Løsningsforslag eksamen 2P høsten 2018

Del 1

Oppgave 1

1 5 1 3 3 1 4 2 4 0

Sorterer tallene i stigende rekkefølge

0 1 1 1 2 3 3 4 4 5

Median: $\dfrac{2+3}{2}=\dfrac{5}{2}=2{,}5$

Gjennomsnitt: $\dfrac{0+1+1+1+2+3+3+4+4+5}{10}=\dfrac{24}{10}=2{,}4$

Typetall: Det er flest som har svart 1, så typetallet er 1

Variasjonsbredde: $5-0=5$

Alle verdiene omhandler antall ganger de spurte elevene handler i kantinen i løpet av ei uke.

Medianen er 2,5, gjennomsnittet er 2,4, typetallet er 1 og variasjonsbredden er 5

Oppgave 2

Dersom 5 % av opprinnelig pris tilsvarer 40 kroner, må 100 % av opprinnelig pris være $20\cdot 40kr = 800kr$.

Varen kostet 800 kroner før prisen ble satt opp

Oppgave 3

Antall kopper kaffe som drikkes i Norge hver dag:

$$\frac{1920000L}{1{,}5dL}=\frac{19200000dL}{1{,}5dL}=\frac{19200000}{1{,}5}=\frac{192\cdot 10^5}{15\cdot 10^{-1}}=\frac{192}{15}\cdot 10^{5-(-1)}=12{,}8\cdot 10^6=\underline{\underline{1{,}28\cdot 10^7}}$$

Oppgave 4

$$3^3\cdot\frac{1}{9}-2^3\left(4-1\right)=27\cdot\frac{1}{9}-8\cdot 3=3-24=\underline{\underline{-21}}$$

Oppgave 5

a) Ser av tabellen at Tone hadde skåret 15 mål til sammen etter tre kamper og at hun hadde skåret 21 mål til sammen etter fire kamper.

Det betyr at Tone skåret 6 mål i kamp nummer 4

b) Tabellen forteller at Tone skåret 30 mål til sammen i løpet av de seks kampene.

$$\frac{30}{6}=5$$

<u>Tone skåret i gjennomsnitt 5 mål per kamp</u>

Oppgave 6

a)

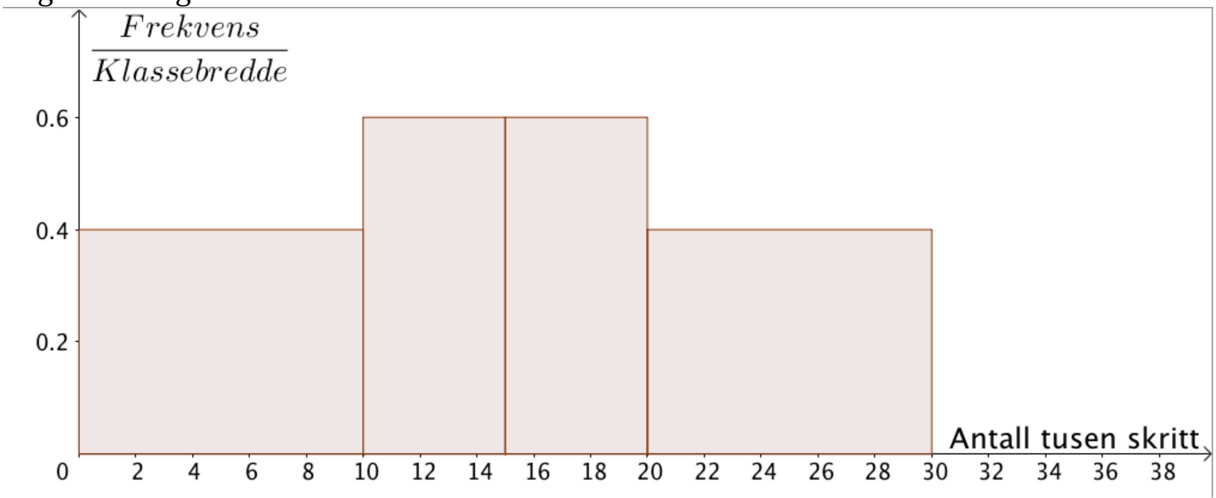
$$\frac{5\cdot 4+12{,}5\cdot 3+17{,}5\cdot 3+25\cdot 4}{14}=\frac{20+37{,}5+52{,}5+100}{14}=\frac{210}{14}=15$$

<u>Gjennomsnittet er 15 000 skritt per dag</u>

b) Regner ut histogramhøydene:

$$\frac{4}{10}=0{,}4 \qquad \frac{3}{5}=0{,}6 \qquad \frac{3}{5}=0{,}6 \qquad \frac{4}{10}=0{,}6$$

