

a) Bruker CAS som hjelpemiddel:

1 $300000 \cdot (x)^{25} = 2250000$

NLøs: $\{x = 1.0839\}$

Vekstfaktor = 1 + prosentfaktor

1.0839 = 1 + x

2 $1.0839 = 1 + x$

NLøs: $\{x = 0.0839\}$

Den gjennomsnittlige prosentvise årlige veksten har vært 8,39% for leilighetens verdi i disse 25 årene.

b) Bestemmer et utrykk: $\boldsymbol{f(x) = 300\,000 \cdot 1.0839^x}$

c) Løser likningen i CAS og får at x=14.53.

2 $f'(x) = \frac{f(25) - f(0)}{25}$

NLøs: $\{x = 14.53\}$

3 $f'(14.53)$

$\approx$ **77922.79**

4 $\frac{f(25) - f(0)}{25}$

$\approx$ **77931.46**

Formel for gjennomsnittlig vekstfart: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\boldsymbol{f(25) - f(0)}}{\boldsymbol{25}} = \frac{verdi\ i\ 2018 - verdi\ i\ 1993}{25\ år}$$

Når man regner ut $\frac{f(25)-f(0)}{25}$ vil man få økningen i pris per år i 25 år, altså den gjennomsnittlige vekstfarten fra 1993 til 2018.

Dette er det samme som momentane vekstfarten (den deriverte) i år 14.53 (år 2007,53).

d) Bruker CAS som hjelpemiddel:

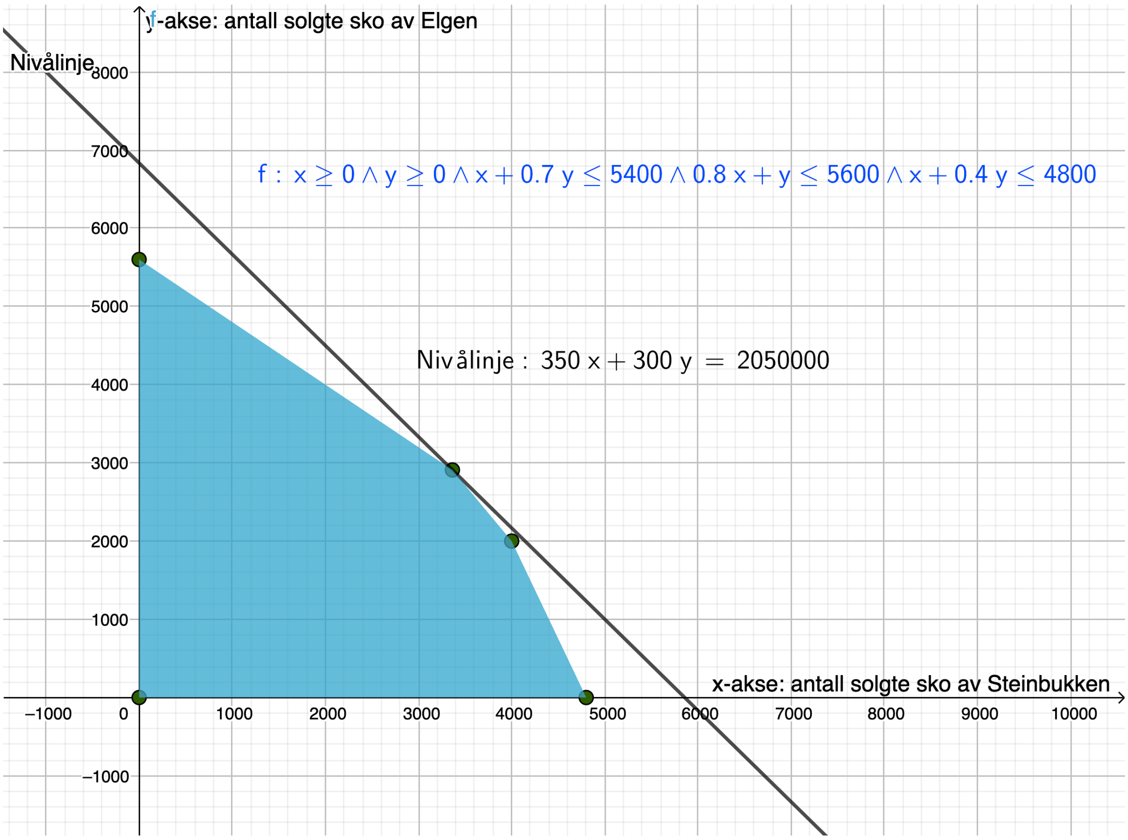
5 $2250000 \cdot 1.07^{x} = 3000000$

NLøs: $\{x = 4.25\}$

Mariam kan forvente å få 3 000 000 kroner for leiligheten sin etter 4,25 år dersom hun antar en årlig prosentvis vekst på 7,0 prosent. Det er 4,25 år etter 2018, altså ut i år 2022 (2022,25).

Oppgave 3

Bruker Geogebra som hjelpemiddel



Figur 1: området f, og nivålinjen med glider.

a) **Ulikhetene**:

$a: x \geq 0$

$b: y \geq 0$

$c: x + 0.7y \leq 5400$

$d: 0.8x + y \leq 5600$

$e: x + 0.4y \leq 4800$

a: antall sko av typen Steinbukken, må være 0 eller flere

b: antall sko av typen Elgen, må være 0 eller flere

c: ulikheten for tilskjæring:

$0.5x + 0.35y \leq 2700$ / ganger med 2

$x + 0.7y \leq 5400$

d: ulikheten for sammensetting:

$0.4x + 0.5y \leq 2800$ / ganger med 2

$0.8x + y \leq 5600$

e: ulikheten for ferdiggjøring:

$0.25x + 0.1y \leq 1200$ / ganger med 4

$x + 0.4y \leq 4800$

b) Definerte området, f, i GeoGebra.

$$f : a(x) \wedge b(y) \wedge c(x, y) \wedge d(x, y) \wedge e(x, y)$$
$$\rightarrow \quad x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x + 0.7\,y \leq 5400 \wedge 0.8\,x + y \leq 5600 \wedge x + 0.4\,y \leq 4800$$

Se figur 1 over.

Inntektsfunksjonen, Z(x,y):

$$Z(x, y) = 350\,x + 300\,y$$

x: antall solgte sko av typen Steinbukken

y: antall solgte sko av typen Elgen

350: pris per par Steinbukken (i kr)

300: pris per par Elgen (i kr)

Sjekker alle hjørnepunktene i området, f:

l1 = {Toppunkt(f)}

→ {(0, 0), (0, 7714.29), (0, 5600), (0, 12000), (5400, 0), (7000, 0), (4800, 0), (3363.64, 2909.09), (4000, 2000), (3764.71, 2588.24)}

Filtrerer bort de ugyldige punktene:

l2 = BrukDersom(f(P), P, l1)

→ {(0, 0), (0, 5600), (4800, 0), (3363.64, 2909.09), (4000, 2000)}

Setter inn de aktuelle punktene i inntektsfunksjonen, Z(x,y):

l3 = Zip(Z(P), P, l2)

→ {0, 1680000, 1680000, 2050000, 2000000}

Finner maksimum:

$$\text{maksimum} = \text{Maks}(l3)$$

$$\rightarrow 2050000$$

Vi ser at punktet (3363.64, 2909.09) gir den høyeste inntekten på 2 050 000 kroner. Bedriften må produsere 3363 par av Steinbukken og 2909 par av Elgen hver uke for at fortjenesten skal bli størst mulig.

Nivålinje med glider illustrerer også dette grafisk:

k = 2050000

-5 5.0× 10^6

$$\text{Nivålinje}: 350x + 300y = 2050000$$

Se figur 1 over.

c) Endrer på ulikhetene c og d:

c: ulikheten for tilskjæring:

$$0.5x + 0.35y \leq \mathbf{2700 + 100}$$

$$0.5x + 0.35y \leq \mathbf{2800}$$

$$x + 0.7y \leq \mathbf{5600}$$

d: ulikheten for sammensetting:

$$0.4x + 0.5y \leq \mathbf{2800 - 100}$$

$$0.4x + 0.5y \leq \mathbf{2700}$$

$$0.8x + y \leq \mathbf{5400}$$

$$c: x + 0.7y \leq 5600$$

$$d: 0.8x + y \leq 5400$$

Når ulikhetene blir endret, endres også området og punktene, se figur 2 under.

