Utdanningsdirektoratet

Eksamen

28.05.2018

MAT1013 Matematikk 1T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 13 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv.: • Trekantar: «Grunntall 10» Elektronisk Undervisningsforlag AS • Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 5x+2y=4 \\ 3x+4y=-6 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 2 (1 poeng)

Løys likninga

$$3\cdot 10^{x}=3000$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{\left(0,5\cdot 10^{6}\right)^{2}}{0,2\cdot 10^{-4}+3\cdot 10^{-5}}$$

Oppgåve 4 (1 poeng)

Vis at

$$\sqrt{15}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{48}=\sqrt{3}$$

Oppgåve 5 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret så enkelt som mogleg

$$\lg 1000 \cdot \lg \sqrt[3]{10} \cdot \lg \sqrt[5]{10^2} \cdot \lg 0{,}00001$$

Oppgåve 6 (3 poeng)

a) Vis at

$$x(x+2)(x-4) = x^3 - 2x^2 - 8x$$

b) Løys likninga

$$x^3 - 2x^2 - 8x = 0$$

Oppgåve 7 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

Oppgåve 8 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + kx + 4$$

For kva verdiar av k har grafen til f

- ingen skjeringspunkt med x- aksen
- eitt skjeringspunkt med x- aksen
- to skjeringspunkt med x- aksen

Oppgåve 9 (3 poeng)

a) Vis at

$$\frac{x+2+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{3x}}=\frac{3x^2+6x+3}{x^2-1}$$

b) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{x+2+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{3x}}$$

Oppgåve 10 (4 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x)=x^3+2x^2+1$$

a) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til f i intervallet $[-2,2]$.

b) Bestem likninga for tangenten til grafen til f i punktet $(1,f(1))$.

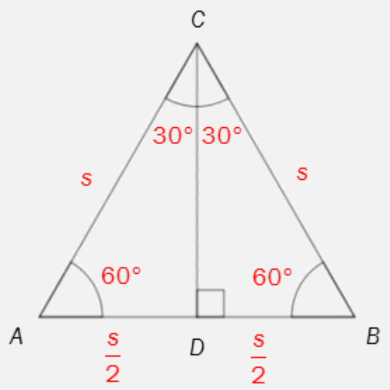
Oppgåve 11 (3 poeng)

Tenk deg at du kastar ein raud og ein blå terning.

Avgjer kva for eit av dei to alternativa nedanfor som er mest sannsynleg.

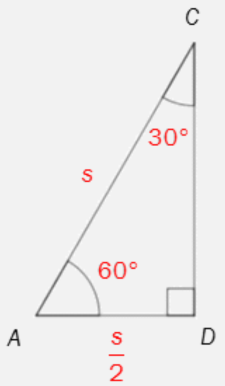
- Terningane viser like mange auge.
- Summen av auga er 5 eller mindre.

Oppgåve 12 (6 poeng)



I ein likesida trekant er alle sidene like lange og alle vinklane 60°. Høgda på ei av sidene halverer denne sida.

Høgda deler den likesida trekanten i to like store rettvinkla trekantar.



I denne rettvinkla trekanten er vinklane 30°, 60° og 90°. I tillegg er hypotenusen dobbelt så lang som den minste kateten.

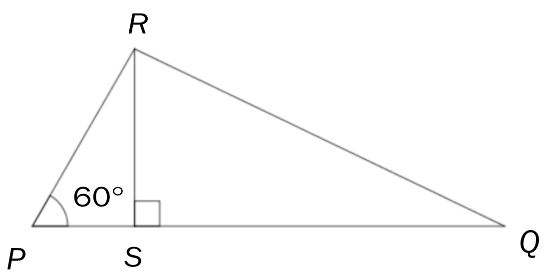
Denne samanhengen kallar vi 30°, 60° og 90°-setninga.