Tegner histogrammet:



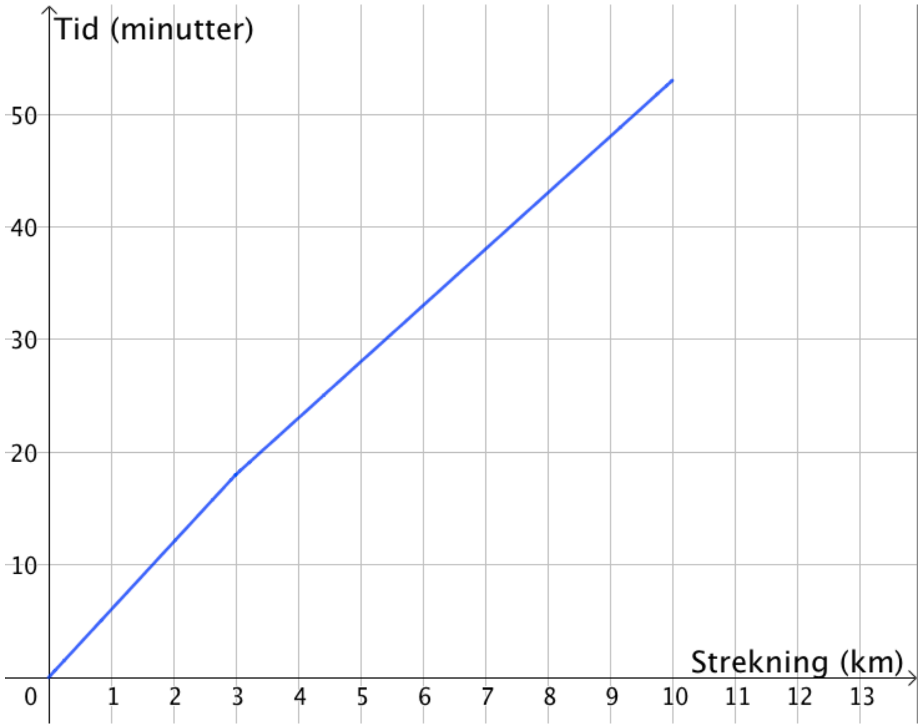
Oppgave 7

a) Når farten er 10 km/h, løper Anne 10 km på 60 minutter. Da vil hun bruke en tiendedel av tiden på en tiendedel av distansen. Anne bruker altså 6 minutter på hver kilometer hun springer når farten er 10 km/h. <u>Som skulle forklares</u>

b) Når farten er 12 km/h, løpet Anne 12 km på 60 minutter. Da vil hun bruke en tolvtedel av tiden på en tolvtedel av distansen.

<u>Anne bruker 5 minutter på hver kilometer hun springer når farten er 12 km/h.</u>

c)

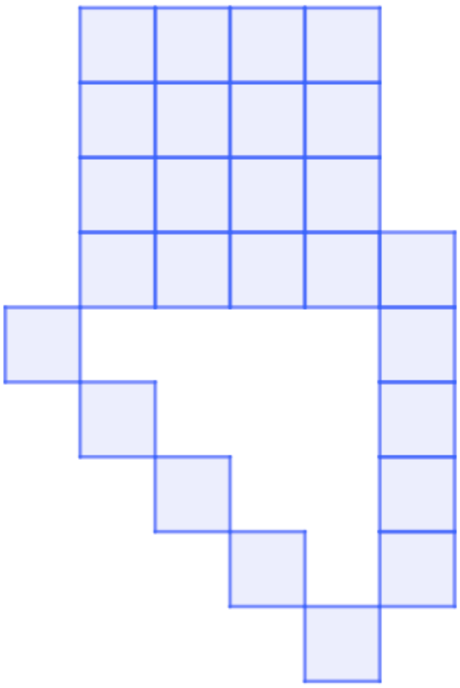


d) $3 \cdot 6\,\text{min} + 7 \cdot 5\,\text{min} = 18\,\text{min} + 35\,\text{min} = 53\,\text{min}$, så Anne bruker 53 minutter på å løpe 10 kilometer.

<u>Anne brukte 5,3 minutter (evt. 5 min og 18 s) per kilometer hun sprang</u>

Oppgave 8

a)



Figur 4

b) Den delen av figuren som dannes av små blå kvadrater på skrå nedover, øker med ett kvadrat når vi øker figurnummeret med én.
Den delen av figuren som består av små blå kvadrater oppå hverandre, til høyre i figuren, øker med ett kvadrat når figurnummeret øker med én.
I den delen av figuren som er et kvadrat som dannes av små blå kvadrater, øker sidelengden i dette kvadratet med én når figurnummeret øker med én.

$$(5+1)+(5+1)+(4+1)^2=6+6+25=37$$

<u>Det vil være 37 små, blå kvadrater i Figur 5</u>

c) Mønsteret som forklares i forrige deloppgave kan brukes til å bestemme et uttrykk for antall små, blå kvadrater i Figur *n*.

$$(n+1)+(n+1)+n^2=\underline{\underline{n^2+2n+2}}$$

d) Setter inn 100 for *n* i uttrykket jeg fant i forrige deloppgave.

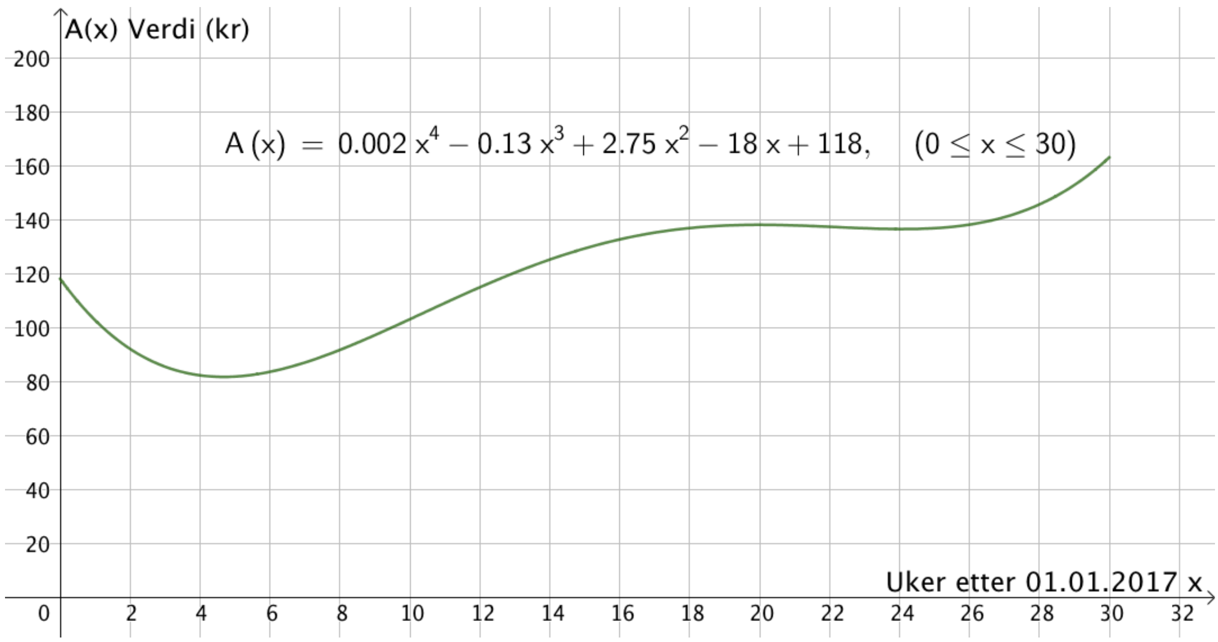
$$100^2+2\cdot 100+2=10000+200+2=10202$$

