LF Eksamen 1T H2019 Del 1 Emilga

DEL 1

1

Oppgave 1 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{0{,}00046 \cdot 25000000}{0{,}05}$$

$0{,}00046 = 4{,}6 \cdot 10^{-4}$

$25\,000\,000 = 2{,}5 \cdot 10^{7}$

$0{,}05 = 5 \cdot 10^{-2}$

Så:
$$\frac{0{,}00046 \cdot 25\,000\,000}{0{,}05} = \frac{4{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{7}}{5 \cdot 10^{-2}}$$

$$= \frac{4{,}6 \cdot 2{,}5}{5} \cdot \frac{10^{-4} \cdot 10^{7}}{10^{-2}}$$

$$= \frac{4{,}6 \cdot 2{,}5 \cdot 2}{5 \cdot 2} \, 10^{-4+7-(-2)}$$

$$= \frac{4{,}6 \cdot 5}{10} \cdot 10^{5}$$

$$= 4{,}6 \cdot 5 \cdot 10^{4}$$

$$= 23{,}0 \cdot 10^{4}$$

$$\underline{\underline{= 2{,}3 \cdot 10^{5}}}$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3} \\ 4{,}6 \cdot 5 \\ \hline = 23{,}0 \\ \hline \end{array}$$

2

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x+3y=6 \\ 5x+6y=18 \end{bmatrix}$$

(I) $2x+3y=6$

$2x = 6-3y$

$x = 3-\frac{3}{2}y$

(II) $5x+6y=18$

Setter (I) inn i (II): $5\left(3-\frac{3}{2}y\right)+6y=18$

$15-\frac{15}{2}y+6y=18$

$6y-\frac{15}{2}y = 18-15$

$\frac{12}{2}y-\frac{15}{2}y = 3$

$\frac{-3}{2}y = 3$

$-3y = 3\cdot 2$

$y = \frac{6}{-3}$

$\underline{y=-2}$ $\Rightarrow$ $\underline{x} = 3-\frac{3}{2}y$

$= 3-\frac{3}{2}(-2)$

$= 3+3 = \underline{6}$

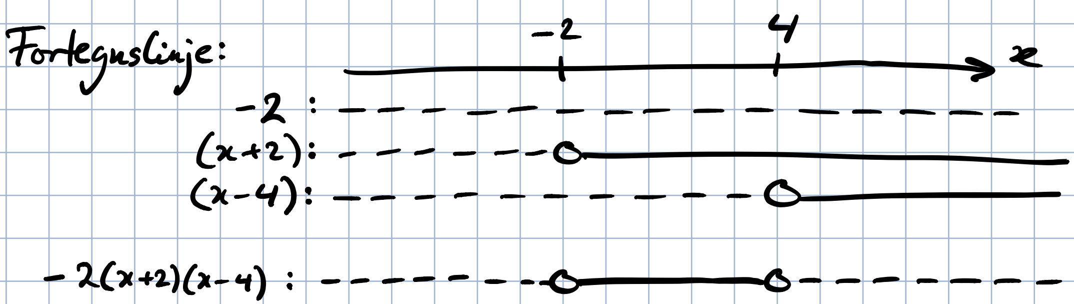
Så $\underline{\underline{x=6 \text{ og } y=-2}}$.

3

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-2(x+2)(x-4)>0$$



Så $-2(x+2)(x-4)>0$ for $\underline{\underline{-2<x<4}}$.