$f : a(x) \wedge b(y) \wedge c(x, y) \wedge d(x, y) \wedge e(x, y)$

$\rightarrow \quad x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x + 0.7\, y \leq 5600 \wedge 0.8\, x + y \leq 5400 \wedge x + 0.4\, y \leq 4800$

$Z(x, y) = 350\, x + 300\, y$

l1 = {Toppunkt(f)}

→ {(0, 0), (0, 8000), (0, 5400), (0, 12000), (5600, 0), (6750, 0), (4800, 0), (4136.36, 2090.91), (3733.33, 2666.67), (3882.35, 2294.12)}

l2 = BrukDersom(f(P), P, l1)

→ {(0, 0), (0, 5400), (4800, 0), (3882.35, 2294.12)}

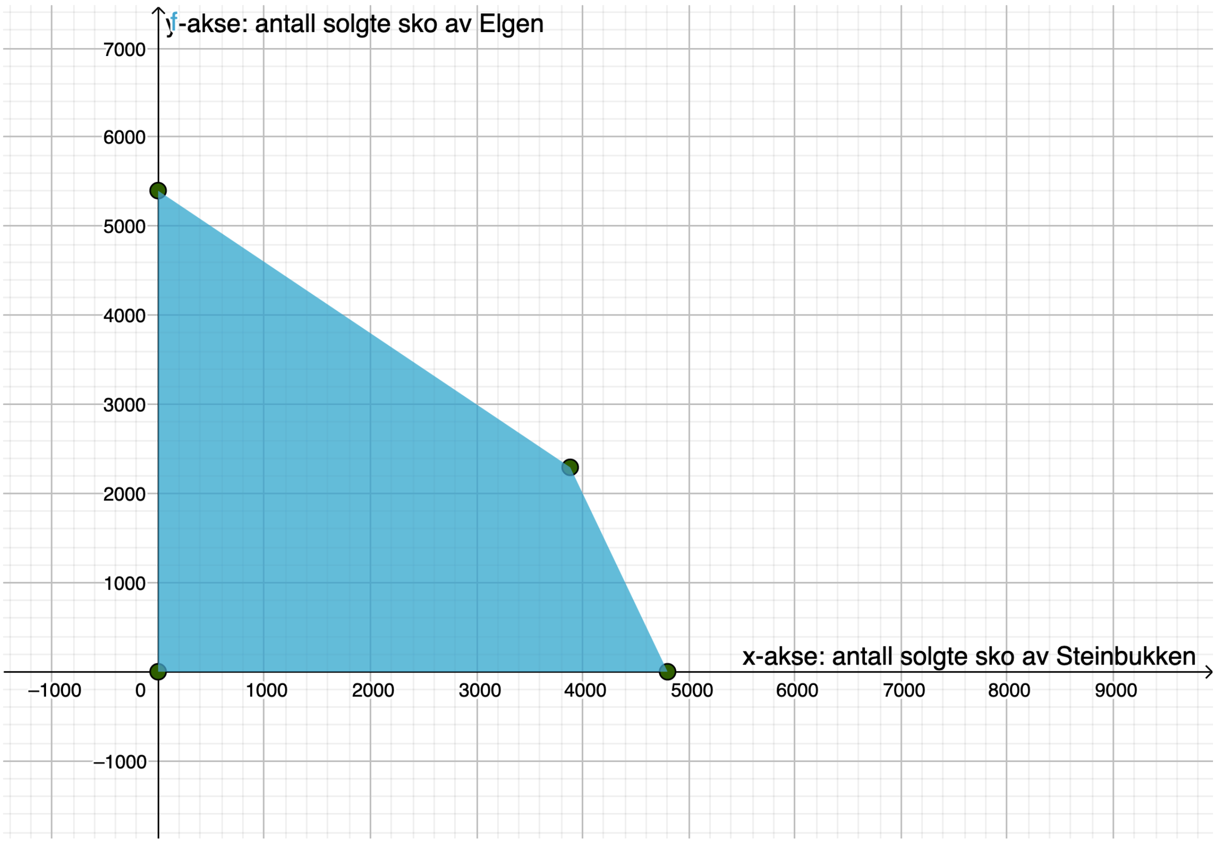
l3 = Zip(Z(P), P, l2)