Ovanfor ser du to avsnitt frå ei lærebok for 10. klasse.

a) Vis at $DC = \dfrac{s\sqrt{3}}{2}$.

b) Bruk $\triangle ADC$ til å vise at $\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

I trekanten PQR er $PQ = 8$ og $PR = 2\sqrt{3}$. Sjå skissa nedanfor.



c) Bestem arealet av ΔPQR.

d) Vis at $\tan Q = \dfrac{3}{8 - \sqrt{3}}$

Oppgåve 13 (4 poeng)

Fire andregradsfunksjonar p , q , r og s er gitt ved

$p(x) = x^2 - 2x$

$q(x) = x^2 + 2x - 2$

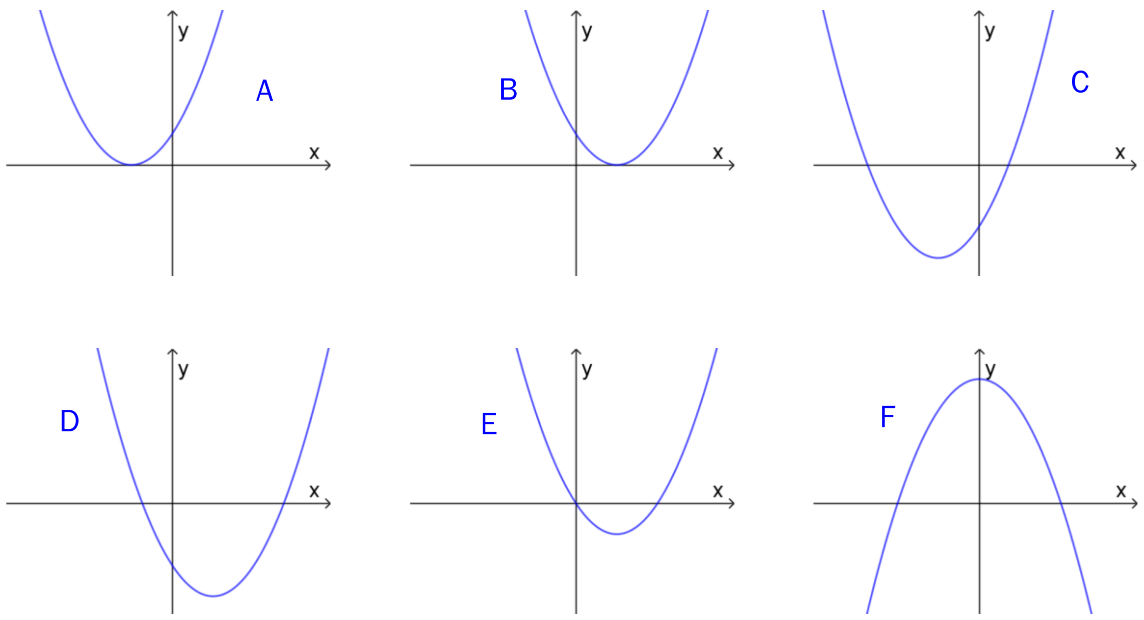
$r(x) = 4 - x^2$

$s(x) = x^2 - 2x - 2$

Nedanfor ser du seks grafar.

Kva for graf er grafen til p?
Kva for graf er grafen til q?
Kva for graf er grafen til r?
Kva for graf er grafen til s?

Hugs å grunngi svara dine.



DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

År	Pris (kroner)
1970	1
1980	4
1990	8
2000	14
2010	20
2017	25

Tabellen ovanfor viser kor mykje ein kroneis kosta nokre utvalde år i perioden frå 1970 til 2017.

a) Legg opplysningane i tabellen ovanfor inn som punkt i eit koordinatsystem der x - aksen viser talet på år etter 1970 og y - aksen viser pris (kroner).

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 0{,}0054x^2 + 0{,}26x + 0{,}9 \quad , \quad x \in [0, 50]$$

b) Teikn grafen til f i same koordinatsystem som du brukte i oppgåve a).

I resten av denne oppgåva skal du bruke funksjonen f som ein modell som viser prisen $f(x)$ kroner for ein kroneis x år etter 1970.

c) Når var prisen for ein kroneis 16 kroner, ifølgje modellen?

d) Kor mykje har prisen for ein kroneis i gjennomsnitt stige med per år frå 1975 til 2015?

Oppgåve 2 (4 poeng)

Ved ein vidaregåande skole er det 640 elevar. I ei undersøking blei elevane spurde om når dei legg seg kvelden før ein skoledag.

- $\frac{1}{4}$ av elevane svarte at dei legg seg før klokka 23.

Det viser seg at

- $\frac{4}{5}$ av elevane som legg seg før klokka 23, har eit karaktersnitt over fire
- $\frac{1}{3}$ av elevane som legg seg etter klokka 23, har eit karaktersnitt over fire

a) Lag ein krysstabell som illustrerer opplysningane som er gitt ovanfor.

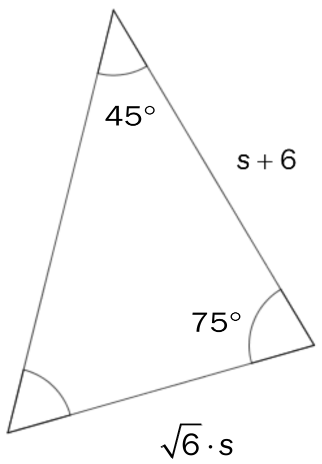
Tenk deg at vi trekkjer ut ein elev ved skolen tilfeldig.

b) Bestem sannsynet for at eleven har eit karaktersnitt over fire.

Tenk deg at den eleven vi trekte i oppgåve b), har et karaktersnitt over fire.

c) Bestem sannsynet for at denne eleven legg seg før klokka 23 kvelden før ein skoledag.

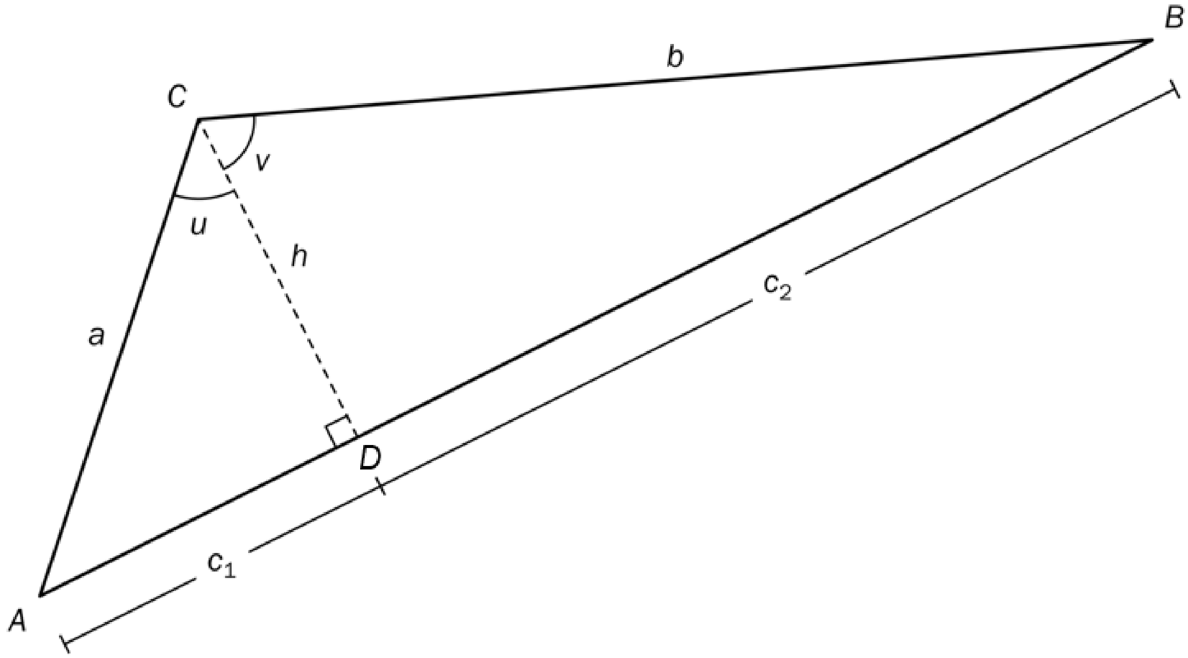
Oppgåve 3 (2 poeng)



Gitt trekanten ovanfor.

Bruk CAS til å bestemme s.