4

Oppgave 4 (2 poeng)

Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x^2+x+3}{x^2-9}-\frac{x}{x+3}$$

Konjugatsetning: $x^2-9=x^2-3^2=(x+3)(x-3)$

Så
$$\frac{2x^2+x+3}{x^2-9}-\frac{x}{x+3}$$
$$=\frac{2x^2+x+3}{(x+3)(x-3)}-\frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)}$$
$$=\frac{2x^2+x+3-x(x-3)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{2x^2+x+3-x^2+3x}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{x^2+4x+3}{(x+3)(x-3)}$$

Faktoriserer:

$$x^2+4x+3 = (x+3)(x+1)$$

$$= \frac{\cancel{(x+3)}(x+1)}{\cancel{(x+3)}(x-3)}$$

$$= \frac{x+1}{x-3}$$

5

Oppgave 5 (5 poeng)

Løs likningene

a) $\lg(4x) = 0$

b) $\lg\left(\frac{\sqrt{50}}{x}\right) = \frac{1}{2}$

c) $2^{x^2} \cdot 2^{3x} = 16$

a) $\lg(4x) = 0$

$$10^{\lg(4x)} = 10^0$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

b) $\lg\left(\frac{\sqrt{50}}{x}\right) = \frac{1}{2}$

$$10^{\lg(\sqrt{50}/x)} = 10^{1/2}$$

$$\frac{\sqrt{50}}{x} = \sqrt{10}$$

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{10}} = x$$

$$\sqrt{\frac{50}{10}} = x$$

$$x = \sqrt{5}$$

c) $2^{x^2} \cdot 2^{3x} = 16$

$$2^{x^2+3x} = 2^4$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 3x = 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x+4)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = -4 \text{ eller } x = 1.$$

Alternativt kan vi bruke abc-formel:

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

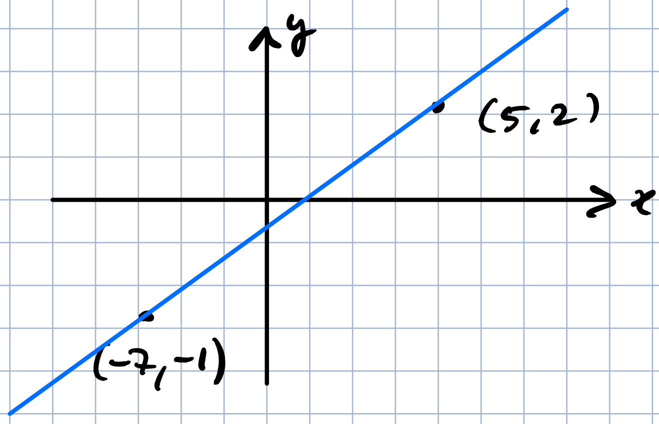
$$\Rightarrow \quad x = -4 \text{ eller } x = 1.$$

6

Oppgave 6 (2 poeng)

En rett linje går gjennom punktene $(-7,-1)$ og $(5,2)$.

Bestem en likning for linjen ved regning.



Stigningstall:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-(-1)}{5-(-7)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Ettpktformel:

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

Velger f.eks. punktet $(x_0, y_0) = (5,2)$:

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x-5)$$

$$y - 2 = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2 - \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{8}{4} - \frac{5}{4}$$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}}}$$

7

Oppgave 7 (2 poeng)

Gitt likningen $ax^2 + 3x + 1 = x - 2$, der $a \neq 0$

Bestem en verdi av a slik at likningen bare har én løsning.

$$ax^2 + 3x + 1 = x - 2$$

$$ax^2 + 2x + 3 = 0$$

Siden $a \neq 0$, kan vi bruke abc-formelen:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot a \cdot 3}}{2a}$$

Vi har én løsning når radikanden (dvs. det som står under rot-tegnet) er null:

$$2^2 - 4a \cdot 3 = 0$$

$$4 = 4 \cdot 3 \cdot a$$

$$1 = 3a$$

$$\underline{\underline{a = \frac{1}{3}}}$$

8

Oppgave 8 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

a) Bestem $f'(x)$

b) Bestem den momentane vekstfarten til f i punktet $(-3, f(-3))$

c) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-1, 2]$

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

a) $f'(x) = 3x^2 + 4 \cdot 2x + 1$

$$f'(x) = 3x^2 + 8x + 1$$

b) Momentan vekstfart i $x = -3$ er den deriverte til f i $x = -3$:

$$f'(-3) = 3 \cdot (-3)^2 + 8 \cdot (-3) + 1$$

$$= 3 \cdot 9 - 24 + 1$$

$$= 27 - 24 + 1$$

$$= 4$$

c) Gjennomsnittlig vekstfart over $[-1, 2]$:

$$\frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{20 - (-4)}{2 + 1} = \frac{20 + 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

$$f(2) = 2^3 + 4 \cdot 2^2 + 2 - 6 = 8 + 4 \cdot 4 + 2 - 6 = 20$$

$$f(-1) = (-1)^3 + 4 \cdot (-1)^2 + (-1) - 6 = -1 + 4 - 1 - 6 = -4$$

9

På en skoletur fikk elevene servert middag. De kunne velge mellom en fiskerett og en kjøttrett. I tillegg fikk alle som ønsket det, dessert.

Det viste seg at $\frac{3}{5}$ av elevene valgte fiskeretten, mens resten valgte kjøttretten.

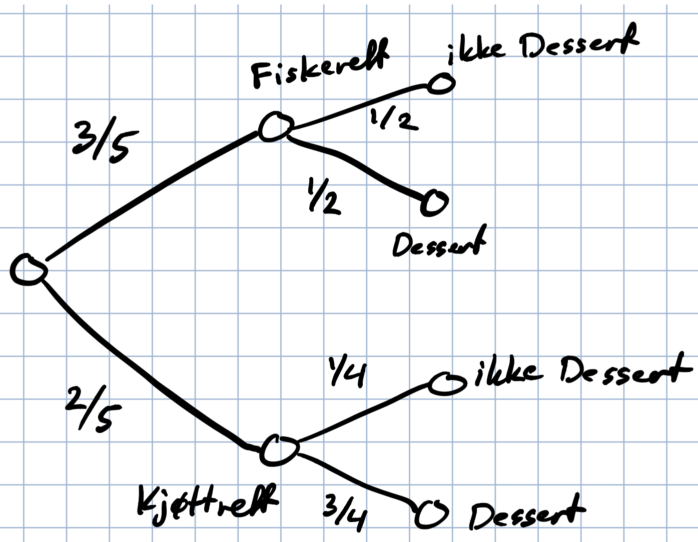
Halvparten av de som valgte fiskeretten, ønsket dessert, mens $\frac{3}{4}$ av de som valgte kjøttretten, ønsket dessert.

a) Lag et valgtre som illustrerer situasjonen ovenfor.

Tenk deg at vi velger en tilfeldig elev som var med på turen.

b) Bestem sannsynligheten for at denne eleven ønsket dessert.

a)



b) $P(\text{dessert}) = P(\text{dessert} \mid \text{kjøttrett}) \cdot P(\text{kjøttrett}) + P(\text{dessert} \mid \text{fiskerett}) \cdot P(\text{fiskerett})$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{3}{10}$$

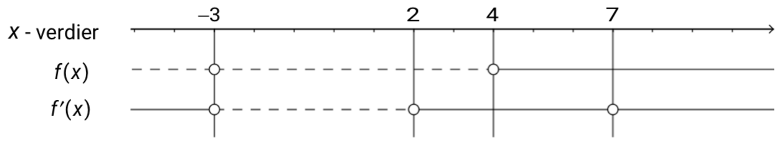
$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{6}{10} = 60\%$$

10

Oppgave 10 (3 poeng)

Gitt en funksjon f. Fortegnet til funksjonsuttrykket $f(x)$ og til den deriverte av funksjonen $f'(x)$ varierer som vist i figuren nedenfor.



Lag en skisse som viser hvordan grafen til f kan se ut.