→ {0, 1620000, 1680000, 2047058.82}

maksimum = Maks(l3)

→ 2047058.82

Etter endring av ulikhetene blir maksimum 2 047 058 kroner, det er mindre enn 2 050 000 kroner. Dette er altså <u>ikke</u> en lønnsom beslutning.



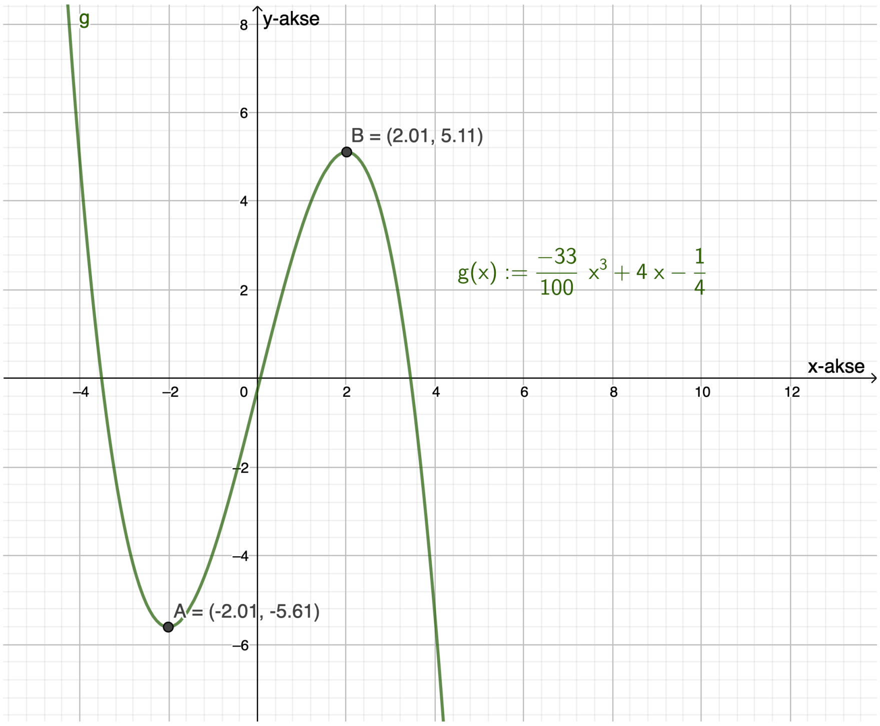
Figur 2: området f etter endring av ulikhet c og d.

Oppgave 4

Bruker CAS og finner funksjonen g.

1. $f(x) := a\,x^3 + b\,x + 1$
   $\rightarrow\ f(x) := a\,x^3 + b\,x + 1$
2. $f'(1) = 3$
   $\rightarrow\ 3\,a + b = 3$
3. $f'(2) = 0$
   $\rightarrow\ 12\,a + b = 0$
4. $\{f, \$2, \$3\}$
   NLøs: $\{a = -0.33, b = 4, x = -0.25\}$
5. $g(x) := -0.33\,x^3 + 4\,x - 0.25$
   $\rightarrow\ g(x) := \frac{-33}{100}\,x^3 + 4\,x - \frac{1}{4}$

Skriver funksjonen g inn i Geogebra, og bruker kommandoen «Ekstremalpunkt».



Toppunktet til grafen er (2.01, 5.11), og bunnpunktet til grafen er (-2.01, -5.61).