Oppgåve 4 (6 poeng)



Figuren ovanfor viser to rettvinkla trekantar, $\triangle ADC$ og $\triangle DBC$. $AC = a$, $BC = b$, $AD = c_1$, $DB = c_2$ og $CD = h$ er høgda frå C på AB.

Maria påstår at høgda h kan uttrykkjast på to ulike måtar:

1) $h = a \cdot \cos u$
2) $h = b \cdot \cos v$

a) Vis at Maria har rett.

For å bestemme arealet T av $\triangle ABC$ vil Maria rekne slik: $T = \dfrac{c_1 \cdot h}{2} + \dfrac{c_2 \cdot h}{2}$

b) Bruk mellom anna resultatet frå oppgåve a), og vis at dette uttrykket for arealet kan skrivast som

$$T = \frac{a \cdot \sin u \cdot b \cdot \cos v}{2} + \frac{b \cdot \sin v \cdot a \cdot \cos u}{2}$$

Mats bruker arealsetninga og får at arealet av trekanten også kan skrivast slik:

$$T = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(u + v)$$

c) Bruk dette uttrykket og uttrykket du har for arealet frå oppgåve b), til å vise at

$$\sin(u + v) = \sin u \cdot \cos v + \sin v \cdot \cos u$$

Oppgåve 5 (6 poeng)

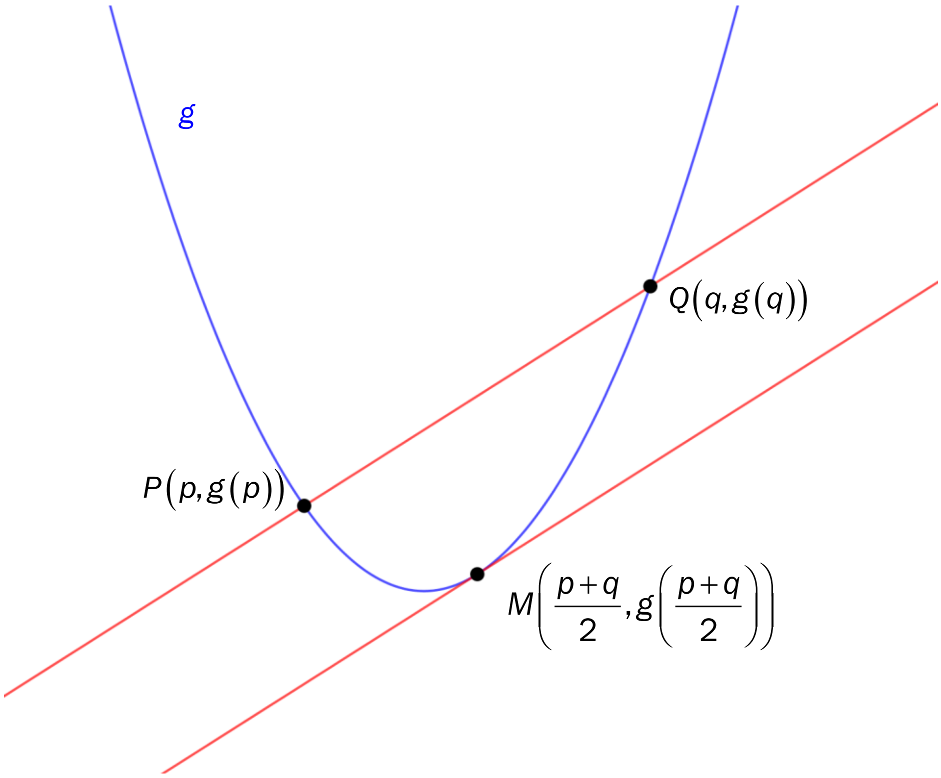
Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

a) Vis at tangenten til grafen til f i punktet $\left(4, f(4)\right)$ er parallell med linja som går gjennom punkta $\left(2, f(2)\right)$ og $\left(6, f(6)\right)$.

Nedanfor ser du grafen til ein funksjon g gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad , \quad a \neq 0$$



b) Bruk CAS til å bestemme stigingstalet til tangenten til grafen til g i punktet $M\left(\frac{p+q}{2}, g\left(\frac{p+q}{2}\right)\right)$.

c) Vis at linja gjennom punkta $P(p, g(p))$ og $Q(q, g(q))$ er parallell med tangenten i oppgåve b).