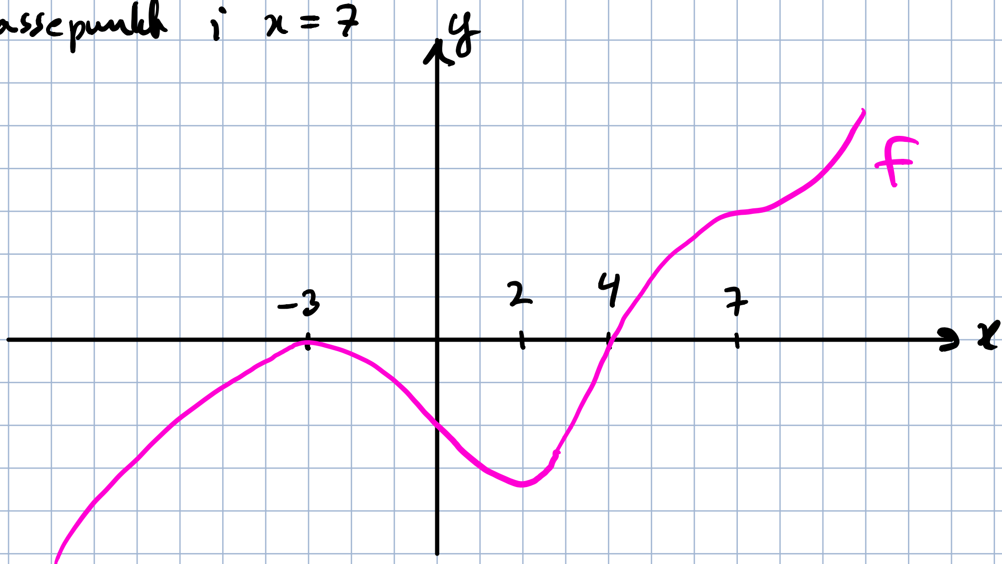
f er negativ for $x < 4$ og positiv for $x > 4$

f har nullpunkt i $x = -3$ og $x = 4$

f har toppunkt i $x = -3$

bunnpunkt i $x = 2$

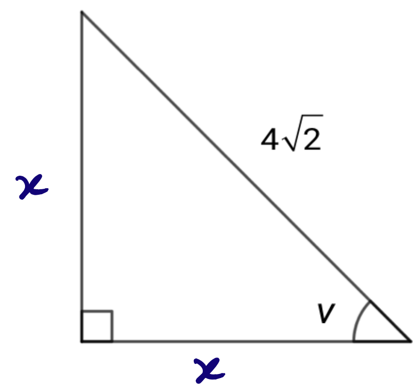
terrassepunkt i $x = 7$



11

Oppgave 11 (4 poeng)

Skissen nedenfor viser en rettvinklet, likebeint trekant med hypotenus $4\sqrt{2}$



a) Bestem lengdene av katetene i trekanten.

b) Bruk trekanten til å bestemme $\tan v$.

c) Bruk trekanten til å vise at $\sin v = \frac{\sqrt{2}}{2}$

a) Pytagoras: $x^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2$

$$2x^2 = 16 \cdot 2$$

$$x^2 = 16$$

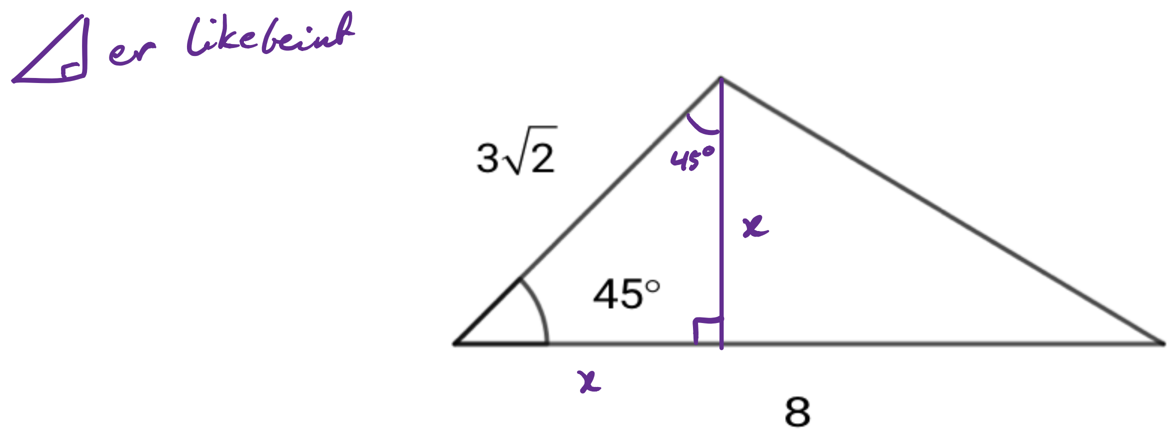
$$\underline{\underline{x = 4}} \text{ eller } \cancel{x = -4}$$