<u>Det vil være 10 202 små, blå kvadrat i Figur 100</u>

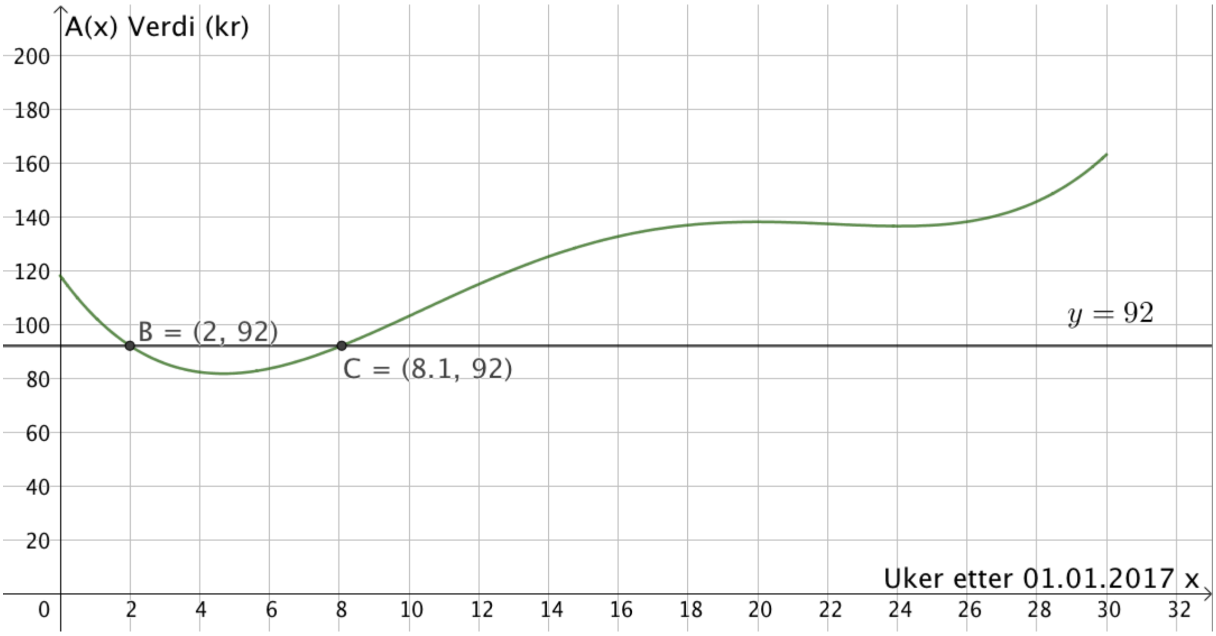
Del 2

Oppgave 1

a)

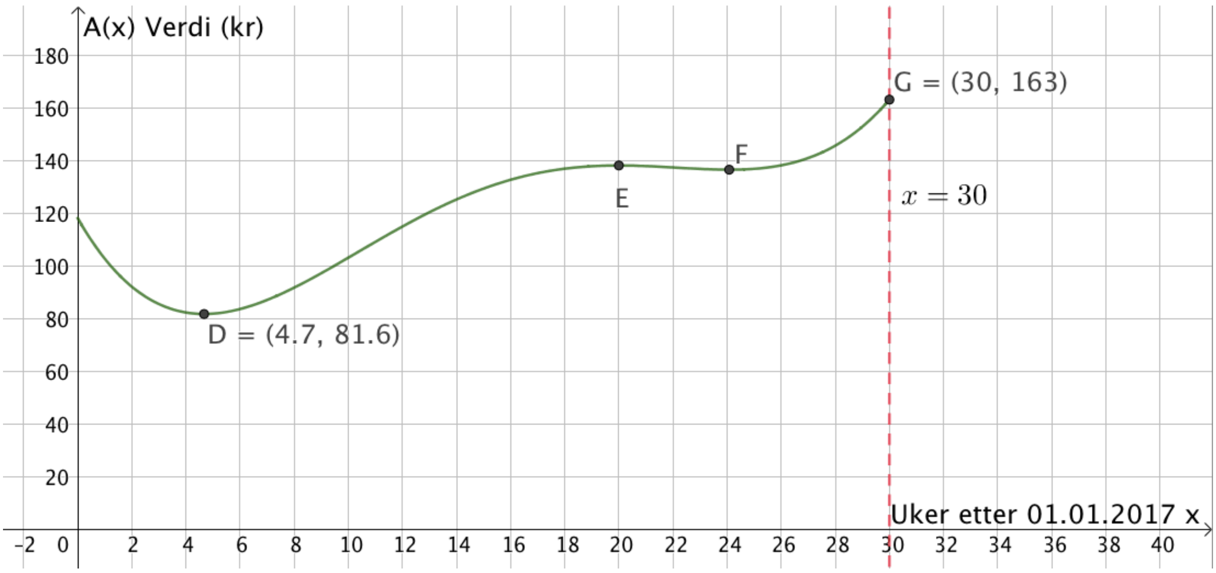


b) Tegner linja $y=92$ og finner skjæringspunktene mellom denne og grafen til A ved hjelp av "skjæring mellom to objekt". Får skjæringspunktene B og C.
(se bilde øverst på neste side)



<u>Verdien av aksjen var lavere enn 92 kroner i omtrent 6 uker</u>

c) Finner ekstremalpunktene på grafen til *A* ved hjelp av knappen "ekstremalpunkt". Får da de tre punktene *D, E* og *F*. Ser at det er punktet *D* som angir laveste verdi, så kan bruke dette. Det imidlertid ingen av de andre to punktene som angir høyeste verdi. Ser av grafen at verdien er høyest etter 30 uker. Tegner derfor linja $x = 30$ og finner skjæringspunktet mellom denne og grafen til *A* ved hjelp av "skjæring mellom to objekt". Får da punktet *G*.
(Se bilde under)



$$163 - 81,6 = 81,4$$

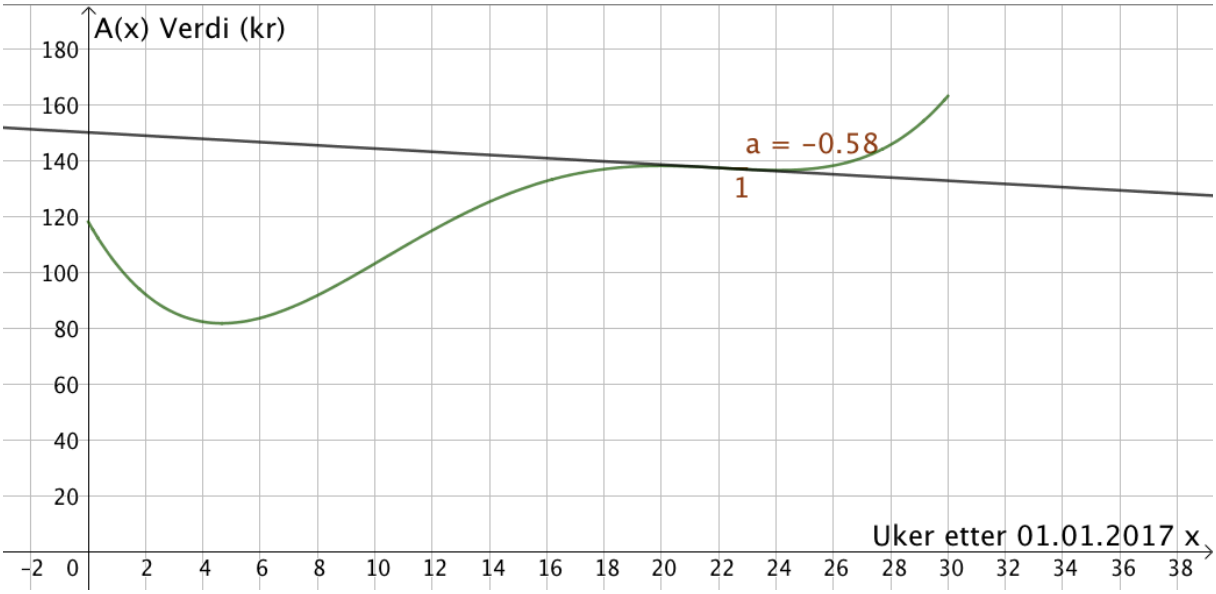
<u>Forskjellen mellom laveste og høyeste verdi av aksjen i løpet av de 30 første ukene var 81,4 kroner</u>

d) Konstantleddet til funksjonsuttrykket forteller at verdien av aksjen var 118 kroner den 1.januar 2017. Vi viste i forrige deloppgave at verdien var 163 kroner etter 30 uker.

$$\frac{163-118}{30}=\frac{45}{30}=1,5$$

<u>Aksjen steg i verdi med 1,5 kr per uke i gjennomsnitt de første 30 ukene i 2017</u>

e) Bruker kommandoen *"Tangent(<x-verdi>, <Funksjon>)"* for å få tangenten til grafen til *A* når *x* = 22. Bruker knappen "stigning" for å finne stigningstallet til denne tangenten. (Se bildet under)



<u>Den momentane vekstfarten er -0,58 kroner per uke når *x* = 22</u>

Svaret forteller at verdien til aksjen synker med 0,58 kroner per uke etter 22 uker.

Oppgave 2

I 2006 så personer mellom 16 og 24 år på TV omtrent 150 minutter per dag. I 2016 var tiden omtrent 65 minutter per dag.

$$\frac{150-65}{150}=\frac{85}{150}\approx 0,567$$

<u>Tiden personer mellom 16 og 24 år brukte til å se TV avtok med ca. 57 % i perioden</u>

Oppgave 3

a) $40000 \cdot 1{,}032^{9} = 53110{,}12$

<u>Truls vil ha 53 110,12 kroner på kontoen i begynnelsen av 2019</u>

b)

	A	B		C	
1	Årstall	Beløp på konto i begynnelsen av året		Beløp på konto i slutten av året	
2	2010	kr	40 000,00	kr	41 280,00
3	2011	kr	41 280,00	kr	42 600,96
4	2012	kr	42 600,96	kr	43 964,19
5	2013	kr	43 964,19	kr	45 371,04
6	2014	kr	45 371,04	kr	46 822,92
7	2015	kr	46 822,92	kr	48 321,25
8	2016	kr	48 321,25	kr	49 867,53
9	2017	kr	49 867,53	kr	51 463,29
10	2018	kr	51 463,29	kr	53 110,12
11	2019	kr	53 110,12	kr	54 809,64
12	2020	kr	54 809,64	kr	56 563,55
13	2021	kr	56 563,55	kr	58 373,58
14	2022	kr	58 373,58	kr	60 241,54
15					

Formler:

	A	B	C
1	Årstall	Beløp på konto i begynnelsen av året	Beløp på konto i slutten av året
2	2010	40000	=B2*1,032
3	2011	=C2	=B3*1,032
4	2012	=C3	=B4*1,032
5	2013	=C4	=B5*1,032
6	2014	=C5	=B6*1,032
7	2015	=C6	=B7*1,032
8	2016	=C7	=B8*1,032
9	2017	=C8	=B9*1,032
10	2018	=C9	=B10*1,032
11	2019	=C10	=B11*1,032
12	2020	=C11	=B12*1,032
13	2021	=C12	=B13*1,032
14	2022	=C13	=B14*1,032
15			
16			
17			

Vi ser at beløpet passerer 60 000 kroner i 2022 c)

	A	B		C	
28	2036	kr	90 726,07	kr	93 629,31
29	2037	kr	93 629,31	kr	96 625,45
30	2038	kr	96 625,45	kr	99 717,46
31	2039	kr	99 717,46	kr	102 908,42
32	2040	kr	94 908,42	kr	97 945,49
33	2041	kr	89 945,49	kr	92 823,75
34	2042	kr	84 823,75	kr	87 538,10
35	2043	kr	79 538,10	kr	82 083,32
36	2044	kr	74 083,32	kr	76 453,99
37	2045	kr	68 453,99	kr	70 644,52
38	2046	kr	62 644,52	kr	64 649,14
39	2047	kr	56 649,14	kr	58 461,92
40	2048	kr	50 461,92	kr	52 076,70
41	2049	kr	44 076,70	kr	45 487,15
42	2050	kr	37 487,15	kr	38 686,74
43	2051	kr	30 686,74	kr	31 668,72
44	2052	kr	23 668,72	kr	24 426,11
45	2053	kr	16 426,11	kr	16 951,75
46	2054	kr	8 951,75	kr	9 238,21
47	2055	kr	1 238,21	kr	1 277,83
48					

Formler:

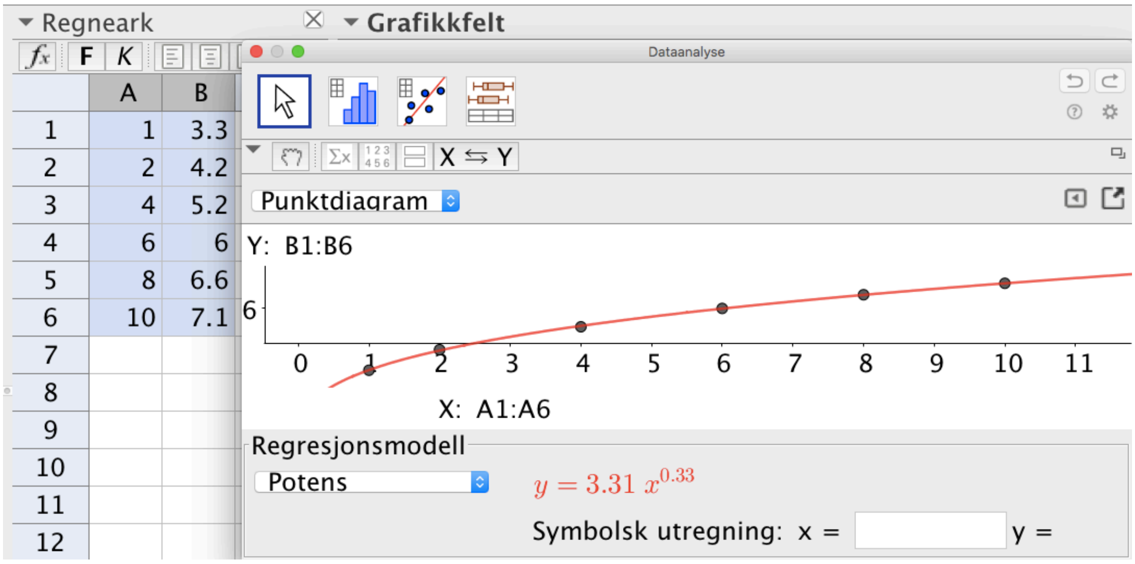
	A	B	C
28	2036	=C27	=B28*1,032
29	2037	=C28	=B29*1,032
30	2038	=C29	=B30*1,032
31	2039	=C30	=B31*1,032
32	2040	=C31-8000	=B32*1,032
33	2041	=C32-8000	=B33*1,032
34	2042	=C33-8000	=B34*1,032
35	2043	=C34-8000	=B35*1,032
36	2044	=C35-8000	=B36*1,032
37	2045	=C36-8000	=B37*1,032
38	2046	=C37-8000	=B38*1,032
39	2047	=C38-8000	=B39*1,032
40	2048	=C39-8000	=B40*1,032
41	2049	=C40-8000	=B41*1,032
42	2050	=C41-8000	=B42*1,032
43	2051	=C42-8000	=B43*1,032
44	2052	=C43-8000	=B44*1,032
45	2053	=C44-8000	=B45*1,032
46	2054	=C45-8000	=B46*1,032
47	2055	=C46-8000	=B47*1,032
48			
49			
50			
51			

Utvider regnearket fra forrige deloppgave og ser at beløpet på kontoen passerer 100 000 kroner i 2039. Så første uttak skjer i starten av 2040. Vi ser at Truls kan gjøre 16 uttak på 8000 kroner i starten av hvert år. Etter dette vil han kunne gjøre et mindre uttak på 1277,83 kroner, før det er tomt på kontoen.

<u>Truls kan altså gjøre 17 uttak før kontoen er tom</u>

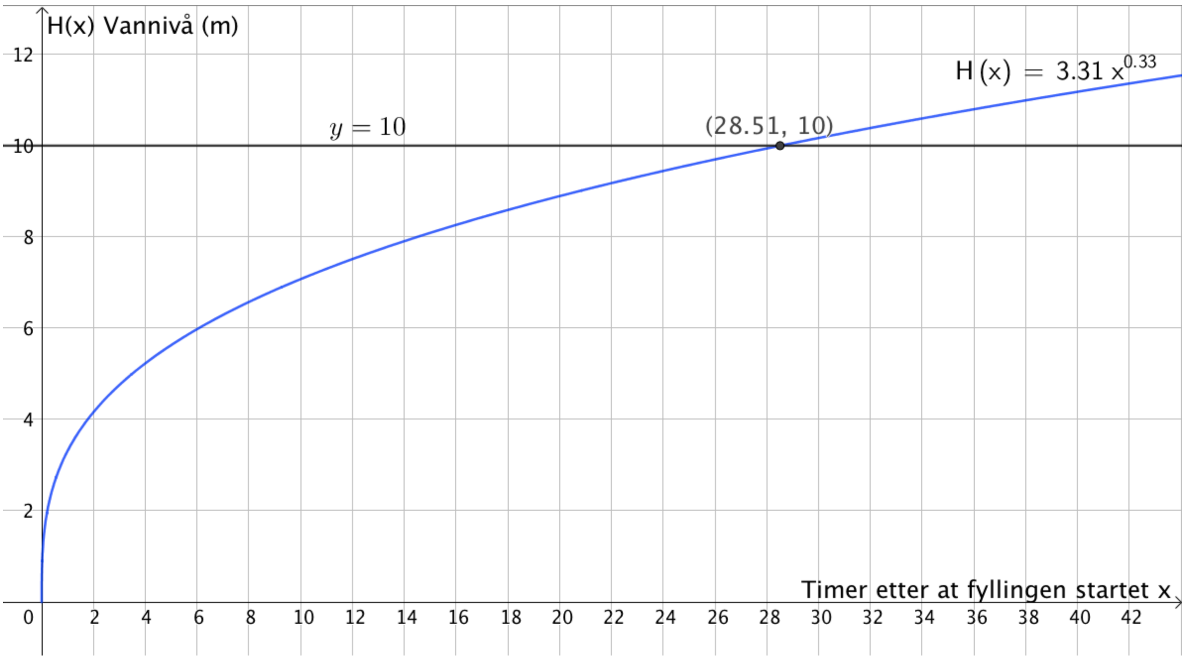
Oppgave 4

a) Legger inn verdiene i regnearket i GeoGebra og gjennomfører regresjonsanalyse. Velger potensmodell.



Vi ser at $H(x) = 3{,}31 \cdot x^{0{,}33}$ er en modell som passer godt med tallene i tabellen. Som skulle vises

b) Tegner grafen til H sammen med linja $y = 10$ og finner skjæringspunktet mellom disse ved hjelp av "skjæring mellom to objekt".



$$28{,}5 \cdot 18m^3 = 513m^3 = 513000L$$

Vannivået er 10 m etter 28,5 timer. Da er det 513 000 liter vann i tanken.

Oppgave 5

a)

	A	B	C	D
1	Alder (År)	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	[0,15>	937710	17,8 %	17,8 %
3	[15,25>	668322	12,7 %	30,5 %
4	[25,45>	1430973	27,2 %	57,8 %
5	[45,65>	1346490	25,6 %	83,4 %
6	[65,75>	505513	9,6 %	93,0 %
7	[75,90>	324700	6,2 %	99,2 %
8	[90,→>	44609	0,8 %	100,0 %
9	Sum	5258317	100,0 %	

Formler:

	A	B	C	D
1	Alder (År)	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	[0,15>	937710	=B2/$B$9	=C2
3	[15,25>	668322	=B3/$B$9	=D2+C3
4	[25,45>	1430973	=B4/$B$9	=D3+C4
5	[45,65>	1346490	=B5/$B$9	=D4+C5
6	[65,75>	505513	=B6/$B$9	=D5+C6
7	[75,90>	324700	=B7/$B$9	=D6+C7
8	[90,→>	44609	=B8/$B$9	=D7+C8
9	Sum	=SUMMER(B2:B8)	=SUMMER(C2:C8)	
10				
11				

b) Verdien i celle D7 forteller meg at <u>99,2 % av befolkningen var under 90 år</u>

c) Vi ser at den kumulative frekvensen passerer 50 % i intervallet [25,45>.

<u>Vi finner medianen innenfor intervallet [25,45></u>

d) Dersom Stian antar at befolkningen er *jevnt fordelt* innenfor de ulike aldersgruppene, kan han legge sammen frekvensene i celle B2 og B3 i tillegg til å legge til en fjerdedel av verdien i celle B4. Dersom personene i aldersgruppen [25,45> er jevnt fordelt innenfor intervallet, kan vi fordele dem slik at en fjerdedel er under 30, mens tre fjerdedeler er mellom 30 og 45 år.

$$937710 + 668322 + \frac{1430973}{4} = 1963775{,}25 \approx 1963775$$

Hvis Stian tar utgangspunkt i antagelsen som er beskrevet over, kan han argumentere for påstanden sin ved å vise utregningen som er vist her.

Oppgave 6

a) Er litt vrient å avgjøre verdiene nøyaktig, så her må man bare prøve så godt man kan. Bruker regnearket i GeoGebra.

Regneark

	A	B	C
1	***Måned***	***Nedbørsmengde (mm) – Sjåk***	***Nedbørsmengde (mm) – Brekke***
2	Januar	23	300
3	Februar	20.5	180
4	Mars	41	245
5	April	27.5	240
6	Mai	27	80
7	Juni	31	210
8	Juli	70.5	125
9	August	61	250
10	September	38	120
11	Oktober	65	440
12	November	70	480
13	Desember	67.5	410

b) Lager to lister med nedbørsmengdene de to stedene. Bruker så kommandoene *"Gjennomsnitt(<Liste med rådata>)"* og *" Standardavvik(<Liste med rådata>)"*.

Algebrafelt

Liste

Brekke = {300, 180, 245, 240, 80, 210, 125, 250, 120, 440, 480, 410}

Sjåk = {23, 20.5, 41, 27.5, 27, 31, 70.5, 61, 38, 65, 70, 67.5}

Tall

Gjennomsnitt$_B$ = 256.7

Gjennomsnitt$_S$ = 45.2

Standardavvik$_B$ = 124

Standardavvik$_S$ = 19.2

Sjåk: Gjennomsnittet er 45,2 mm/mnd. og standardavviket er 19,2mm

Brekke: Gjennomsnittet er 256,7 mm/mnd. og standardavviket er 124 mm

c) Gjennomsnittene vi fant i forrige deloppgave forteller at det generelt er mer nedbør i Brekke enn i Sjåk. Vi ser at det relative standardavviket er ganske stort for begge, noe som sier at nedbørsmengden varierer mye gjennom året begge steder. Standardavviket i Brekke er mye større enn i Sjåk, så her er variasjonene i nedbørsmengde vesentlig større når vi ser konkret på nedbørsmengde i millimeter.

Oppgave 7

Situasjon 1:
Eksponentiell vekst med vekstfaktor større enn 1, så vil øke mer og mer etter hvert som *x* vokser.

<u>Graf A beskriver situasjon 1</u>

Situasjon 2:
Avtar med en fast verdi hver gang *x* øker med én enhet.
Lineær vekst med negativt stigningstall.

<u>Graf D beskriver situasjon 2</u>

Situasjon 3:
Innbyggertallet vokser, men veksten avtar slik at innbyggertallet etter hvert flater ut.

<u>Graf B beskriver situasjon 3</u>

Situasjon 4:
Eksponentiell vekst med vekstfaktor mindre enn 1. Synker raskt i starten, men avtar mindre og mindre etter hvert.

<u>Graf F beskriver situasjon 4</u>