# LØSNINGSFORSLAG

Eksamen MAT1013 Matematikk 1T Våren 2019.05.24

# DEL 1

## Oppgave 1

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{4.5 \cdot 10^{12}}{900}$$

$$\frac{\left(\frac{9}{2}\right) \cdot 10^{12}}{9 \cdot 10^{2}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{10}$$

$$0.5 \cdot 10^{10}$$

$$5.0 \cdot 10^{9}$$

# Oppgave 2

Løs ulikheten

$-x^2 - 2x + 3 > 0$

$-1 \cdot (x^2 + 2x - 3) > 0$

$-x^2 - 2x - 3 = -1 \cdot (x + 3)(x - 2)$

$-1 \cdot (x + 3)(x - 2) > 0 \implies x \in \langle -3,\ 2 \rangle$

### Fortegnslinje

| $x$ | | -3 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $-1$ | - | - | - | - | - |
| $x + 3$ | - | 0 | + | + | + |
| $x - 2$ | - | - | - | 0 | + |
| $-x^2 - 2x + 3$ | - | 0 | + | 0 | - |

### Quadratic formula (abc-formelen)

$$x^2 + 2x - 3 = 0, \qquad -x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{\left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right)}{2a}, \qquad a = 1,\ \ b = 2,\ \ c = -3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - \left(4 \cdot 1 \cdot (-3)\right)}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x = -3 \ \lor \ x = 2$$

$$(x + 3) = 0$$

$$(x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 2)$$

# Oppgave 3

Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x^2}{x^2-4}+\frac{3}{x-2}+\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{x^2}{\left(x-\sqrt{4}\right)\left(x+\sqrt{4}\right)}+\frac{3}{x-2}+\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}+\frac{3}{x-2}+\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}+\frac{3\cdot(x+2)}{(x-2)\cdot(x+2)}+\frac{1\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot(x-2)}$$

$$\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}+\frac{3x+6}{(x-2)(x+2)}+\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{x^2+3x+6+x-2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

$$\frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{x+2}{x-2}$$

# Oppgave 4

Regn ut

$$4^2 \cdot 2^{-3} \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 64^{-\frac{2}{3}}$$

$$(2 \cdot 2)^2 \cdot 2^{-3} \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)^{-\frac{2}{3}}$$

$$2^{2^2} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{3^{\frac{1}{3}}} \cdot 2^{6^{-\frac{2}{3}}}$$

$$2^4 \cdot 2^{-3} \cdot 3^1 \cdot 2^{-\frac{12}{3}}$$

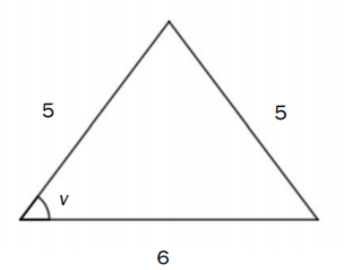
$$2^4 \cdot 2^{-3} \cdot 3 \cdot 2^{-4}$$

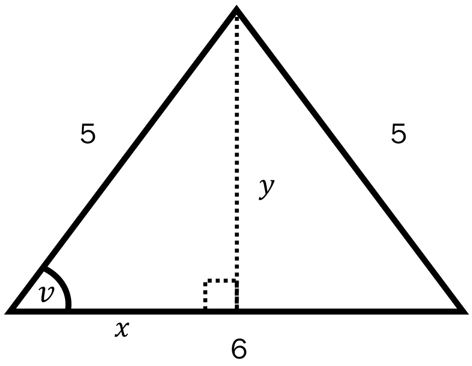
$$2^{-3} \cdot 3$$

$$\frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}$$

# Oppgave 5

Bestem $\tan v$




Siden trekanten er likebent, vil det være tre punkter; to på randene av en linje, og ett punkt *normalt* (90°) fra midtpunktet av denne linjen.

Pythagoras teorem sier dette for en normalvinklet trekant:

$a^2 + b^2 = c^2$ der a og b er katetene og c hypotenusen.

Vi vet at hypotenusen er 5 i trekanten med kateter x og y, og at x må være 3, siden originaltrekanten er likebent og deler linjen 6 i to, som gir 3.

Dermed vet vi at $3^2 + y^2 = 5^2 \Leftrightarrow y^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Leftrightarrow |y| = |\sqrt{16}| = 4$

$$x = 3 \land y = 4$$

$\tan v = \frac{\sin v}{\cos v}$ og vi kan bruke Pythagoras identitet: $\sin^2 v + \cos^2 v = 5^2$ for å vise at

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

$$\tan v = \frac{4}{3}$$

# Oppgave 6

Regn ut

$$\lg 100 + \lg 1 + \lg \sqrt{10} + \lg 0.001$$

$$\lg 10^2 + \lg 10^0 + \lg 10^{\frac{1}{2}} + \lg 10^{-3}$$

$$2 + 0 + \frac{1}{2} - 3$$

$$= -\frac{1}{2}$$

## NB: lg(x)

$$\lg x \; = \; \log_{10} x \; = \; \frac{\ln x}{\ln 10}$$

# Oppgave 7

Løs likningen

$$\lg(10^x \cdot 10^{2x}) = 6$$

$$\lg(10^{3x}) = 6$$

$$10^{3\mathrm{x}} = 10^6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$\lg(10^x \cdot 10^{2x}) = 6$$

$$x + 2x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

## NB: lg(x)

$$\lg x = \log_{10} x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

# Oppgave 8

$f(x) = k \cdot x^2 + 12x + 9$

$f(x)$ er et fullstendig kvadrat

a)

Et fullstendig kvadrat er $(a+b)^2$, det vil si at *k* kan for eksempel ikke være 3:

$f(x) = 3 \cdot x^2 + 12x + 9$

$= 3(x^2 + 4x + 3)$

$= 3(x+1)(x+3)$

$(x+1)$ og $(x+3)$ er ikke identiske, dermed kan *k* <u>ikke</u> være 3.

$$f(x) = k \cdot x^2 + 12x + 9$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\left(\sqrt{k} \cdot x + 3\right)^2 = k \cdot x^2 + \sqrt{k} \cdot 6x + 3^2$$

$$\sqrt{k} \cdot 6x = 12x$$

$$\sqrt{k} = 2$$

$$k = 4$$

$$f(x) = 4 \cdot x^2 + 12x + 9$$

$$f(x) = (2x)^2 + 12x + 9$$

$$f(x) = (2x+3)^2$$

b)

Bestem nullpunktet til $f$

$$2x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$$

nullpunktet til $f$: $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

# Oppgave 9

Sannsynligheten for at toget fra by A til by B er i rute en tilfeldig mandag er 80%.

Sannsynligheten for at toget er i rute en tilfeldig fredag er 90%.

Marit tar toget på mandag og på fredag.

a)

Bestem sannsynligheten for at toget er i rute begge disse dagene.

$$P(begge\ dager) = P(mandag) \cdot P(fredag)$$

$$P(begge\ dager) = 80\% \cdot 90\% = 0.8 \cdot 0.9 = 0.72 = 72\%$$

b)

Bestem sannsynligheten for at toget er i rute nøyaktig én av disse dagene.

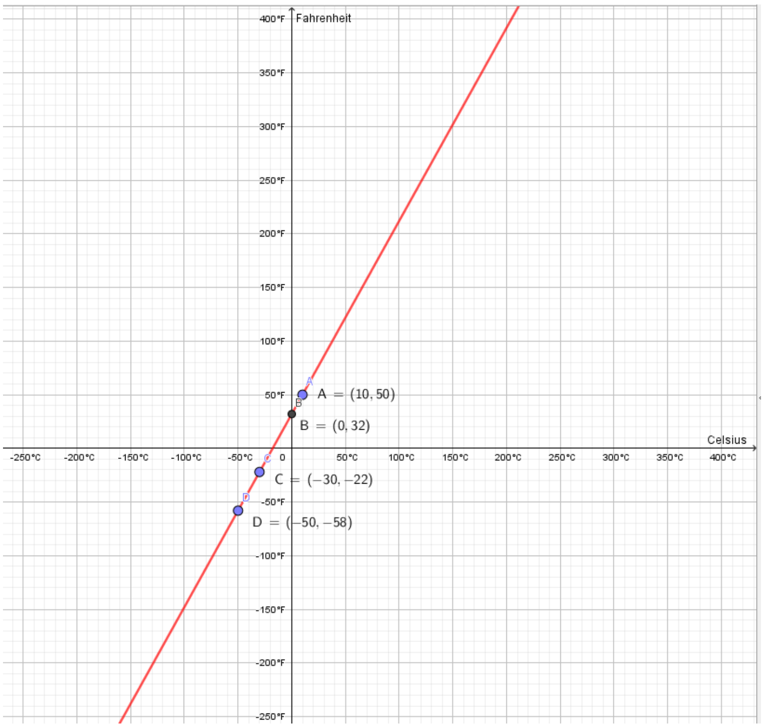
$$P(\text{én}\ dag) = P(mandag) \cdot P\left(\overline{fredag}\right) + P(fredag) \cdot P\left(\overline{mandag}\right)$$

$$P(\text{én}\ dag) = 0.8 \cdot 0.1 + 0.9 \cdot 0.2 = 0.08 + 0.18 = 0.26 = 26\%$$

# Oppgave 10

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Celsius (°C) | -50 | -30 | 0 | 10 |
| Fahrenheit (°F) | -58 | -22 | 32 | 50 |

a) Koordinatsystem med °C og °F som akser.




b)

Hvor kaldt må det være for at de viser samme temperatur?

$$\frac{\Delta°F}{\Delta°C} = \frac{50-32}{10-0} = 1.8$$

$$y = 1.8x + 32$$

$$y = x$$

$$\Leftrightarrow 1.8x + 32 = x$$

$$0.8x = -32$$

$$x = -40 = y$$

°F = °C = -40

c) Bestem en formel som viser sammenhengen mellom grader celsius og grader fahrenheit.

$$°\mathrm{F} = 1.8°\mathrm{C} + 32$$

d) Bruk formelen til å vise at 100 °C er lik 212 °F

$$°\mathrm{F} = 1.8 \cdot 100 + 32 = 180 + 32 = 212$$

# Oppgave 11

a)

Vis at

1)

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{(2^2 \cdot 2^2 \cdot 3)} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

2)

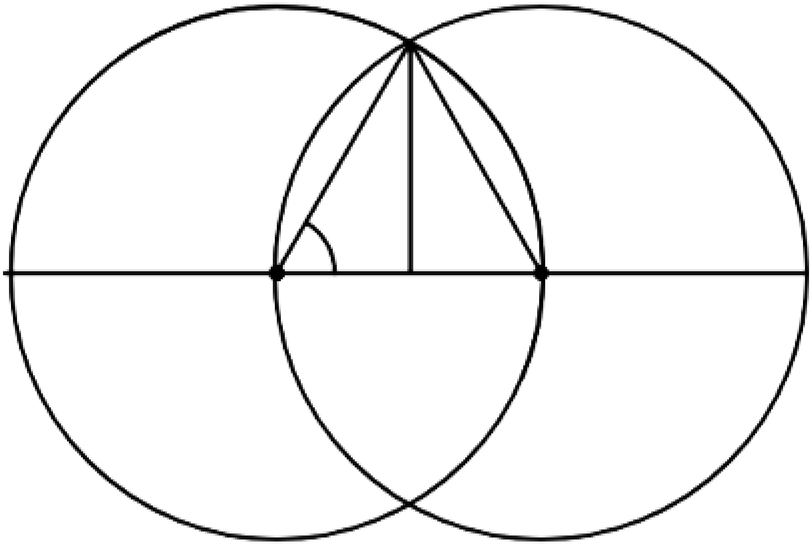
$$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 5} = 5\sqrt{3}$$

b)

Vis eller forklar at $\cos 60° = \frac{1}{2}$

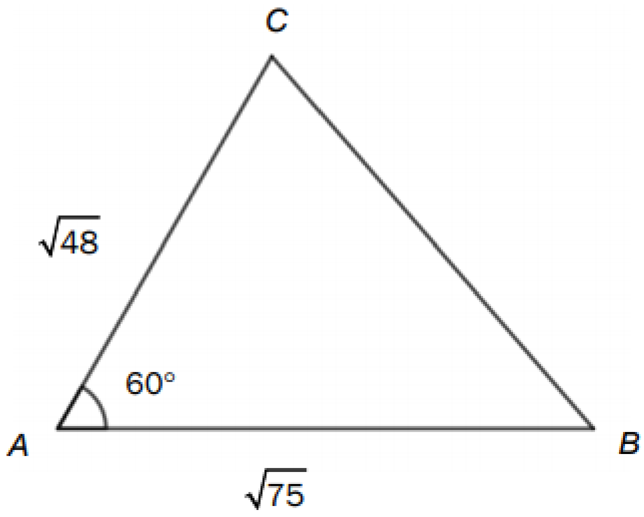
Dette kan vises ved konstruksjon.



På en rett linje kan det skapes en radius, og en radius fra randen av radiusen på linjen. Disse radiene har lik størrelse, og skaper dermed et midtpunkt. Det er her en ekvilateral trekant, hvor alle sidene er av samme grad. 180° i 3 er 60°. Siden midtpunktet er midtpunktet av radiusen, er lengden ½ på den hosliggende kateten.

$\cos 60° = \frac{1}{2}$

c)




Bestem en eksakt verdi for lengden til BC.

$$b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = a^2$$

$$48 + 75 - 2 \cdot \sqrt{48} \cdot \sqrt{75} \cdot \cos 60° = a^2$$

$$123 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = a^2$$

$$123 - 20 \cdot \sqrt{3^2} = a^2$$

$$123 - 20 \cdot 3 = a^2$$

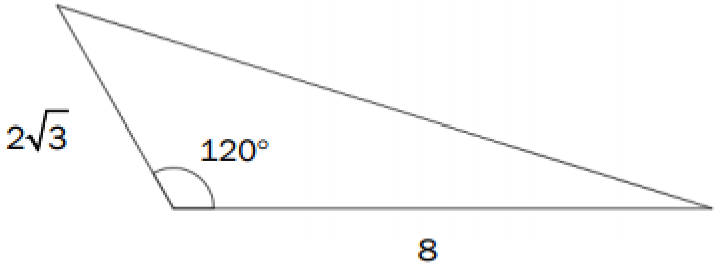
$$123 - 60 = a^2$$

$$63 = a^2$$

$$\text{a} = \sqrt{63} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 7}$$

BC har lengde $3\sqrt{7}$

# Oppgave 12




Arealet av trekanten er 12.

Vis at $\sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$Area: \frac{1}{2} \cdot bc \cdot \sin A$$

$$12 = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 8 \cdot \sin 120°$$

$$12 = \sqrt{3} \cdot 8 \cdot \sin 120°$$

$$\frac{12}{8\sqrt{3}} = \sin 120°$$

$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3}} = \sin 120°$$

$$\frac{3}{2\sqrt{3}} = \sin 120°$$

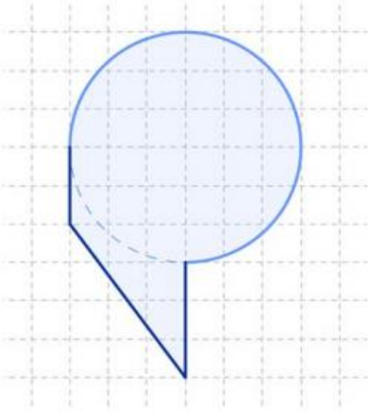
$$\frac{3}{2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sin 120°$$

$$\frac{3^{1-\frac{1}{2}}}{2} = \sin 120°$$

$$\frac{3^{\frac{1}{2}}}{2} = \sin 120°$$

$$\sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

# Oppgave 13



Hver rute er kvadratisk med sider *a*.

Bestem omkretsen av figuren uttrykt ved a.

Sirkeldelen:

$$\text{Omkrets for } \frac{3}{4} \text{ av en sirkel: } \frac{3\pi}{4} \cdot 2r$$

$$\frac{3\pi}{4} \cdot 2 \cdot 3a$$

$$\frac{3\pi}{4} \cdot 6a$$

$$\frac{18\pi \cdot a}{4}$$

Segment 1: $2a$

Segment 2: $\sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$

Segment 3: $3a$

Figur:

$$\frac{18\pi a}{4} + 2a + 5a + 3a$$

$$\frac{9 \cdot 2\pi a}{2 \cdot 2} + 10a$$

$$\frac{9\pi a}{2} + 10a$$

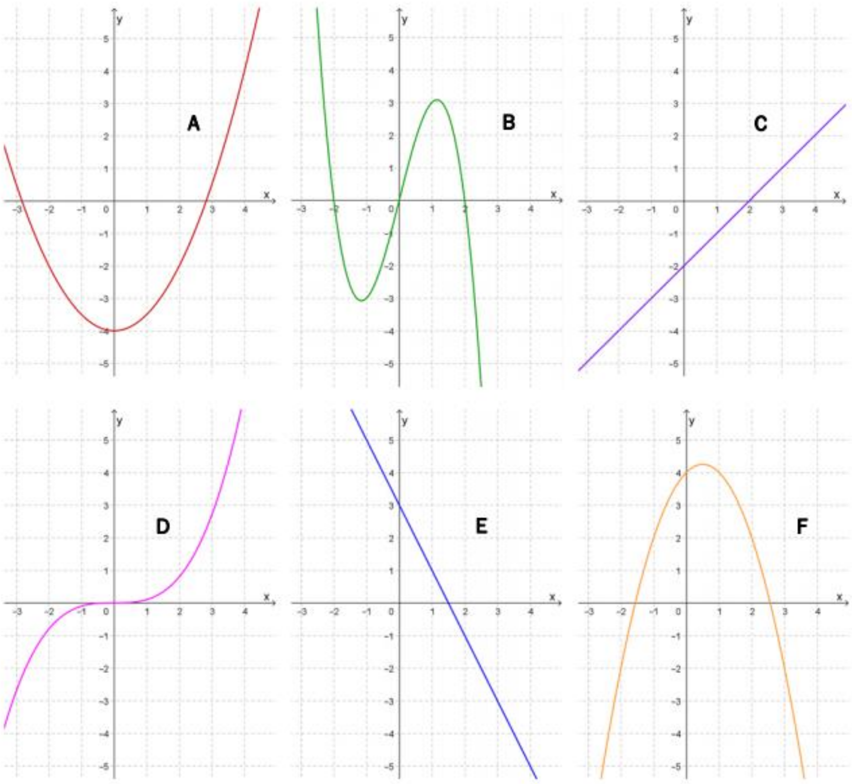
# Oppgave 14

$$p'(0) = 0$$
$$p'(-1) < 0$$

$$q'(1) = -2$$
$$q'(2) = -2$$

$$\Delta r[-2,\ 0] = \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta x} = \frac{r(0) - r(-2)}{0 - (-2)} = 3$$
$$\Delta r[-2,\ 0] = \frac{r(0) - r(-2)}{2} = 3$$
$$\Delta r[-2,\ 0] = r(0) - r(-2) = 6$$

$$Tangent\big(-2,\ s(-2)\big) = -8x - 16$$
$$Tangent\big(2,\ s(2)\big) = -8x + 16$$




funksjonen $p$ har et ekstremalpunkt i $x = 0$, og en negativ stigning ved $x = (-1)$, dette matcher graf A.

funksjonen $q$ har negativ stigning ved både x=1 og x=2, og er dermed enten graf E eller F. Siden stigningen er -2, må det være graf E som har stigning $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{1.5} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2$.

funksjonen $r$ tilhører graf F siden $F(-2) = -2$, $F(0) = 4$, og $\Delta F = 6 = \Delta r$

$s$ har lik stigning i $x = -2$ og $x = 2$; $s'(-2) = -8 = s'(2)$ og må dermed være B.

p = A

q = E

r = F

s = B

# DEL 2

## Oppgave 1

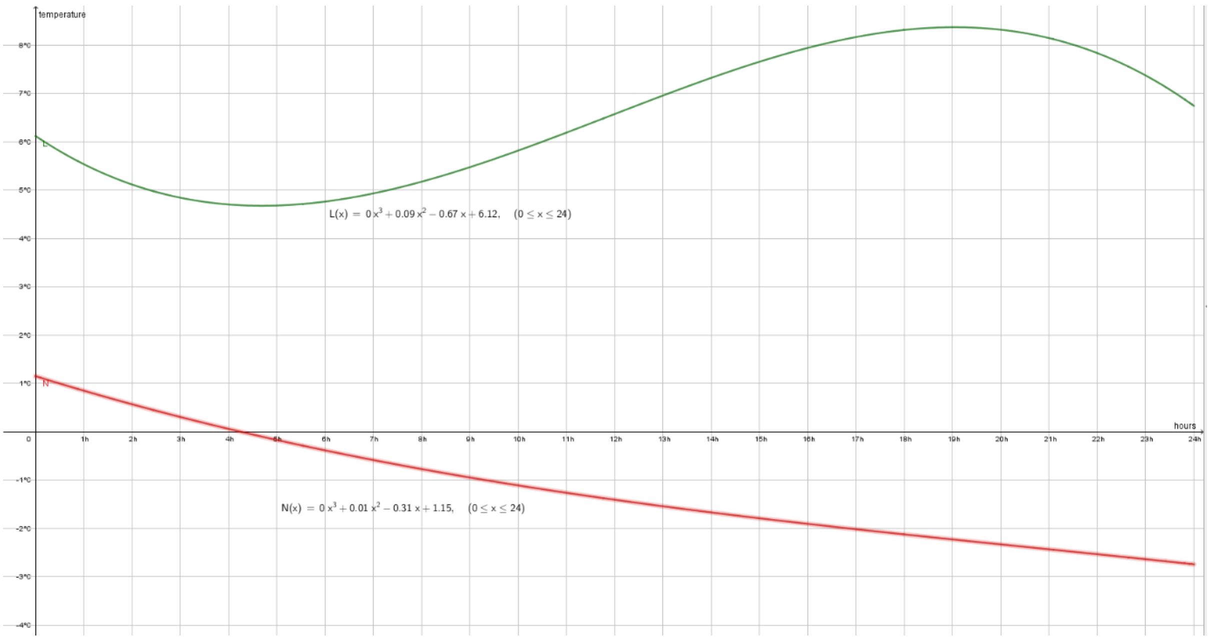
$$L(x) = -0.0025x^3 + 0.089x^2 - 0.67x + 6.12, \qquad x \in [0,\ \ 24]$$

$$N(x) = -0.00016x^3 + 0.01x^2 - 0.31x + 1.15, \qquad x \in [0,\ \ 24]$$

Funksjonene viser temperaturene i °C etter midnatt et døgn i januar 2019.

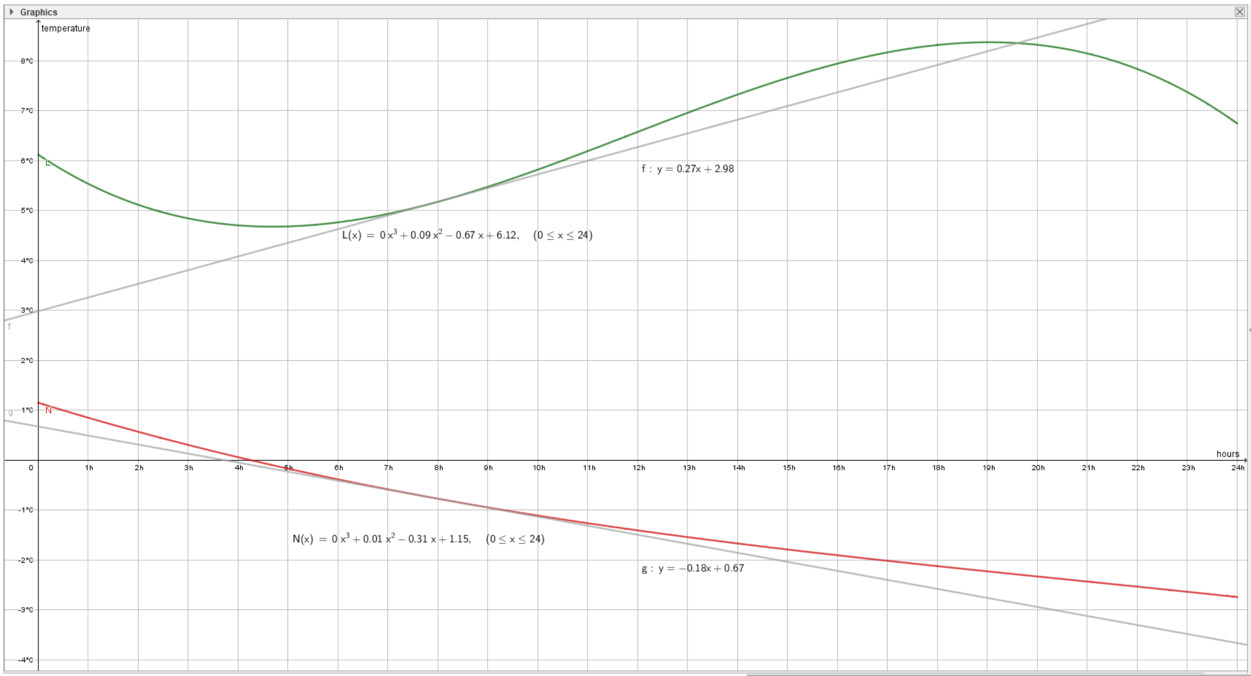
L er Lindesnes og N er Nordkapp.

a) Bruk graftegner til å tegne grafene til L og N



b) Bestem den momentane vekstfarten til hver av funksjonene når x=8. Gi en praktisk tolkning av disse svarene.

Stigningen til tangentene i $x = 8$ vil gi oss vekstfarten for begge funksjoner i skjæringspunktet $(8,\ funksjon(8))$ som kan bli funnet via Geogebra-funksjonen «Tangent(8, L)» og «Tangent(8, N)



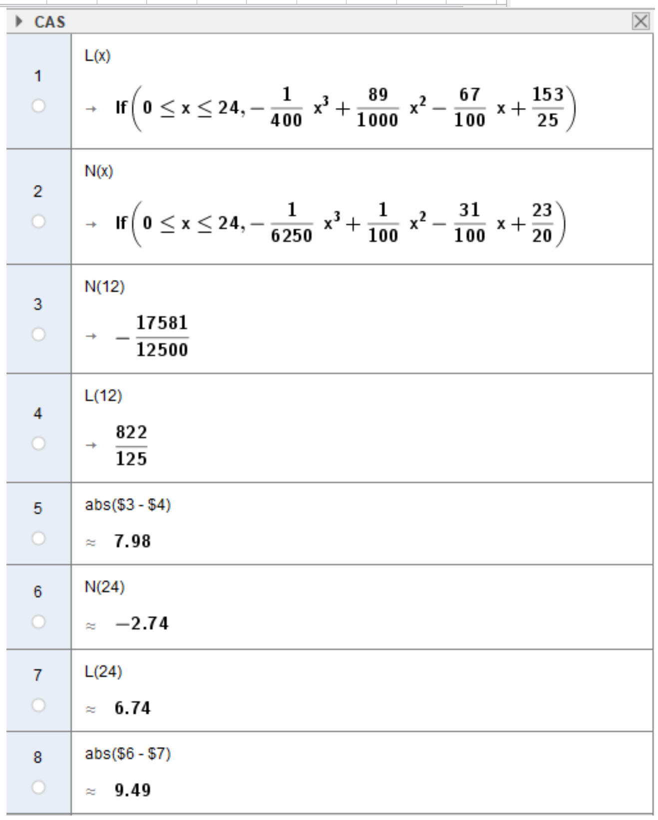

Som et praktisk eksempel, viser det at nøyaktig kl. 08:00 (AM) så synker temperaturen med 0.27°C i Landesnes og synker med 18°C i Nordkapp.

c) Bestem temperaturforskjellen mellom Lindesnes og Nordkapp klokken 12:00

PM: $|N(12) - L(12)| = 7.98°C$

AM: $|N(24) - L(24)| = 9.49°C$

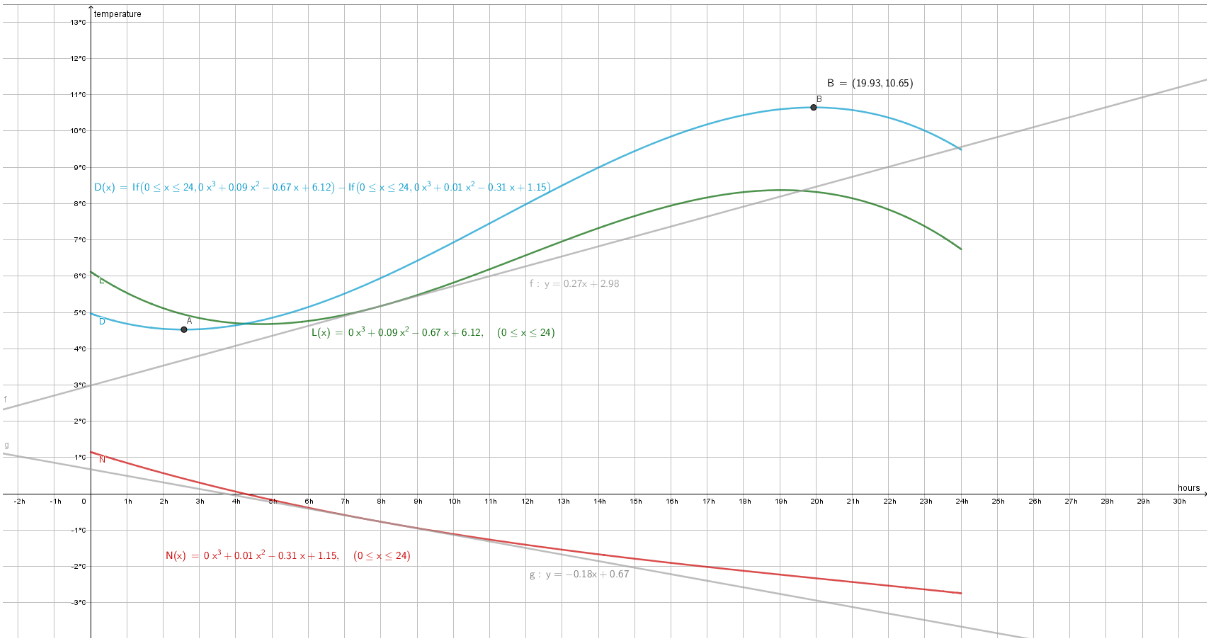
Vi antar at 12:00 betyr 12:00 PM, så temperaturforskjellen mellom Lindesnes og Nordkapp klokken 12:00 er 7.98°C.


CAS

1. L(x) → $\text{If}\left(0 \le x \le 24, -\frac{1}{400}x^3 + \frac{89}{1000}x^2 - \frac{67}{100}x + \frac{153}{25}\right)$
2. N(x) → $\text{If}\left(0 \le x \le 24, -\frac{1}{6250}x^3 + \frac{1}{100}x^2 - \frac{31}{100}x + \frac{23}{20}\right)$
3. N(12) → $-\frac{17581}{12500}$
4. L(12) → $\frac{822}{125}$
5. abs($3 - $4) ≈ 7.98
6. N(24) ≈ −2.74
7. L(24) ≈ 6.74
8. abs($6 - $7) ≈ 9.49

d)

Når er temperaturforskjellen høyest?




$$D(x) = L(x) - N(x)$$

Ekstremalpunkt i $D(x)$ gir $(2.57, 4.53)$ og $(19.93, 10.65)$

$10.65 > 4.53$, så D(19.93) har høyest verdi og viser differansen 10.65°C.

19:93 er tiden med minutter i desimalform, men tid som vi bruker som standard bruker heksadesimal for minutter, og dermed må 93 konverteres fra desimal til heksadesimal.

$$\frac{93}{100} \cdot 60 = 55.8$$

Temperaturforskjellen var høyest kl. 19:56. (med en temperaturforskjell på 10.65°C.)

# Oppgave 2

$n = 1000$

25% av disse personene er under 30 år: $n \cdot 25\% = 250$

44% av de som er 30 år eller eldre kildesorterer: $n \cdot (100\% - 25\%) \cdot 44\% = 750 \cdot 44\% = 330$

14% av dem under 30 år gjør dette. (kildesorterer): $n \cdot 25\% \cdot 14\% = 35$

| | Sorterer | Sorterer ikke | Σ |
|---|---|---|---|
| 30 eller over | 330 | | |
| Under 30 | 35 | | 250 |
| Σ | | | 1000 |

a) Lag en krysstabell som illustrerer opplysningene gitt ovenfor

Sudoku.

| | Sorterer | Sorterer ikke | Σ |
|---|---|---|---|
| 30 eller over | 330 | 420 | 750 |
| Under 30 | 35 | 215 | 250 |
| Σ | 365 | 635 | 1000 |

b) Bestem sannsynligheten for at personen kildesorterer aluminiumsformer

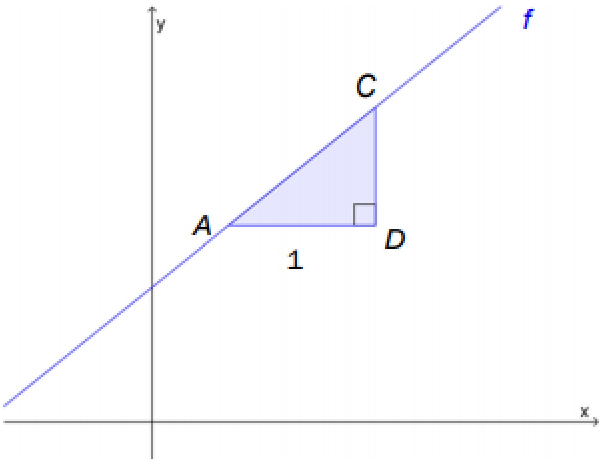
$$P(S) = \frac{365}{1000} = 36.5\%$$

c) Bestem sannsynligheten for at personen er under 30 år, gitt at de sorterer aluminiumsformer.

$$P(under\ 30|S) = \frac{35}{365} \approx 9.59\%$$

# Oppgave 3

$$f(x) = a \cdot x + b \ , \qquad a > 0$$




a) forklar at CD = a

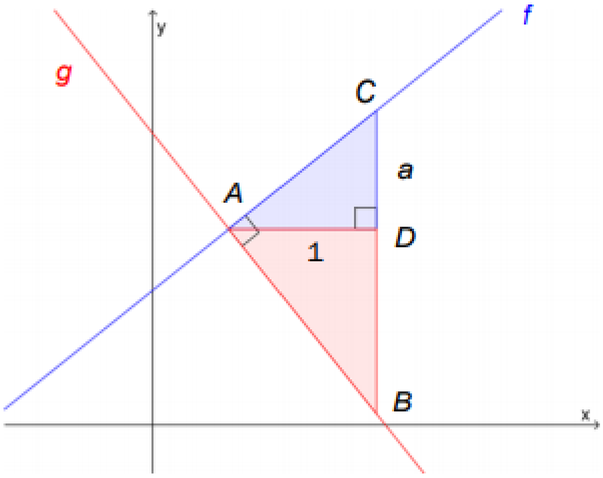
$$AD \ = \Delta x = 1$$

$$CD \ = \ f(\Delta x) = \Delta y$$

$$a \ = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{1} = CD$$

$$a = CD$$

grafen til $g$ er en rett linje som går gjennom A og står vinkelrett (ortogonal) på $f$.




b) Forklar at ΔADC og ΔBDA er formlike. (Tips: De er begge formlike med Δ ABC.)

vinkel BAC er 90°, vinkel ADC er 90°, vinkel ADB er 90°.

vi vet at AD halverer vinkel BAC til to vinkler på 45° i DAC og BAD siden y er parallell med CD, DB & CB, som er et resultat av at vinkel BAC er 90° og ADC og BDA er 90°.

Vi vet at ΔADC har to kjente vinkler: 90°i ADC & 45° i CAD, og må dermed ha 45° (siden dette er Euklidisk geometri som gir oss en vinkelsum 180° for alle trekanter) Dette er òg gjeldende for ΔBDA, som har kjente vinkler 90° og 45°(og dermed 45°for den siste). Siden vinkelforholdene er like, vil sideforhold være like, og ΔADC~ΔBDA

c) Bruk resultatet fra b) til å vise at $BD = \frac{1}{a}$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$$

$$\frac{BD}{1} = \frac{1}{CD}$$

$$BD = \frac{1}{a}$$

d)

Påstand:

*Dersom grafene til to lineære funksjoner står normalt på hverandre, vil produktet av stigningstallene være -1.*

Vis at påstanden er riktig.

$y = k \cdot x + b$ står normalt til $z = -k \cdot x + c$

$y' = k$ og $z' = -k$ er stigningstallene til y og z

$y' \cdot z' = k \cdot (-k) = -1 \cdot k^2$ , men dette viser minimal relevanse til oppgaven?

fra skissen:

$f = \frac{a}{1}x + p$ står normalt til $g = -\frac{1}{a}x + q$

$f' = a$ og $g' = -\frac{1}{a}$ er stigningstallene til *f* og *g*

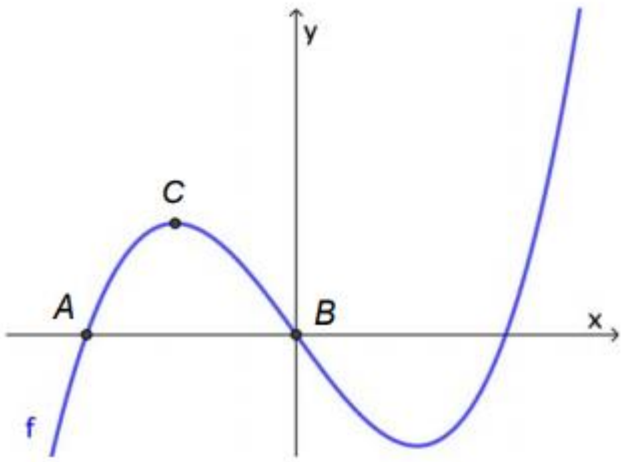
$f' \cdot g' = a \cdot \left(-\frac{1}{a}\right) = -1$

■

# Oppgave 4

$f(x) = x(x^2 - 8)$

A og B er nullpunkt til f og C er toppunkt på grafen til f.




a) Bruk CAS til å bestemme eksakte verdier for koordinatene til A, B, og C

$x(x^2 - 8) = 0$

$x \in \{-2\sqrt{2},\ 0,\ 2\sqrt{2}\}$

$A = \left(-2\sqrt{2},\ f(-2\sqrt{2})\right)$

$B = (0,\ f(0))$

$f'(x) = \frac{d}{dx}x(x^2 - 8) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 8 = 0$

$x \in \left\{-\frac{2\sqrt{6}}{3},\ \frac{2\sqrt{6}}{3}\right\}$

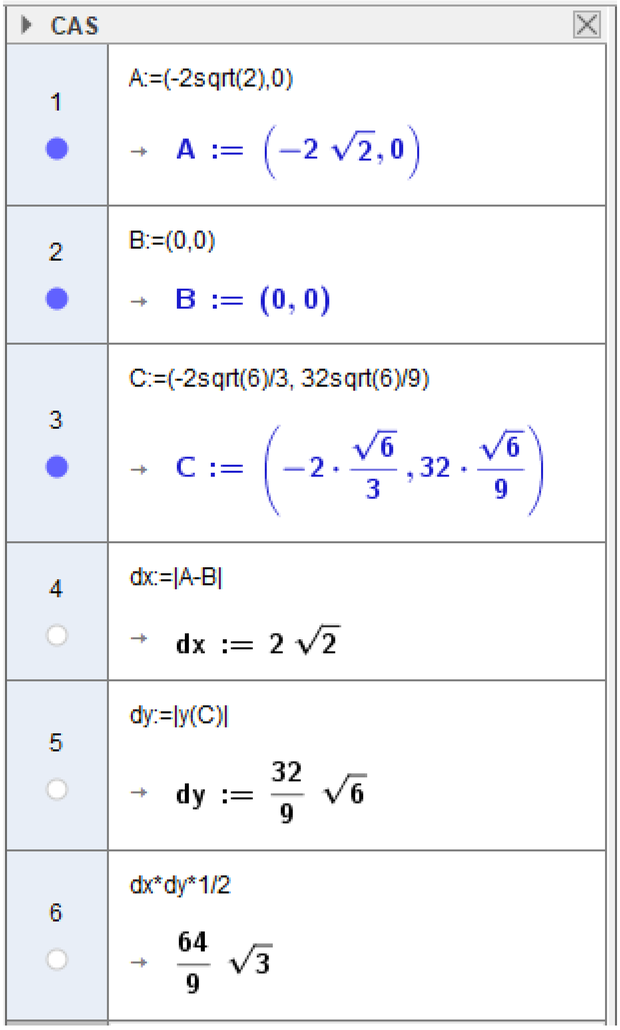
C må være ved $x = -\frac{2\sqrt{6}}{3}$ fordi B er ved origin (0, 0).

$C = \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\ f\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\right)$

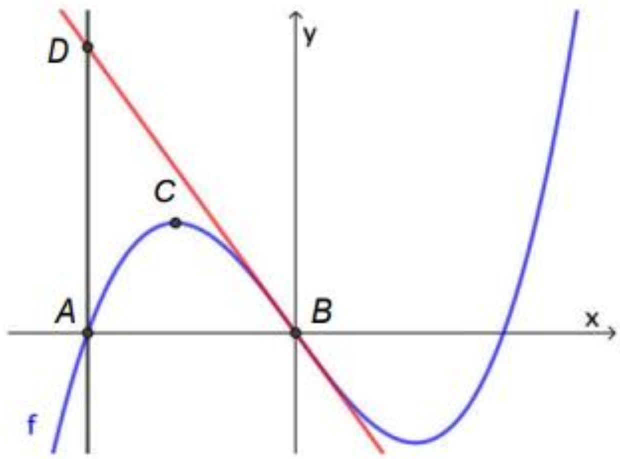
$A = (-2\sqrt{2},\ 0)$
$B = (0,\ 0)$
$C = \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\ 32 \cdot \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$

| | |
|---|---|
| 1 | f(x):=x(x^2-8)<br>→ $f(x) := x^3 - 8x$ |
| 2 | f(x)=0<br>Solve: $\{x = -2\sqrt{2}, x = 0, x = 2\sqrt{2}\}$ |
| 3 | A=(-2sqrt(2),f(-2sqrt(2)))<br>→ $A = (-2\sqrt{2}, 0)$ |
| 4 | B=(0,f(0))<br>→ $B = (0, 0)$ |
| 5 | Derivative(f)<br>→ $3x^2 - 8$ |
| 6 | $5 = 0<br>Solve: $\left\{x = -2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}, x = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}\right\}$ |
| 7 | C=((-2sqrt(6)/3), f(-2sqrt(6)/3))<br>→ $C = \left(-2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}, 32 \cdot \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ |

b) Bruk CAS til å bestemme eksakt verdi for arealet av trekant ΔABC




Areal: $\frac{64\sqrt{3}}{9}$




Punktet $D$ er skjæringspunktet mellom tangenten til grafen til $f$ i punktet $B$ og den vertikale linjen gjennom punktet $A$.

c) Bruk CAS til å bestemme eksakt verdi for forholdet mellom areal ΔABD og areal ΔABC

| CAS | |
|---|---|
| 1 | f(x) := x³ - 8x<br>→ $f(x) := x^3 - 8x$ |
| 2 | A:=(-2sqrt(2),0)<br>→ $A := \left(-2\sqrt{2}, 0\right)$ |
| 3 | B:=(0,0)<br>→ $B := (0, 0)$ |
| 4 | C:=(-2sqrt(6)/3, 32sqrt(6)/9)<br>→ $C := \left(-2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}, 32 \cdot \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ |
| 5 | eq1: x = x(A)<br>→ $eq1 : x = -2\sqrt{2}$ |
| 6 | g:=Tangent(B,f)<br>→ $g : y = -8x$ |
| 7 | D:=Intersect(eq1, g)<br>→ $D := \left\{\left(-2\sqrt{2}, 16\sqrt{2}\right)\right\}$ |
| 8 | 16sqrt(2)/(32sqrt(6)/9)<br>→ $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ |

\$1: definerer funksjonen f

\$2-4: definerer punktene A, B, & C

\$5: x=x verdien til A, gir den vertikale linjen gjennom A.

\$6: Tangenten til grafen f i B

\$7: D er skjæringspunktet med den vertikale linjen og tangenten.

\$8: Det er bare en forskjell i høyde på de to trekantene, og dermed tas det forholdet mellom høydene:

$$\frac{16\sqrt{2}}{\left(\frac{32\sqrt{6}}{9}\right)} = \frac{9 \cdot 16\sqrt{2}}{32\sqrt{6}}$$

$$\frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot \sqrt{2}}{2^5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^5 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{3^2 \cdot 2^4}{2^5 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = 3^2 \cdot 2^4 \cdot 2^{-5} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$3^{2-\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot 2^{4-5} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-1}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Forholdet er $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ mellom ΔABC og ΔABD.