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 13 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Trekanter: «Grunntall 10» Elektronisk Undervisningsforlag AS • Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 5x+2y=4 \\ 3x+4y=-6 \end{bmatrix}$$

Oppgave 2 (1 poeng)

Løs likningen

$$3\cdot 10^{x} = 3000$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{\left(0,5\cdot 10^{6}\right)^{2}}{0,2\cdot 10^{-4}+3\cdot 10^{-5}}$$

Oppgave 4 (1 poeng)

Vis at

$$\sqrt{15}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{48}=\sqrt{3}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig

$$\lg 1000 \cdot \lg \sqrt[3]{10} \cdot \lg \sqrt[5]{10^2} \cdot \lg 0{,}00001$$

Oppgave 6 (3 poeng)

a) Vis at

$$x(x+2)(x-4) = x^3 - 2x^2 - 8x$$

b) Løs likningen

$$x^3 - 2x^2 - 8x = 0$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

Oppgave 8 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + kx + 4$$

For hvilke verdier av k har grafen til f

- ingen skjæringspunkter med x- aksen
- ett skjæringspunkt med x- aksen
- to skjæringspunkter med x- aksen

Oppgave 9 (3 poeng)

a) Vis at

$$\frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{x}{3}-\frac{1}{3x}}=\frac{3x^2+6x+3}{x^2-1}$$

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{x}{3}-\frac{1}{3x}}$$

Oppgave 10 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x)=x^3+2x^2+1$$

a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-2,2]$.

b) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$.

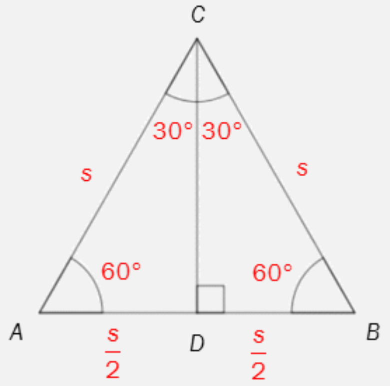
Oppgave 11 (3 poeng)

Tenk deg at du kaster en rød og en blå terning.

Avgjør hvilket av de to alternativene nedenfor som er mest sannsynlig.

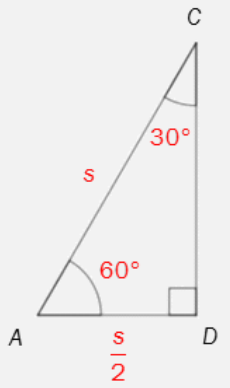
- Terningene viser samme antall øyne.
- Summen av antall øyne er 5 eller mindre.

Oppgave 12 (6 poeng)



I en likesidet trekant er alle sidene like lange og alle vinklene $60°$. Høyden på en av sidene halverer denne siden.

Høyden deler den likesidete trekanten i to like store rettvinklete trekanter.



I denne rettvinklete trekanten er vinklene $30°$, $60°$ og $90°$. I tillegg er hypotenusen dobbelt så lang som den minste kateten.

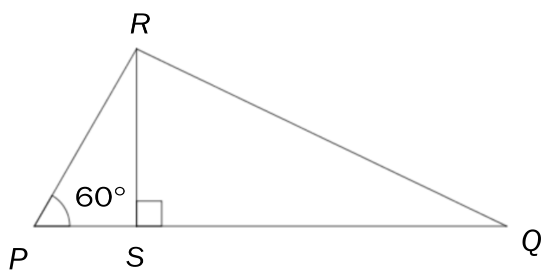
Denne sammenhengen kalles $30°$, $60°$ og $90°$-setningen.

