

Korrigerings av oppgave 3 i høsts eksamen 2017, løsningsforslag fra Metis Akademiet.

$$\left. \begin{aligned} x + y + 2z &= -3 \\ x + 3y + z &= 2 \\ 2x + y + 2z &= 2 \end{aligned} \right\}$$

Løsning av ligningssystem med 3 ukjente verdier ved hjelp av Gauss-reduksjon.

$$\begin{array}{l} F_1 : \\ F_2 : \\ F_3 : \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & -2 & 8 \end{pmatrix}}_{\begin{array}{l} F'_1 = F_1 \\ F'_2 = F_1 + (-F_2) \\ F'_3 = -2F_1 + F_3 \end{array}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & -5 & 21 \end{pmatrix}}_{\begin{array}{l} F''_1 = F'_1 \\ F''_2 = F'_2 \\ F''_3 = -F'_2 + 2F'_3 \end{array}}$$

Fra tredje linjen ( $F''_3$ ) får vi:

$$\begin{aligned} -5z &= 21 \\ z &= -\frac{21}{5} \end{aligned}$$

Erstatter z i linjen ( $F''_2$ ):

$$\begin{aligned} -2y + z &= -5 \\ -2y - \frac{21}{5} &= -5 \\ -10y - 21 &= -25 \\ y &= \frac{-25 + 21}{-10} \\ y &= \frac{-4}{-10} \\ y &= \frac{4}{10} \\ y &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Erstatter z og y i første ligningen ( $F''_1$ ), da finner vi x:

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= -3 \\ x + \frac{4}{10} + 2\left(-\frac{21}{5}\right) &= -3 \\ x + \frac{4}{10} - \frac{42}{5} &= -3 \\ 10x + 4 - 84 &= -30 \\ x &= \frac{-30 - 4 + 84}{10} \\ x &= \frac{50}{10} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Setter prøve på svaret med verdiene regnet tidligere:

$$x = 5 \quad ; \quad y = \frac{2}{5} \quad ; \quad z = -\frac{21}{5}$$

$$x + y + 2z = -3$$

$$5 + \frac{2}{5} - 2\frac{21}{5} = -3$$

$$5 + \frac{2}{5} - \frac{42}{5} = -3$$

$$25 + 2 - 42 = -15$$

$$27 - 42 = -15$$

$$-15 = -15$$

(Riktig)

$$x + 3y + z = 2$$

$$5 + 3\frac{2}{5} - \frac{21}{5} = 2$$

$$5 + \frac{6}{5} - \frac{21}{5} = 2$$

$$25 + 6 - 21 = 10$$

$$31 - 21 = 10$$

$$10 = 10$$

(Riktig)

$$2x + y + 2z = 2$$

$$2 \cdot 5 + \frac{2}{5} - 2\frac{21}{5} = 2$$

$$10 + \frac{2}{5} - \frac{42}{5} = 2$$

$$50 + 2 - 42 = 10$$

$$52 - 42 = 10$$

$$10 = 10$$

(Riktig)

---

Setter prøve på svaret med verdiene Metis Akademiet har fått:

Oppgave 3.-

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = -3 \\ x + 3y + z = 2 \\ 2x + y + 2z = 2 \end{array} \right\}$$

Følgende verdier ble oppgitt i løsningsforslaget:

$$x = 2 \quad ; \quad y = 1 \quad ; \quad z = -3$$

$$x + y + 2z = -3$$

$$2 + 1 + 2(-3) = -3$$

$$2 + 1 - 6 = -3$$

$$3 - 6 = -3$$

$$-3 = -3$$

(Riktig)

$$x + 3y + z = 2$$

$$2 + 3 + (-3) = 2$$

$$2 + 3 - 3 = 2$$

$$2 = 2$$

(Riktig)

$$2x + y + 2z = 2$$

$$2 \cdot 2 + 1 + 2(-3) = 2$$

$$4 + 1 - 6 = 2$$

$$5 - 6 \neq 2$$

$$-1 \neq 2$$

(Feil)