b) $\tan v = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}} = \frac{x}{x} = \underline{\underline{1}}$

c) $\sin v = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}$

12

Oppgave 12 (2 poeng)



Bestem arealet av trekanten ovenfor.

Pytagoras på $\triangle$:

$$x^2 + x^2 = (3\sqrt{2})^2$$
$$2x^2 = 9 \cdot 2$$
$$x^2 = 9$$
$$\underline{x = 3}$$

Areal stor trekant: $\dfrac{\text{grunnlinje} \cdot \text{høyde}}{2}$

$$= \frac{8 \cdot 3}{2}$$
$$= \frac{24}{2}$$
$$\underline{\underline{= 12}}$$

Alternativt:

Arealsetningen:

$$A = \frac{1}{2} ab \sin A$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin(45°)$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 24 \underline{\underline{= 12}}$$

13

Oppgave 13 (3 poeng)

For å bestemme en ukjent vinkel i en trekant løser Stein likningen nedenfor.

$$\frac{\sin x}{10} = \frac{\sin 40^\circ}{8}$$

Han får to løsninger. Den ene løsningen er $x = 53{,}5^\circ$

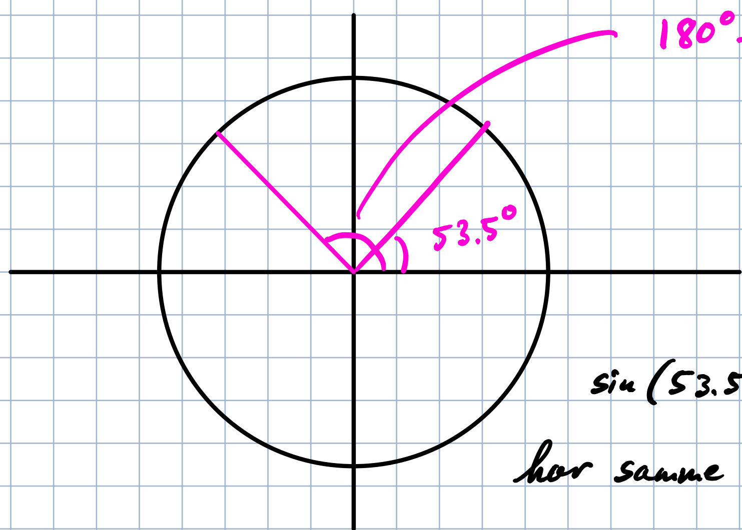
a) Bestem den andre løsningen.

De to løsningene svarer til to ulike trekanter.

b) Lag skisser som viser hvordan trekantene kan se ut.

a)

Enhets-sirkel:



$180^\circ - 53{,}5^\circ = 126{,}5^\circ$

$$\begin{array}{r} 180{,}0 \\ -\ 53{,}5 \\ \hline = 126{,}5^\circ \end{array}$$

$\sin(53.5^\circ)$ og $\sin(126{,}5^\circ)$ har samme tallverdi, derfor vil begge løse:

$$\frac{\sin x}{10} = \frac{\sin(40^\circ)}{8}$$

Skisse av de to trekantene: