Løsningsforslag eksamen 1T våren 2019

Del 1

Oppgave 1

$$\frac{4{,}5\cdot 10^{12}}{900}=\frac{45\cdot 10^{11}}{9\cdot 10^{2}}=\frac{45}{9}\cdot 10^{11-2}=\underline{\underline{5{,}0\cdot 10^{9}}}$$

Oppgave 2

Faktoriserer ved hjelp av ”sum og produkt”.

$$-x^2-2x+3=-\left(x^2+2x-3\right)=-\left(x-1\right)\left(x+3\right)$$

Grafen til uttrykket $-x^2-2x+3$ er en parabel som vender den hule siden ned (”sur munn”), så $-x^2-2x+3>0$ mellom nullpunktene.

$$\underline{\underline{-x^2-2x+3>0 \text{ når } -3<x<1}}$$

Oppgave 3

$$\begin{aligned}
\frac{x^2}{x^2-4}+\frac{3}{x-2}+\frac{1}{x+2}&=\frac{x^2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}+\frac{3\cdot\left(x+2\right)}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}+\frac{1\cdot\left(x-2\right)}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\\
&=\frac{x^2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}+\frac{3x+6}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}+\frac{x-2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\\
&=\frac{x^2+3x+6+x-2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\\
&=\frac{x^2+4x+4}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\\
&=\frac{\left(x+2\right)^2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}\\
&=\underline{\underline{\frac{x+2}{x-2}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 4

$$4^2\cdot 2^{-3}\cdot 27^{\frac{1}{3}}\cdot 64^{-\frac{2}{3}}=\left(2^2\right)^2\cdot 2^{-3}\cdot\sqrt[3]{27}\cdot\left(2^6\right)^{-\frac{2}{3}}=2^4\cdot 2^{-3}\cdot 3\cdot 2^{-\frac{2}{3}\cdot 6}=3\cdot 2^{4-3-4}=3\cdot 2^{-3}=\frac{3}{2^3}=\underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

Oppgave 5

Trekanten er likebeint. Dersom vi lar siden som har lengde 6 være grunnlinje, vil høyden dele trekanten i to like store, rettvinklede trekanter.

Høyden er da $\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$, og er motstående katet til vinkelen med størrelse *v*. Hosliggende katet vil ha lengde 3.

$$\underline{\underline{\tan v=\frac{4}{3}}}$$

Oppgave 6

$$\lg 100+\lg 1+\lg\sqrt{10}+\lg 0{,}001=\lg 10^2+0+\lg 10^{\frac{1}{2}}+\lg 10^{-3}=2+\frac{1}{2}-3=\frac{5}{2}-\frac{6}{2}=\underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

Oppgave 7

$$\lg\left(10^x\cdot 10^{2x}\right)=6$$
$$\lg\left(10^{x+2x}\right)=6$$
$$\lg 10^{3x}=6$$
$$3x=6$$
$$\underline{\underline{x=2}}$$

Oppgave 8

a)

$$kx^2+12x+9=0$$
$$gir$$
$$x=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot k\cdot 9}}{2\cdot k}$$

Når f er et fullstendig kvadrat, vil likningen over ha kun én løsning.
Det betyr at vi må ha:

$$12^2-4\cdot k\cdot 9=0$$
$$144-36k=0$$
$$-36k=-144$$
$$k=\frac{-144}{-36}$$
$$\underline{\underline{k=4}}$$

b)

$$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 = 4\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

$$så$$

$$f(x) = 0$$

$$gir$$

$$4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}$$

Oppgave 9

a)

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{72}{100} = 72\%$$

<u>Sannsynligheten for at toget er i rute begge dagene er 72 %</u>

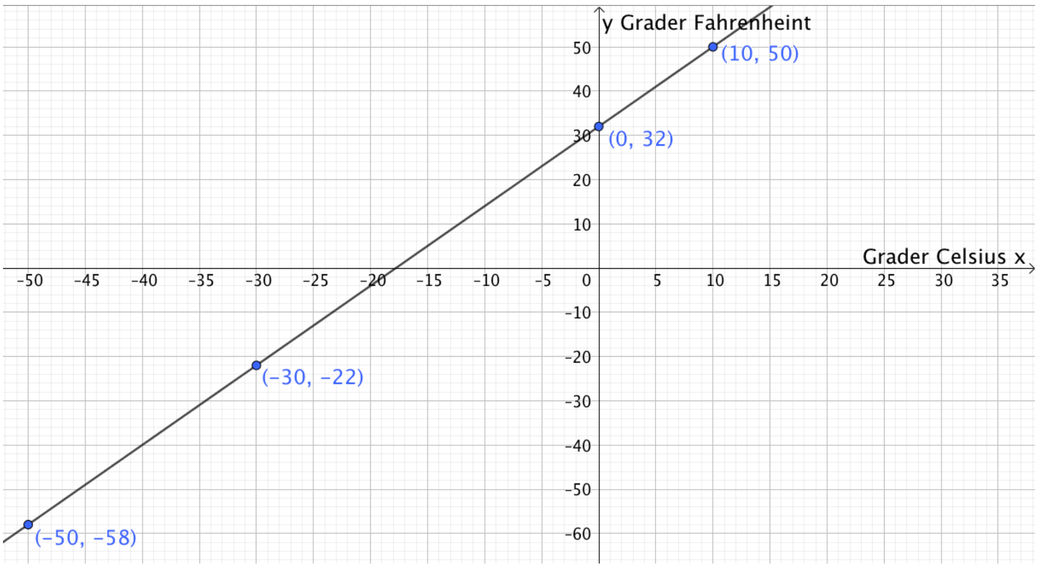
b) Dersom toget skal være i rute nøyaktig én av dagene, må det enten være i rute mandag og *ikke* i rute fredag, eller omvendt. Hendelsen kan altså skje på to måter.

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{10}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{8}{100} + \frac{18}{100} = \frac{26}{100} = 26\%$$

<u>Sannsynligheten for at toget er i rute nøyaktig én av dagene er 26 %</u>

Oppgave 10

a)



b) Ser at linja går gjennom ett punkt hvor *x*-koordinaten og *y*-koordinaten er lik, nemlig punktet (-40, -40).

<u>Dersom temperaturen er –40 grader ute, vil gradestokkene vise samme verdi</u>

c) Lar grader celsius representeres ved bokstaven *C* og grader fahrenheit representeres ved bokstaven *F*. (Bytter altså ut *x* og *y* med henholdsvis *C* og *F*).

Da vil likningen for den rette linja være $F = a \cdot C + b$, der *a* er stigningstallet og *b* er konstantleddet.
Bestemmer *a* ved hjelp av punktene (0,32) og (10,50):

$$a = \frac{50-32}{10-0} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}.$$

Siden linja går gjennom punktet (0,32), har vi at $b = 32$.

Vi har følgende formel for sammenhengen mellom grader celsius og grader fahrenheit:

$$\underline{\underline{F = \frac{9}{5}C + 32}}$$

d) $\frac{9}{5} \cdot 100 + 32 = 9 \cdot 20 + 32 = 180 + 32 = 212$, <u>som skulle vises</u>

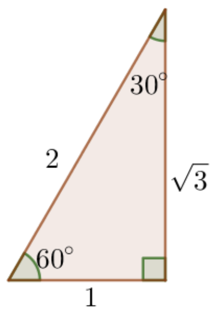
Oppgave 11

a) 1) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$, <u>som skulle vises</u>

2) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$, <u>som skulle vises</u>

b) I en "30-60-90-trekant" vil korteste katet være halvparten så lang som hypotenusen. Den korteste kateten og hypotenusen danner en vinkel på $60°$. Da vil forholdet mellom hosliggende katet til vinkelen på $60°$ og hypotenusen være $\frac{1}{2}$.

Skisse:



c) Bruker cosinussetningen

$$
\begin{aligned}
BC &= \sqrt{\left(\sqrt{75}\right)^2 + \left(\sqrt{48}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{75}\cdot\sqrt{48}\cdot\cos 60^\circ} \\
&= \sqrt{75+48-2\cdot 5\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}} \\
&= \sqrt{123-5\cdot 4\cdot 3} \\
&= \sqrt{123-60} \\
&= \sqrt{63} \\
&= \sqrt{9\cdot 7} \\
&= \sqrt{9}\cdot\sqrt{7} \\
&= \underline{\underline{3\sqrt{7}}}
\end{aligned}
$$

Oppgave 12

$$\frac{8\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sin 120^\circ}{2} = 12$$

$$gir$$

$$\sin 120^\circ = \frac{12\cdot 2}{8\cdot 2\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

<u>Som skulle vises</u>

Oppgave 13

Figuren kan deles inn i følgende elementer:

- ¾ av en sirkel med radius $3a$
- To linjestykker med lengder $2a$ og $3a$
- Hypotenusen i en trekant med kateter som har lengde $3a$ og $4a$

$$
\begin{aligned}
\frac{3\cdot 2\pi\cdot 3a}{4} + 2a + 3a + \sqrt{(3a)^2+(4a)^2} &= \frac{18\pi\cdot a}{4} + 5a + \sqrt{9a^2+16a^2} \\
&= \frac{9\pi\cdot a}{2} + 5a + \sqrt{25a^2} \\
&= \frac{9\pi\cdot a}{2} + 5a + 5a \\
&= \frac{9\pi\cdot a}{2} + 10a \\
&= \frac{9\pi\cdot a + 20a}{2} \\
&= \frac{(9\pi+20)a}{2}
\end{aligned}
$$

$$\underline{\underline{\text{Omkretsen er } \frac{(9\pi+20)a}{2}}} \text{ evt. } \underline{\underline{\frac{9\pi}{2}a + 10a}}$$

Oppgave 14

- Grafen til p må ha et stasjonært punkt når $x=0$ og tangenten i punktet $\left(-1, p(-1)\right)$ må ha negativt stigningstall. Dette passer kun med graf A.

- Grafen til q må ha momentan vekstfart -2 både når $x=1$ og $x=2$.
Dette passer kun med graf E.

- Grafen til r må stige med 6 i y-retning mellom $x=-2$ og $x=0$. Det passer kun med graf F.

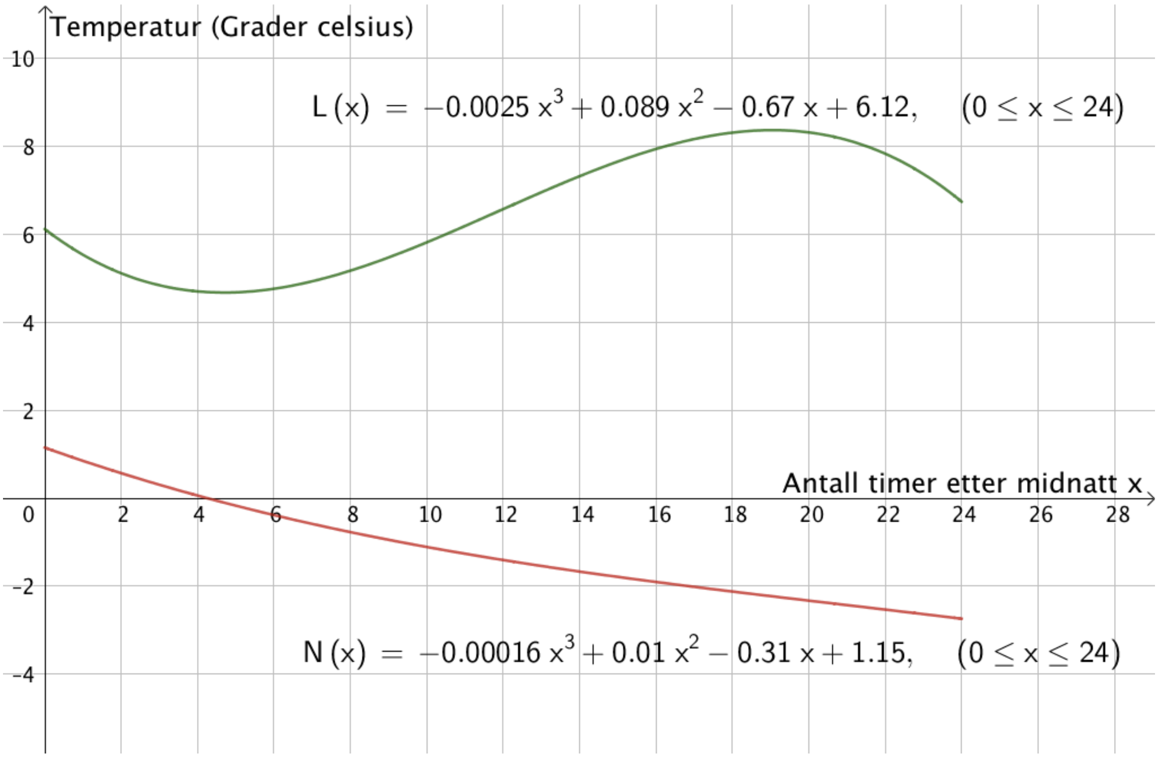
- Grafen til s må synke både i $\left(-2, s(-2)\right)$ og $\left(2, s(2)\right)$. Dette passer kun med graf B

<u>Graf A er grafen til *p*, graf E er grafen til *q*, graf F er grafen til *r* og graf B er grafen til *s*</u>

Del 2

Oppgave 1

a)



b) Bruker CAS

CAS	
1	L'(8)
	$\approx$ **0.27**
2	N'(8)
	$\approx$ **-0.18**

Den momentane vekstfarten til L og N når $x = 8$ er henholdsvis
<u>0,27 grader celsius per time og –0,18 grader celsius per time.</u>

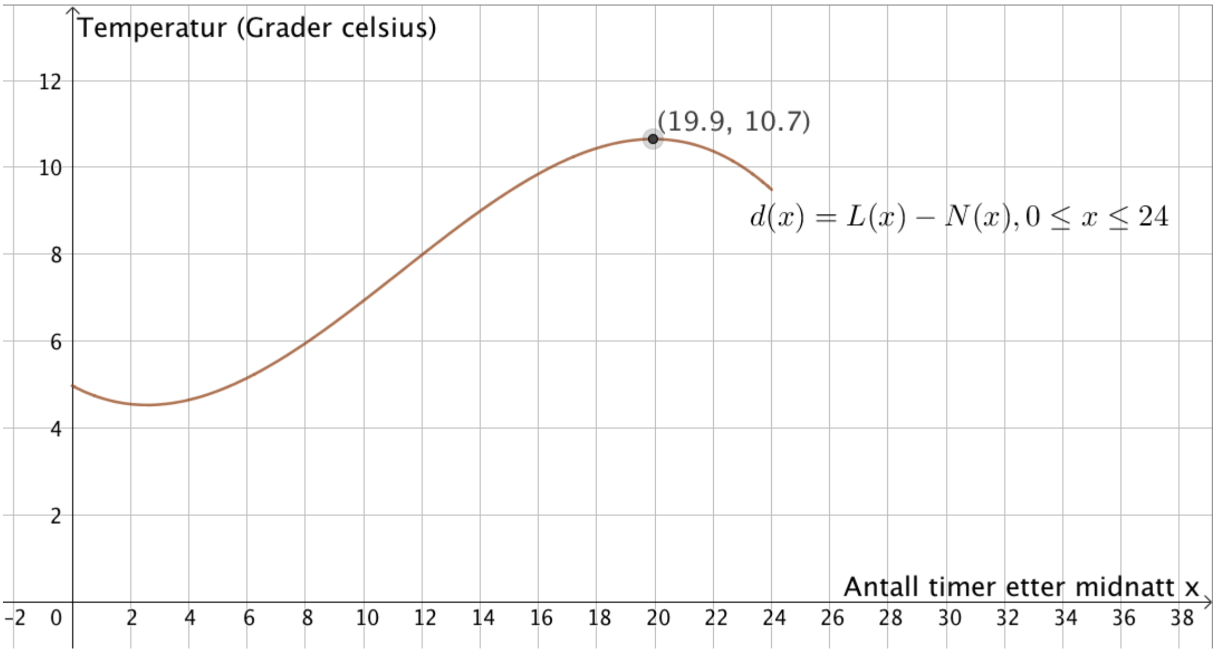
Svarene forteller at temperaturen stiger med 0,27 grader celsius ved Lindesnes klokka 08.00, mens den synker med 0,18 grader celsius ved Nordkapp kl.08.00.

c)

3	L(12)−N(12)
	≈ **7.98**

<u>Klokka 12.00 er temperaturforskjellen mellom Lindesnes og Nordkapp ca.8°C</u>

d) Lar funksjonen *d* beskrive differansen i temperaturen ved Lindesnes og temperaturen ved Nordkapp. Tegner grafen til *d* og finner toppunktet ved hjelp av knappen "ekstremalpunkt".



<u>Temperaturforskjellen er størst kl.19.54. Da er forskjellen 10,7°C</u>

Oppgave 2

a)

	Under 30 år	30 år eller eldre	Totalt
Kildesorterer aluminiumsformer	35	330	365
Kildesorterer ikke aluminiumsformer	215	420	635
Totalt	250	750	1000

b)

$$P(\text{Sorterer aluminiumsformer}) = \frac{365}{1000} = \frac{36,5}{100} = \underline{\underline{36,5\%}}$$

c)

$$P(\text{Under 30 år} \mid \text{Sorterer aluminiumsformer}) = \frac{35}{365} = \underline{\underline{\frac{7}{73} \approx 0,096 = 9,6\%}}$$

Oppgave 3

a) a er stigningstallet til den lineære funksjonen.

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{1} = CD$, så $CD = a$, <u>som skulle vises</u>

b) ΔADC og ΔABC er begge rettvinklede trekanter og de har $\angle C$ felles, så ΔADC og ΔABC er formlike.

ΔBDA og ΔABC er begge rettvinklede trekanter og de har $\angle B$ felles, så ΔBDA og ΔABC er formlike.

Siden ΔADC og ΔBDA begge er formlike med ΔABC, må de også være formlike med hverandre.

ΔADC og ΔBDA er formlike, <u>som skulle forklares</u>

c) Formlikhet gir:

$\frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow BD = \frac{AD}{CD} \cdot AD = \frac{1}{a} \cdot 1 = \frac{1}{a}$, <u>som skulle vises</u>

d)

Formlikheten vi forklarer i b) gjelder generelt når en rettvinklet trekant deles i to av en normal fra den rette vinkelen ned på hypotenusen.
Resultatene fra de forrige deloppgavene gir at stigningstallet til f er a, mens stigningstallet til g er $-\frac{1}{a}$. Dette vil gjelde generelt for to lineære funksjoner som står vinkelrett på hverandre.

Da vil produktet av stigningstallene bli:

$-\frac{1}{a} \cdot a = -1$

<u>Som skulle vises</u>

Oppgave 4

a)

CAS

1	f(x):=x(x²−8) → $f(x) := x^3 - 8x$
2	Nullpunkt(f) → $\{x = -2\sqrt{2}, x = 0, x = 2\sqrt{2}\}$
3	f'(x)=0,−2*sqrt(2)<x<0 Løs: $\left\{x = -\frac{2}{3}\sqrt{6}\right\}$
4	f(HøyreSide($3)) → $\left\{\sqrt{6}\cdot\frac{1}{9}\cdot 32\right\}$

$$\underline{\underline{A = \left(-2\sqrt{2}, 0\right),\ B = (0,0) \text{ og } C = \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}, \frac{32\sqrt{6}}{9}\right)}}$$

b)

CAS

1	A:=(−2*sqrt(2),0) → $A := \left(-2\sqrt{2}, 0\right)$
2	B:=(0,0) → $B := (0, 0)$
3	C:=(−2*sqrt(6)/3,32*sqrt(6)/9) → $C := \left(-2\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}, 32\cdot\frac{\sqrt{6}}{9}\right)$
4	g:=x(B)−x(A) → $g := \sqrt{2}\cdot 2$
5	h:=y(C) → $h := \sqrt{6}\cdot\frac{1}{9}\cdot 32$
6	Areal=g*h/2 → $\text{Areal} = \sqrt{3}\cdot\frac{1}{9}\cdot 64$

$$\underline{\underline{A_{\Delta ABC} = \frac{64\sqrt{3}}{9}}}$$

c)

CAS

1	f(x):=x(x²−8) → $f(x) := x^3 - 8\,x$
2	B:=(0,0) → $B := (0, 0)$
3	A:=(−2sqrt(2),0) → $A := \left(-2\,\sqrt{2}, 0\right)$
4	Kaller den vertikale linja gjennom A for l
5	l:=x=x(A) → $\ell : x = -\sqrt{2} \cdot 2$
6	Kaller tangenten i B for T
7	T:=Tangent(B, f) → $T : y = -8\,x$
8	D:=Skjæring(l, T) → $D := \left\{\left(-2\,\sqrt{2}, 16\,\sqrt{2}\right)\right\}$
9	C:=(−2*sqrt(6)/3,32*sqrt(6)/9) → $C := \left(-2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}, 32 \cdot \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$
10	Høydene i de to trekantene tilsvarer y-koordinatene til C og D
11	Siden grunnlinja er lik i de to trekantene, vil forholdet mellom høydene
12	også være forholdet mellom arealene
13	(16*sqrt(2))/(32*sqrt(6)/9) ✓ $\frac{16\,\sqrt{2}}{32 \cdot \frac{\sqrt{6}}{9}}$
14	(16sqrt(2)) / (32sqrt(6) / 9) → $\frac{3}{2}\,\sqrt{3}$

Forholdet mellom arealet av ΔABD og ΔABC er $\underline{\underline{\frac{3\sqrt{3}}{2}}}$