Ovenfor ser du to avsnitt fra en lærebok for 10. klasse.

a) Vis at $DC = \dfrac{s\sqrt{3}}{2}$.

b) Bruk $\triangle ADC$ til å vise at $\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

I trekanten PQR er $PQ = 8$ og $PR = 2\sqrt{3}$. Se skissen nedenfor.



c) Bestem arealet av ΔPQR.

d) Vis at $\tan Q = \dfrac{3}{8-\sqrt{3}}$

Oppgave 13 (4 poeng)

Fire andregradsfunksjoner p , q , r og s er gitt ved

$p(x) = x^2 - 2x$

$q(x) = x^2 + 2x - 2$

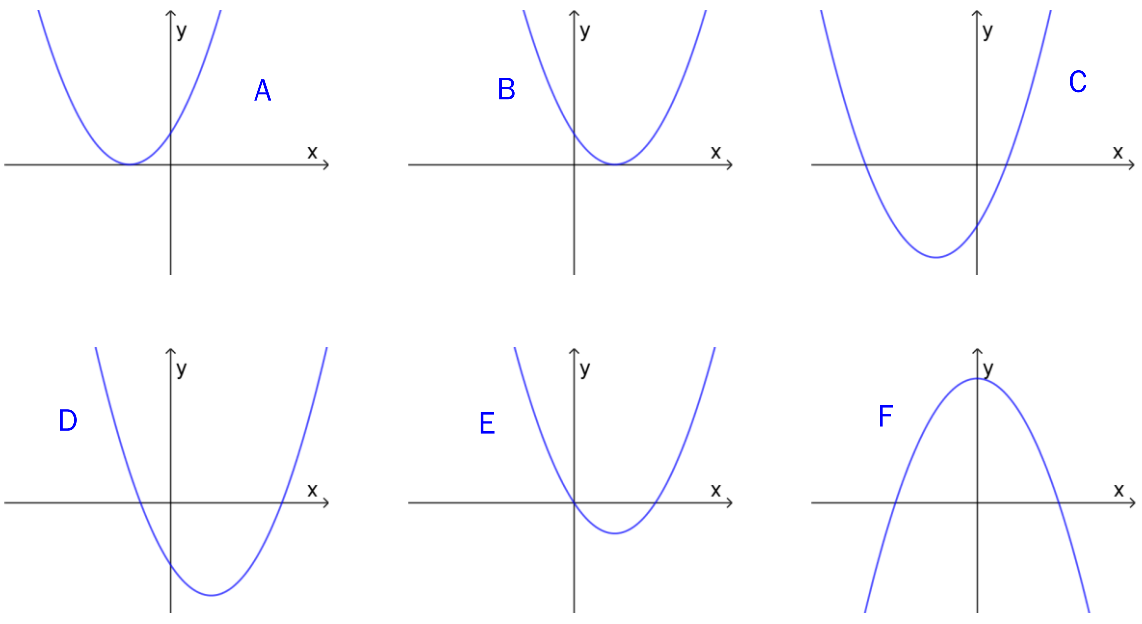
$r(x) = 4 - x^2$

$s(x) = x^2 - 2x - 2$

Nedenfor ser du seks grafer.

Hvilken graf er grafen til p?
Hvilken graf er grafen til q?
Hvilken graf er grafen til r?
Hvilken graf er grafen til s?

Husk å begrunne svarene dine.



DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

År	Pris (kroner)
1970	1
1980	4
1990	8
2000	14
2010	20
2017	25

Tabellen ovenfor viser hvor mye en kroneis kostet noen utvalgte år i perioden fra 1970 til 2017.

a) Legg opplysningene i tabellen ovenfor inn som punkter i et koordinatsystem der x - aksen viser antall år etter 1970 og y - aksen viser pris (kroner).

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 0{,}0054x^2 + 0{,}26x + 0{,}9 \quad , \quad x \in [0, 50]$$

b) Tegn grafen til f i samme koordinatsystem som du brukte i oppgave a).

I resten av denne oppgaven skal du bruke funksjonen f som en modell som viser prisen $f(x)$ kroner for en kroneis x år etter 1970.

c) Når var prisen for en kroneis 16 kroner, ifølge modellen?

d) Hvor mye har prisen for en kroneis i gjennomsnitt steget med per år fra 1975 til 2015?

Oppgave 2 (4 poeng)

Ved en videregående skole er det 640 elever. I en undersøkelse ble elevene spurt om når de legger seg kvelden før en skoledag.

- $\frac{1}{4}$ av elevene svarte at de legger seg før klokka 23.

Det viser seg at

- $\frac{4}{5}$ av elevene som legger seg før klokka 23, har et karaktersnitt over fire
- $\frac{1}{3}$ av elevene som legger seg etter klokka 23, har et karaktersnitt over fire

a) Lag en krysstabell som illustrerer opplysningene som er gitt ovenfor.

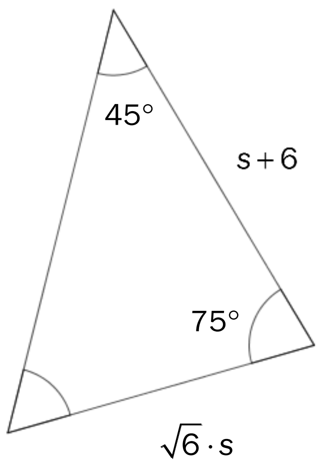
Tenk deg at vi trekker ut en elev ved skolen tilfeldig.

b) Bestem sannsynligheten for at eleven har et karaktersnitt over fire.

Tenk deg at den eleven vi trakk i oppgave b), har et karaktersnitt over fire.

c) Bestem sannsynligheten for at denne eleven legger seg før klokka 23 kvelden før en skoledag.

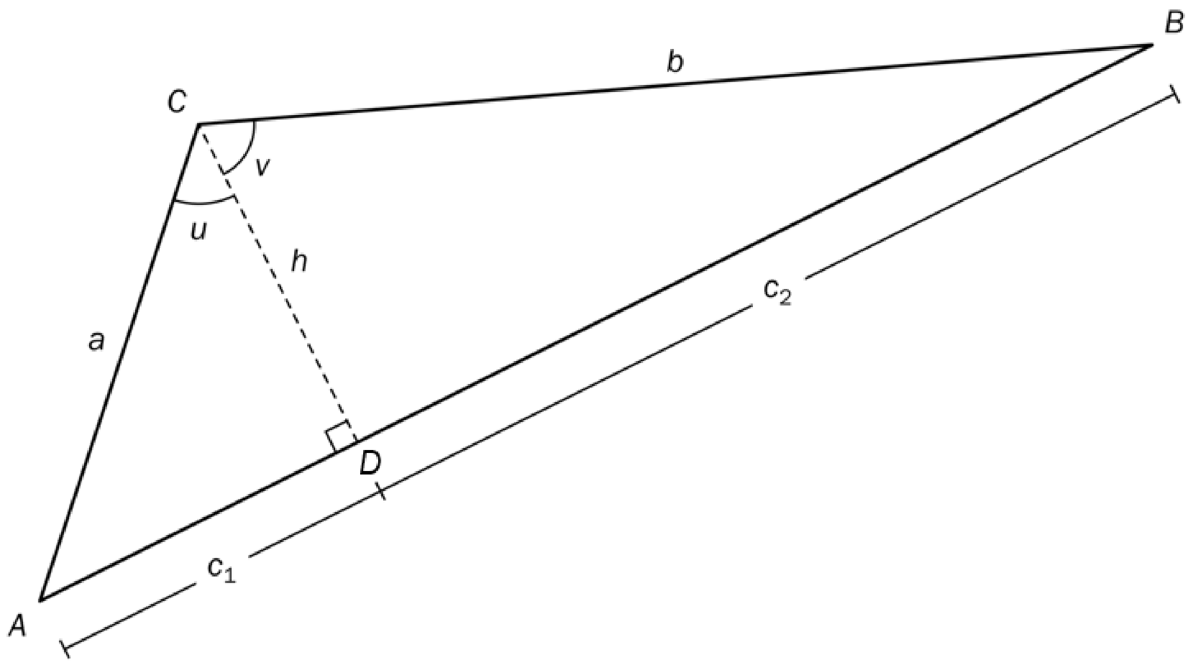
Oppgave 3 (2 poeng)



Gitt trekanten ovenfor.

Bruk CAS til å bestemme s.

Oppgave 4 (6 poeng)



Figuren ovenfor viser to rettvinklete trekanter, $\triangle ADC$ og $\triangle DBC$. $AC = a$, $BC = b$, $AD = c_1$, $DB = c_2$ og $CD = h$ er høyden fra C på AB.

Maria påstår at høyden h kan uttrykkes på to ulike måter:

1) $h = a \cdot \cos u$
2) $h = b \cdot \cos v$

a) Vis at Maria har rett.

For å bestemme arealet T av $\triangle ABC$ vil Maria regne slik: $\mathrm{T} = \dfrac{c_1 \cdot h}{2} + \dfrac{c_2 \cdot h}{2}$

b) Bruk blant annet resultatet fra oppgave a), og vis at dette uttrykket for arealet kan skrives som

$$T = \frac{a \cdot \sin u \cdot b \cdot \cos v}{2} + \frac{b \cdot \sin v \cdot a \cdot \cos u}{2}$$

Mats bruker arealsetningen og får at arealet av trekanten også kan skrives slik:

$$T = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(u + v)$$

c) Bruk dette uttrykket og uttrykket du har for arealet fra oppgave b), til å vise at

$$\sin(u + v) = \sin u \cdot \cos v + \sin v \cdot \cos u$$

Oppgave 5 (6 poeng)

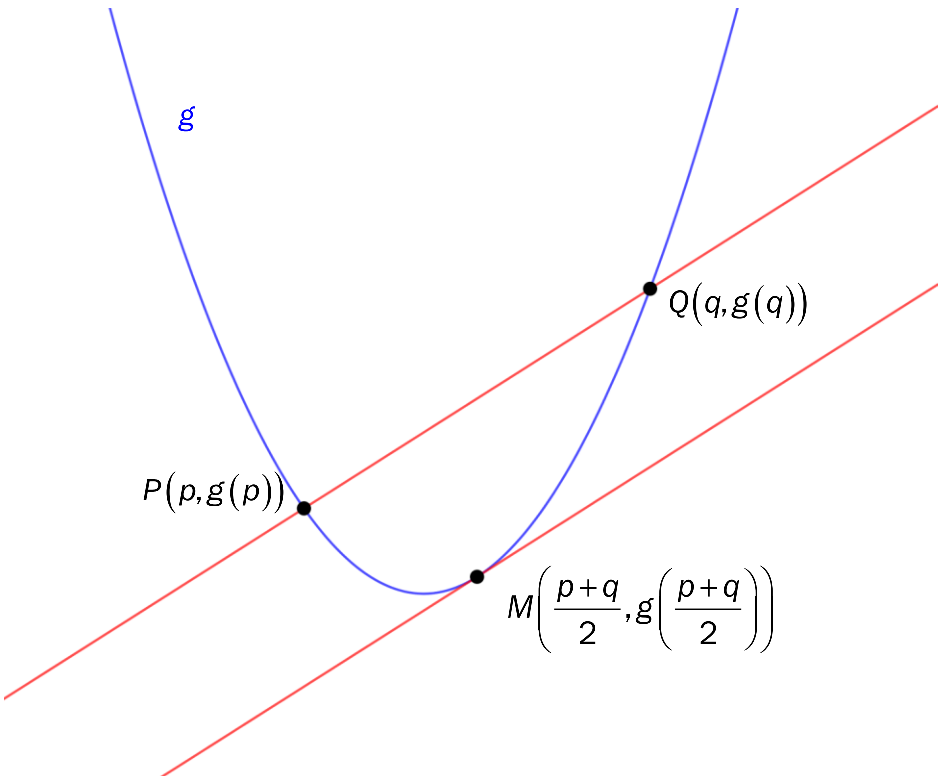
En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

a) Vis at tangenten til grafen til f i punktet $\left(4, f(4)\right)$ er parallell med linjen som går gjennom punktene $\left(2, f(2)\right)$ og $\left(6, f(6)\right)$.

Nedenfor ser du grafen til en funksjon g gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad , \quad a \neq 0$$



b) Bruk CAS til å bestemme stigningstallet til tangenten til grafen til g i punktet $M\left(\dfrac{p+q}{2}, g\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\right)$.

c) Vis at linjen gjennom punktene $P(p, g(p))$ og $Q(q, g(q))$ er parallell med tangenten i oppgave b).

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet