Utdanningsdirektoratet

Eksamen

22.05.2018

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv.: • Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Løys likningane

a) $2x^2 - 5x + 1 = x - 3$

b) $2\lg(x+7) = 4$

c) $3 \cdot 2^{3x+2} = 12 \cdot 2^6$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} x^2 + 3y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 3 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $(2x-3)^2 - 2x(2x-6)$

b) $\lg(2a) + \lg(4a) + \lg(8a) - \lg(16a)$

c) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - \dfrac{a-b}{ab}$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

Oppgåve 5 (5 poeng)

a) Skriv ned dei åtte første radene i Pascals taltrekant.

I ei eske ligg det 3 raude og 4 blå kuler. Tenk deg at du skal trekkje tilfeldig 3 kuler utan tilbakelegging.

b) Bestem sannsynet for at du trekkjer tre blå kuler.

c) Bestem sannsynet for at det er både raude og blå kuler blant dei tre kulene du trekkjer.

Binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er *n*. *X* er talet på gonger *A* inntreffer.
P(A) = p i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$. *r* element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå *D.*

Oppgåve 6 (2 poeng)

Skraver området som er avgrensa av ulikskapane nedanfor, i eit koordinatsystem.

$$x \geq 0$$
$$y \leq 8$$
$$x + y \leq 10$$
$$3x - 2y \leq -2$$

Oppgåve 7 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+2} \quad , \quad x \neq -2$$

a) Lag ei skisse av grafen til f.

b) Løys likninga $f(x) = x - 2$

Oppgåve 8 (7 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$$

a) Bestem $g'(x)$.

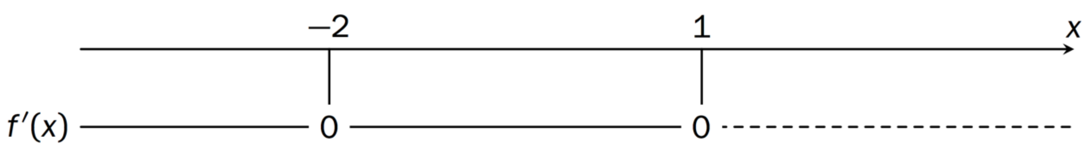
b) Bestem toppunktet og botnpunktet på grafen til g.

c) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til g i intervallet $[0, 2]$.

d) Bestem dei punkta på grafen der den momentane vekstfarten er 24.

Oppgåve 9 (3 poeng)

Nedanfor ser du forteiknlinja til $f'(x)$, for ein funksjon f.



a) Bruk forteiknlinja til å bestemme kvar grafen til f stig, og kvar han søkk.

b) Lag ei skisse som viser korleis grafen til f kan sjå ut.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

Einar er fiskehandlar. Han sel torsk og sei. Ein dag selde han 110 kg torsk og 200 kg sei. Han fekk 6795 kroner. Dagen etter selde han 150 kg torsk og 230 kg sei. For det fekk han 8390 kroner.

Set opp eit likningssystem, og bruk CAS til å bestemme kva pris Einar fekk per kilogram for torsken, og kva pris han fekk per kilogram for seien.

Oppgåve 2 (6 poeng)

Eit flyselskap har ei flyrute mellom Oslo og Bergen. Flya som blir brukte, har plass til 116 passasjerar. Sannsynet for at ein passasjer som har kjøpt billett, ikkje møter til flyavgang, er 6 %.

Vi lar X vere talet på passasjerar som møter til ein tilfeldig vald flyavgang.

a) Kva må vi føresetje for å kunne bruke ein binomisk sannsynsmodell i denne situasjonen?

I resten av denne oppgåva går vi ut frå at X er binomisk fordelt.

b) Til ein flyavgang er det selt 122 billettar. Bestem sannsynet for at alle som møter, får plass på flyet.

Flyselskapet ønskjer at sannsynet skal vere minst 95 % for at alle som møter, skal få plass på flyet.

c) Kor mange billettar kan flyselskapet maksimalt selje da?

Oppgåve 3 (7 poeng)

Frode og Peter lagar to typar fuglekasser. Type A er for meiser, og type B er for ugler. Frode lagar delane til kassene, medan Peter set dei saman og målar dei.

- Frode bruker 10 minutt på å lage delane til ei kasse av type A og 30 minutt på å lage delane til ei kasse av type B.
- Peter bruker 20 minutt på å setje saman og måle ei kasse av type A og 30 minutt på ei kasse av type B.
- I løpet av ei veke kan Frode jobbe 15 timar.
- I løpet av ei veke kan Peter jobbe 20 timar.

Dei produserer x kasser av type A og y kasser av type B.

a) Forklar at x og y må liggje i området som er avgrensa av ulikskapane nedanfor:

$$x \geq 0\ ,\ y \geq 0$$
$$x + 3y \leq 90$$
$$2x + 3y \leq 120$$

b) Skraver dette området i eit koordinatsystem.

Når dei sel fuglekassene, har dei en forteneste på 60 kroner for ei kasse av type A og 150 kroner for ei kasse av type B.

c) Kor mange kasser bør dei produsere av kvar type for at fortenesta skal bli størst mogleg?

Etterspørselen etter fuglekasser av begge typar er svært stor, så Frode seier han kan jobbe 3 timar ekstra ei veke.

d) Kor mange kasser bør dei produsere av kvar type denne veka dersom dei vil ha størst mogleg forteneste?

Oppgåve 4 (8 poeng)

Arne har sommarjobb som montør i ei bedrift som produserer ein bestemt type pumper. Han har lagt merke til at arbeidstempoet endrar seg i løpet av dagen. Ein dag tel han opp annankvar time kor mange pumper han har montert så langt den dagen. Tabellen nedanfor viser resultatet

Timar jobba	0	2	4	6	8
Pumper monterte så langt den dagen	0	38	93	135	169

a) Bruk regresjon til å lage eit tredjegradspolynom g som kan brukast som modell for kor mange pumper Arne set saman i løpet av dei x første timane på jobb ein dag.

I resten av oppgåva lar vi funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}26x^3 + 2{,}8x^2 + 16x \qquad , \quad 0 \leq x \leq 9$$

vere ein modell for talet på pumper Arne klarer å montere i løpet av dei x første timane på jobb ein dag.

b) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f i eit koordinatsystem.

Arne kan velje om han vil ha 9 kroner per pumpe han monterer, eller 190 kroner per time han jobbar.

c) Kor mange timar må han jobbe på éin dag for at det skal lønne seg å velje betaling per montert pumpe?

d) Kor mange timar må han jobbe éin dag for at forskjellen på lønn per pumpe og lønn per time skal bli størst mogleg?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv.: • Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene

a) $2x^2 - 5x + 1 = x - 3$

b) $2\lg(x+7) = 4$

c) $3 \cdot 2^{3x+2} = 12 \cdot 2^6$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} x^2 + 3y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{bmatrix}$$

Oppgave 3 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $(2x-3)^2 - 2x(2x-6)$

b) $\lg(2a) + \lg(4a) + \lg(8a) - \lg(16a)$

c) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - \dfrac{a-b}{ab}$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

Oppgave 5 (5 poeng)

a) Skriv ned de åtte første radene i Pascals talltrekant.

I en eske ligger det 3 røde og 4 blå kuler. Tenk deg at du skal trekke tilfeldig 3 kuler uten tilbakelegging.

b) Bestem sannsynligheten for at du trekker tre blå kuler.

c) Bestem sannsynligheten for at det er både røde og blå kuler blant de tre kulene du trekker.

Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Antall uavhengige forsøk er *n*. *X* er antall ganger *A* inntreffer.
P(A) = p i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$. *r* elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra *D.*

Oppgave 6 (2 poeng)

Skraver området som er avgrenset av ulikhetene nedenfor, i et koordinatsystem.

$x \geq 0$

$y \leq 8$

$x + y \leq 10$

$3x - 2y \leq -2$

Oppgave 7 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{2x-1}{x+2} \quad , \qquad x\neq -2$$

a) Lag en skisse av grafen til f .

b) Løs likningen $f(x)=x-2$

Oppgave 8 (7 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x)=2x^3+3x^2-12x$$

a) Bestem $g'(x)$.

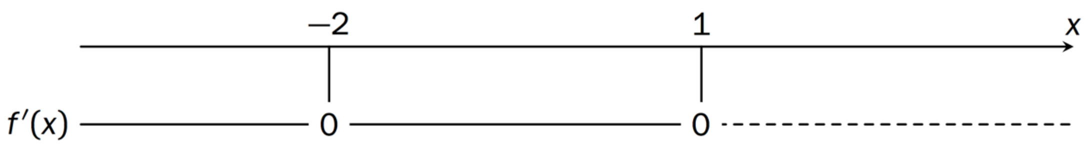
b) Bestem toppunktet og bunnpunktet på grafen til g.

c) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til g i intervallet $[0, 2]$.

d) Bestem de punktene på grafen der den momentane vekstfarten er 24.

Oppgave 9 (3 poeng)

Nedenfor ser du fortegnslinjen til $f'(x)$, for en funksjon f.



a) Bruk fortegnslinjen til å bestemme hvor grafen til f stiger, og hvor den synker.

b) Lag en skisse som viser hvordan grafen til f kan se ut.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Einar er fiskehandler. Han selger torsk og sei. En dag solgte han 110 kg torsk og 200 kg sei. Han fikk 6795 kroner. Dagen etter solgte han 150 kg torsk og 230 kg sei. For dette fikk han 8390 kroner.

Sett opp et likningssystem, og bruk CAS til å bestemme hvilken pris Einar fikk per kilogram for torsken, og hvilken pris han fikk per kilogram for seien.

Oppgave 2 (6 poeng)

Et flyselskap har en flyrute mellom Oslo og Bergen. Flyene som brukes, har plass til 116 passasjerer. Sannsynligheten for at en passasjer som har kjøpt billett, ikke møter til flyavgang, er 6 %.

Vi lar X være antall passasjerer som møter til en tilfeldig valgt flyavgang.

a) Hva må vi forutsette for å kunne bruke en binomisk sannsynlighetsmodell i denne situasjonen?

I resten av denne oppgaven går vi ut fra at X er binomisk fordelt.

b) Til en flyavgang er det solgt 122 billetter. Bestem sannsynligheten for at alle som møter, får plass på flyet.

Flyselskapet ønsker at sannsynligheten skal være minst 95 % for at alle som møter, skal få plass på flyet.

c) Hvor mange billetter kan flyselskapet maksimalt selge da?

Oppgave 3 (7 poeng)

Frode og Peter lager to typer fuglekasser. Type A er for meiser, og type B er for ugler. Frode lager delene til kassene, mens Peter setter dem sammen og maler dem.

- Frode bruker 10 minutter på å lage delene til en kasse av type A og 30 minutter på å lage delene til en kasse av type B.
- Peter bruker 20 minutter på å sette sammen og male en kasse av type A og 30 minutter på en kasse av type B.
- I løpet av en uke kan Frode jobbe 15 timer.
- I løpet av en uke kan Peter jobbe 20 timer.

De produserer x kasser av type A og y kasser av type B.

a) Forklar at x og y må ligge i området som er avgrenset av ulikhetene nedenfor:

$$x \geq 0\ ,\ \ y \geq 0$$
$$x + 3y \leq 90$$
$$2x + 3y \leq 120$$

b) Skraver dette området i et koordinatsystem.

Når de selger fuglekassene, har de en fortjeneste på 60 kroner for en kasse av type A og 150 kroner for en kasse av type B.

c) Hvor mange kasser bør de produsere av hver type for at fortjenesten skal bli størst mulig?

Etterspørselen etter fuglekasser av begge typer er veldig stor, så Frode sier han kan jobbe 3 timer ekstra en uke.

d) Hvor mange kasser bør de produsere av hver type denne uken dersom de vil ha størst mulig fortjeneste?

Oppgave 4 (8 poeng)

Arne har sommerjobb som montør i en bedrift som produserer en bestemt type pumper. Han har lagt merke til at arbeidstempoet endrer seg i løpet av dagen. En dag teller han opp annenhver time hvor mange pumper han har montert så langt den dagen. Tabellen nedenfor viser resultatet

Timer jobbet	0	2	4	6	8
Pumper montert så langt den dagen	0	38	93	135	169

a) Bruk regresjon til å lage et tredjegradspolynom g som kan brukes som modell for hvor mange pumper Arne setter sammen i løpet av de x første timene på jobb en dag.

I resten av oppgaven lar vi funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}26x^3 + 2{,}8x^2 + 16x \ , \quad 0 \leq x \leq 9$$

være en modell for antall pumper Arne klarer å montere i løpet av de x første timene på jobb en dag.

b) Bruk graftegner til å tegne grafen til f i et koordinatsystem.

Arne kan velge om han vil ha 9 kroner per pumpe han monterer, eller 190 kroner per time han jobber.

c) Hvor mange timer må han jobbe på én dag for at det skal lønne seg å velge betaling per montert pumpe?

d) Hvor mange timer må han jobbe én dag for at forskjellen på lønn per pumpe og lønn per time skal bli størst mulig?

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no