Løsningsforslag, eksamen 2P-Y – Vår 2016 Del 1

Oppgave 1:

Variasjonsbredde: $6°C - (-6°C) = \underline{12°C}$

Variasjonsbredden for de 6 første dagene i mars var $12°C$

Gjennomsnitt: $\frac{2+0+(-4)+(-6)+2+6}{6} = 0$

Gjennomsnittstemperaturen var $0°C$ for de 6 første dagene i mars

Temperaturverdiene i stigende rekkefølge:
-6 -4 0 2 2 6 <- de midterste verdiene er markert i rødt

Medianen er derfor lik $\frac{0+2}{2} = 1$

Medianteperaturen for denne perioden var $1°C$

Oppgave 2

Jeg regner i denne oppgaven én måned som 30 dager.

7,5 milliarder $= 7500000000 = 7{,}5 \cdot 10^9$

$7{,}5 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 30 = 450 \cdot 10^9 = 4{,}5 \cdot 10^{11}$

Alle menneskene på jorda trenger ca. $4{,}5 \cdot 10^{11}\ L$ drikkevann hver mnd.

Oppgave 3

Butikk A: 150 kr

Butikk B: 120 kr

a) Her er det flere måter å gå frem på; enten via vekstfaktor, eller finne økningen i kroner, og gjøre dette om til prosent.
150 kr – 120 kr = 30 kr.
$\frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$

Varen i butikk A er 25% dyrere sammenliknet med butikk B

b) $\frac{30}{150} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$

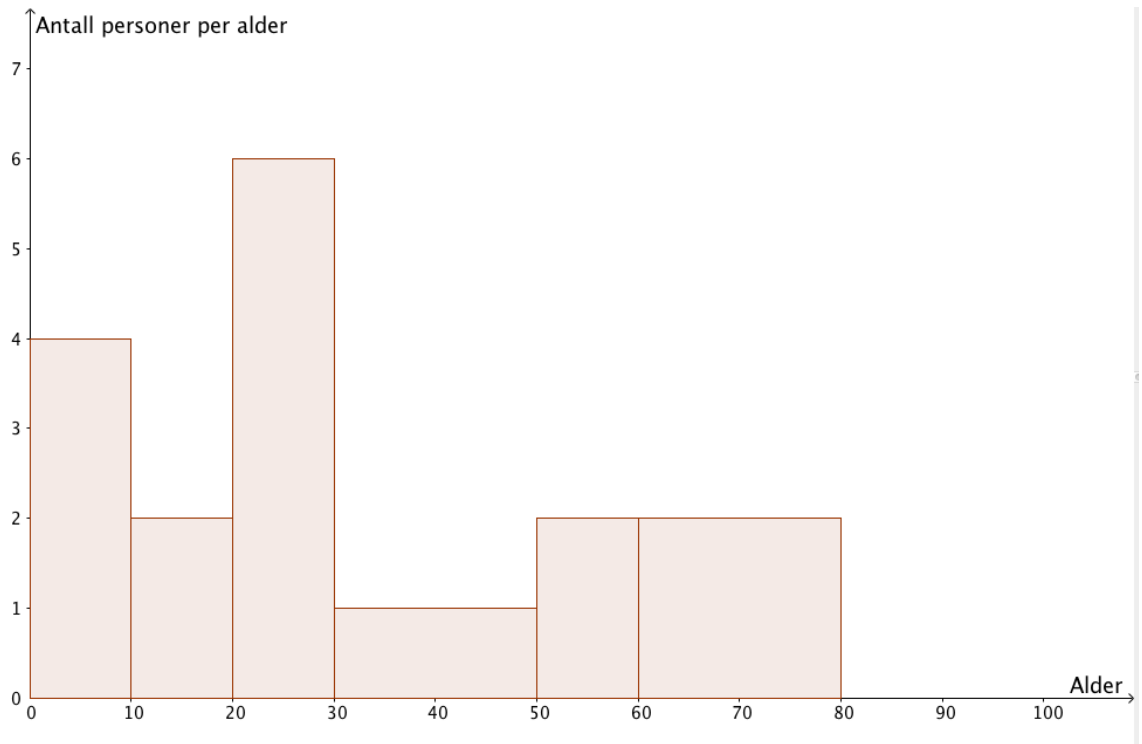
Varen i butikk B koster 20% mindre sammenliknet med butikk A

Oppgave 4

a)

Her har vi ulik klassebredde, slik at vi må regne ut histogramhøyden for alle klassene gitt av formelen $høyde = \frac{frekvens}{klassebredde}$

Klasser	Klassebredde	Frekvens	Høyde
0-10	10	40	4
10-20	10	20	2
20-30	10	60	6
30-50	20	20	1
50-60	10	20	2
60-80	20	40	2



b)

Vi utvider tabellen til også å inkludere midtverdien til klassene som vi bruker ved beregning av gjennomsnitt. Videre antar vi i utregningen at alderen til personene i blokka er jevnt fordelt i klassene.

Alder	Klassebredde	Midtverdi	Frekvens	Høyde
[0,10>	10	5	40	4
[10,20>	10	15	20	2
[20,30>	10	25	60	6
[30,50>	20	40	20	1
[50,60>	10	55	20	2
[60,80>	20	70	40	2

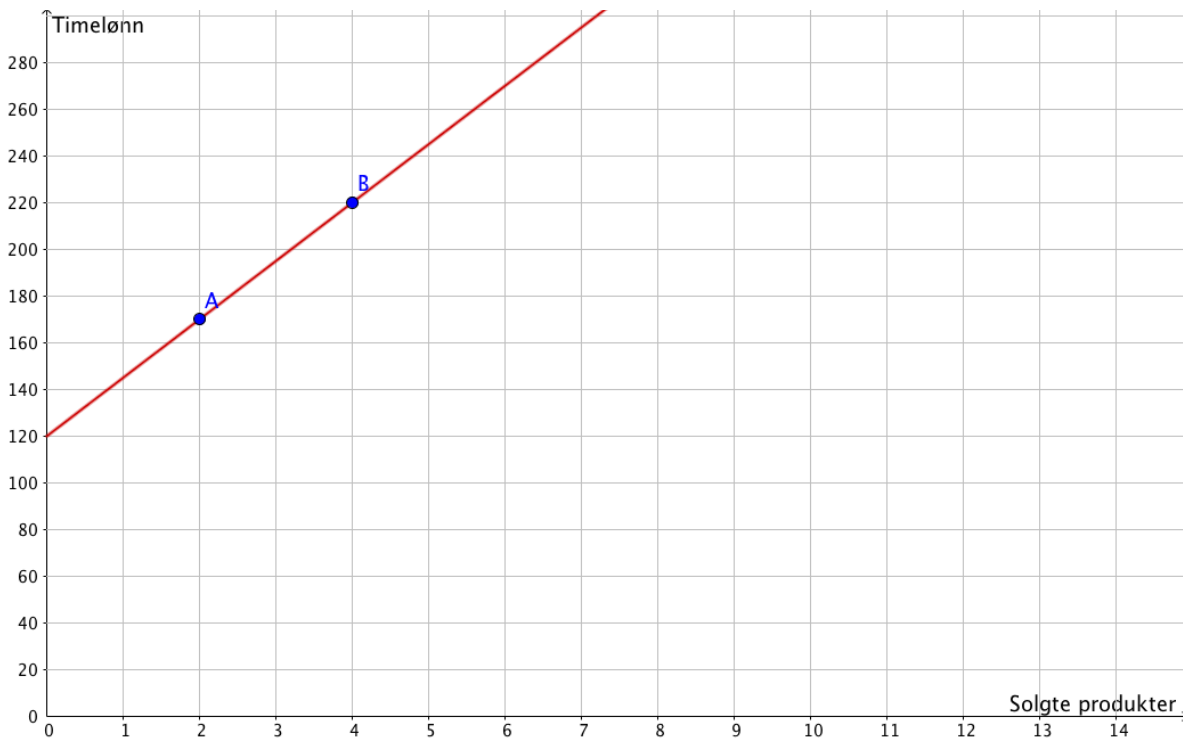
$$\frac{5\cdot 40+15\cdot 20+25\cdot 60+40\cdot 20+55\cdot 20+70\cdot 40}{200}=\frac{200+300+1500+800+1100+2800}{200}=\frac{6580}{200}=33{,}5$$

<u>Gjennomsnittsalderen for personene som bor i blokka er ca. 33,5 år.</u>

Oppgave 5

2 produkter: 170 kroner
4 produkter: 220 kroner.

a)
Vi får punktene (2,170) og (4,220). Ettersom hun har fast grunnlønn (konstantledd) med et fast beløp per produkt hun selger (stigningstall), så vil lønnen per time være gitt av en lineær funksjon på formen L(x) = ax + b. Vi kan derfor lage et koordinatsystem, merke av de to punktene vi har og lage en rett linje som går gjennom punktene.



b)

Vi leser av grafen at grunnlønnen hennes er 120 kroner per time.

Vi ser også at hun tjener 220-120 = 100 kroner ekstra dersom hun selger 4 produkter.
Dette vil si at hun får $100/4 = 25$ kroner ekstra for hvert produkt hun selger.

c) Jeg velger å løse oppgaven ved regning (kan også løses grafisk).

$$L(x) = 120 + 25x = 370$$

$$25x = 370 - 120$$

$$25x = 250$$
$$x = \frac{250}{25} = 10$$

<u>For å tjene 370 kr denne timen, så må Marte selge 10 produkter</u>

Oppgave 6

Her velger jeg å skrive alle tallene på standardform slik at det blir enkelt å sammenlikne størrelsen på tallene med hverandre.

$$0{,}046 \cdot 10^{11} = 4{,}6 \cdot 10^{9}$$

$$\frac{46}{1\,000\,000} = 46 \cdot 10^{-6} = 4{,}6 \cdot 10^{-5}$$

$$46 \cdot 10^{-7} = 4{,}6 \cdot 10^{-6}$$

$$4\,600\,000 = 4{,}6 \cdot 10^{6}$$

$$4{,}6 \cdot 10^{8}$$

$$0{,}46 \cdot 10^{-6} = 4{,}6 \cdot 10^{-7}$$

Tallene fra lavest til høyest blir derfor:

$$0{,}46 \cdot 10^{-6}, \qquad 4{,}6 \cdot 10^{-6}, \qquad \frac{46}{1\,0000\,00}, \qquad 4\,600\,000, 4{,}6 \cdot 10^{8}, \qquad 0{,}046 \cdot 10^{11}$$

Oppgave 7:

Utregninger: $\frac{5}{20} = 0{,}25$

15-5 = 10

10/20 = 0,5

2/20 = 0,1

1/20 = 0,05

Ferdig utfylt tabell:

Antall land	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ frekvens
[1,6>	5	0,25	5
[6,11>	10	0,5	15
[11,16>	2	0,1	17
[16,21>	2	0,1	19
[21,26>	1	0,05	20

Oppgave 8

a)

Jeg velger å systematisere informasjonen ved hjelp av en krysstabell. Verdiene hentet direkte fra teksten er markert i rødt.

	Karakter 3 eller høyere	Karakter lavere enn 3	Sum
Gjør lekser hver time	15	1	16
Gjør ikke lekser hver time	5	5	10
Sum	20	6	26

b)
Det er 5 elever i gruppa som ikke gjør lekser hver time og har karakter 3 eller høyere.
Siden det er 26 elever totalt får vi: $\frac{5}{26} = 0{,}19 = \underline{19\%}$

Sannsynligheten for å trekke ut en elev som ikke gjør lekser hver time og som har karakter 3 eller høyere er 19%

c)
Det er 16 elever som gjør lekser hver time, og det er derfor nå kun 16 totalt å velge mellom. Av disse 16 elevene ser vi fra krysstabellen at det kun er én elev som har karakter lavere enn 3.

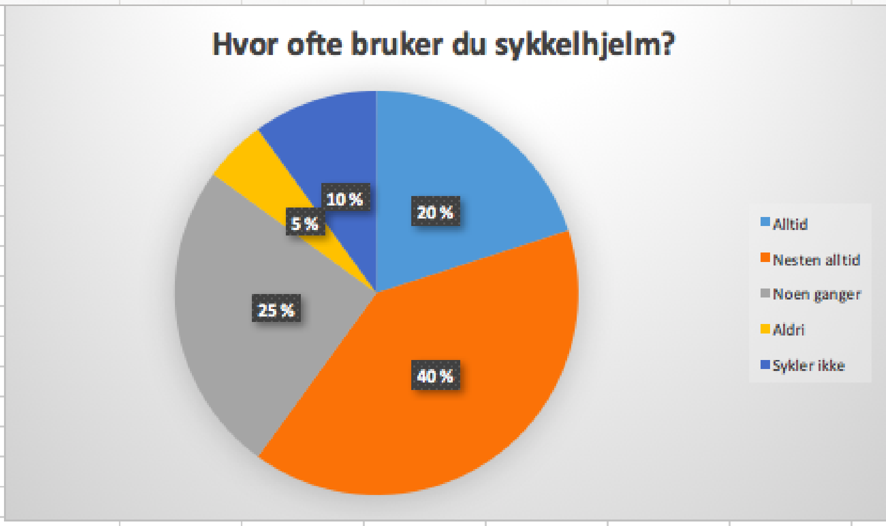
$$\frac{1}{16} = 0{,}0625 = \underline{6{,}25\%}$$

Sannsynligheten for at eleven som blir trukket har karakter lavere enn 3 er 6,25%

Løsningsforslag, eksamen 2P-Y – Vår 2016 Del 2

Oppgave 1

	A	B
1	Alltid	88
2	Nesten alltid	176
3	Noen ganger	110
4	Aldri	22
5	Sykler ikke	44



Oppgave 2

a)

	A	B
1	Antall minutter	
2	25	
3	30	
4	26	
5	24	
6	32	
7	25	
8	27	
9	30	
10	28	
11	31	
12	24	
13	35	
14	32	
15	33	
16		
17	Gjennomsnitt	28,71
18	Standardavvik	3,49

	A	B
1	Antall minutter	
2	25	
3	30	
4	26	
5	24	
6	32	
7	25	
8	27	
9	30	
10	28	
11	31	
12	24	
13	35	
14	32	
15	33	
16		
17	Gjennomsnitt	=AVERAGE(A2:A15)
18	Standardavvik	=STDEV.P(A2:A15)

(merk at med norsk versjon av excel, så vil funksjonene hete "Gjennomsnitt" og "STDAV.P")

<u>Hans brukte i gjennomsnitt 28,71 minutter på turene.</u>

Standardavviket i antall minutter på turene til Hans er 3,49

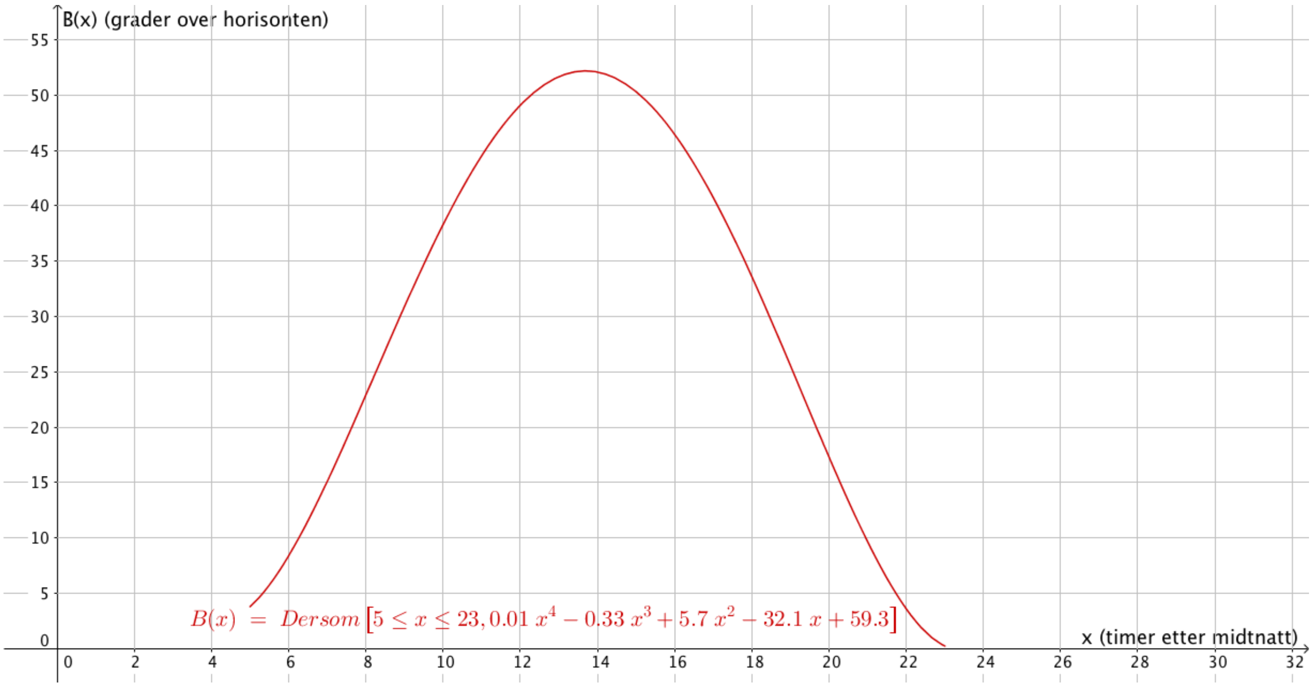
b)

Grete bruker i gjennomsnitt like lang tid på turene, men har med et standardavvik på 1,2 minutter en vesentlig jevnere tid på turene sammenliknet med Hans.

Oppgave 3

a)

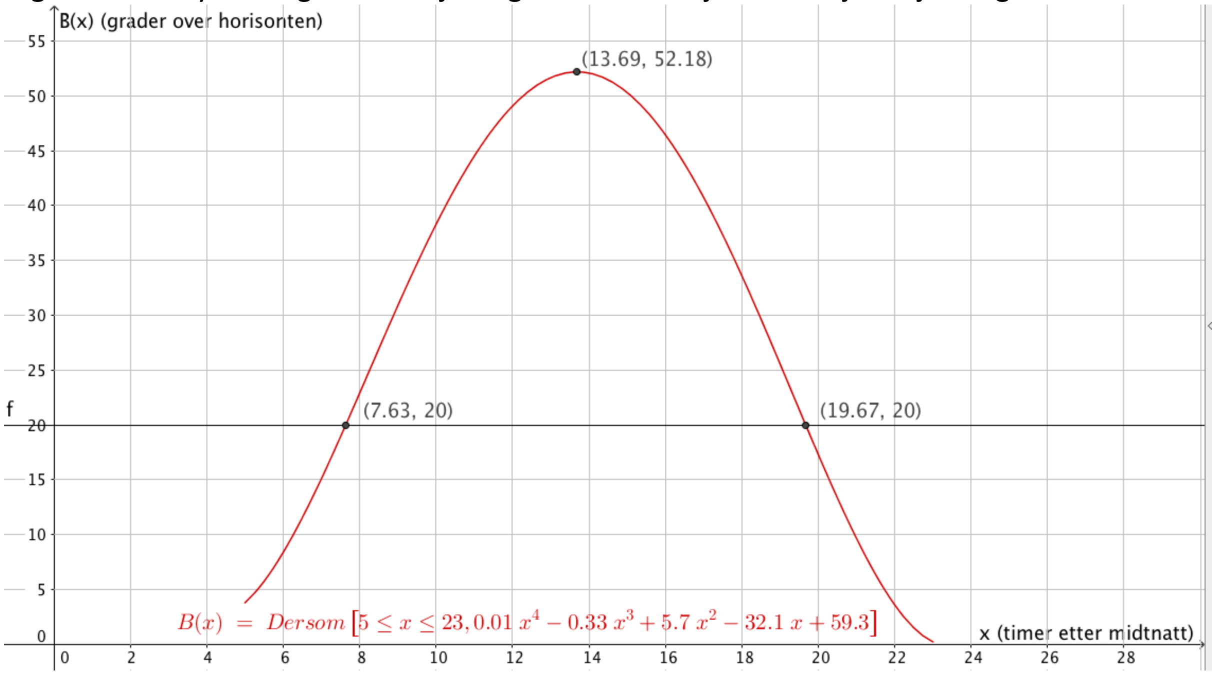
Jeg skriver B(x) = Funksjon[0.006x^4-0.33x^3+5.7x^2-32.1x+59.3, 5, 23] i skriv inn-feltet til GeoGebra.



b)

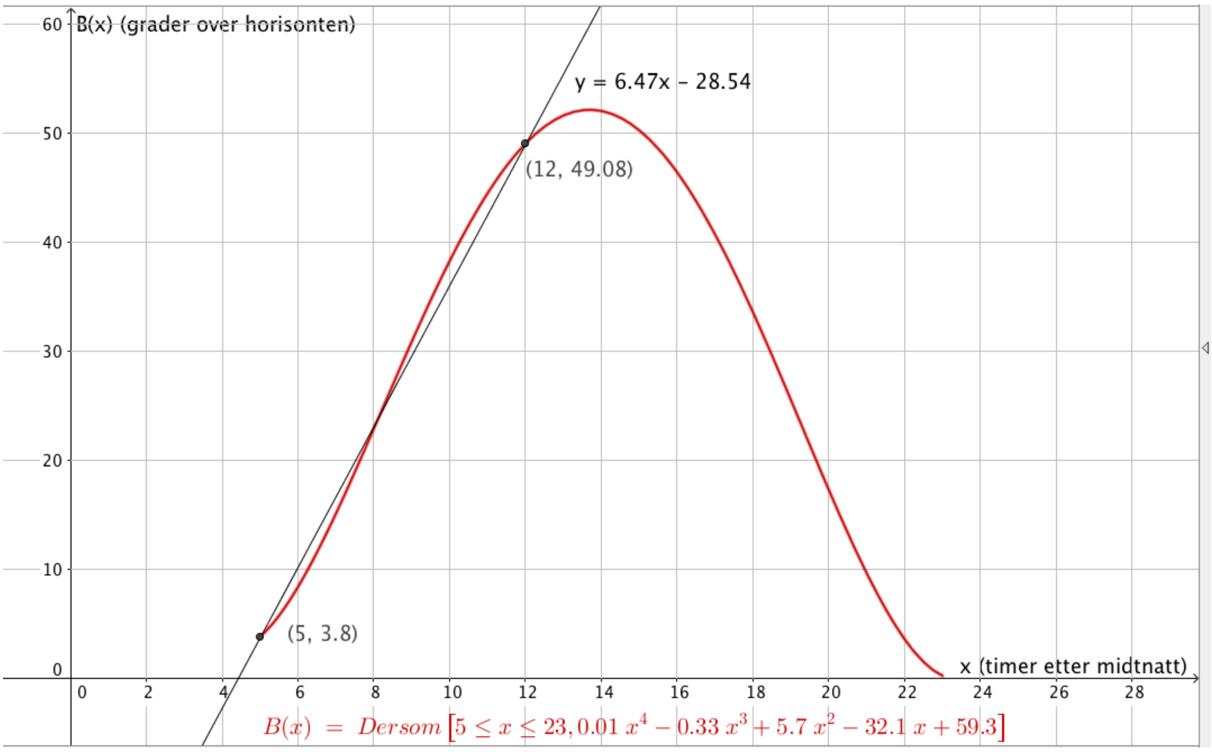
Finner toppunkt ved å skrive inn Ekstremalpunkt[B] og får punktet (13.69, 52.18)
Dette vil si at solen stod 52.18 grader over horisonten da den var på sitt høyeste
(se figur under c))

c) Jeg skriver inn y = 20 og bruker skjæring mellom to objekt der linjen skjærer grafen.



<u>Vi leser av disse punktene at solen stod 20 grader over horisonten etter hhv. 7,63 og 19,67 timer etter midnatt</u>

d) Jeg skriver inn to punkter i GeoGebra: (5, B(5)) og (12,B(12)). Deretter trekker jeg en linje mellom disse punktene, og ser på funksjonen som beskriver denne linjen. Gjennomsnittlig økning i antall grader per time vil være gitt av stigningstallet til denne linjen.



<u>Sola steg med 6.47 grader i gjennomsnitt i perioden 5 til 12 timer etter midnatt.</u>

Oppgave 4

a)

Jeg ser at antall hvite rektangler følger kvadrattallene som er gitt av $K_n = n^2$

Videre ser jeg at det legges til ett blått rektangel på hver side av figuren, slik at antall blå rektangler øker med 4 for hver figur. Figur 1 har 8 blå rektangler. Vi kan nå finne formelen som gir oss antall blå rektangler:

$$B(n) = 4n + b$$

$$B(1) = 4 \cdot 1 + b = 8$$

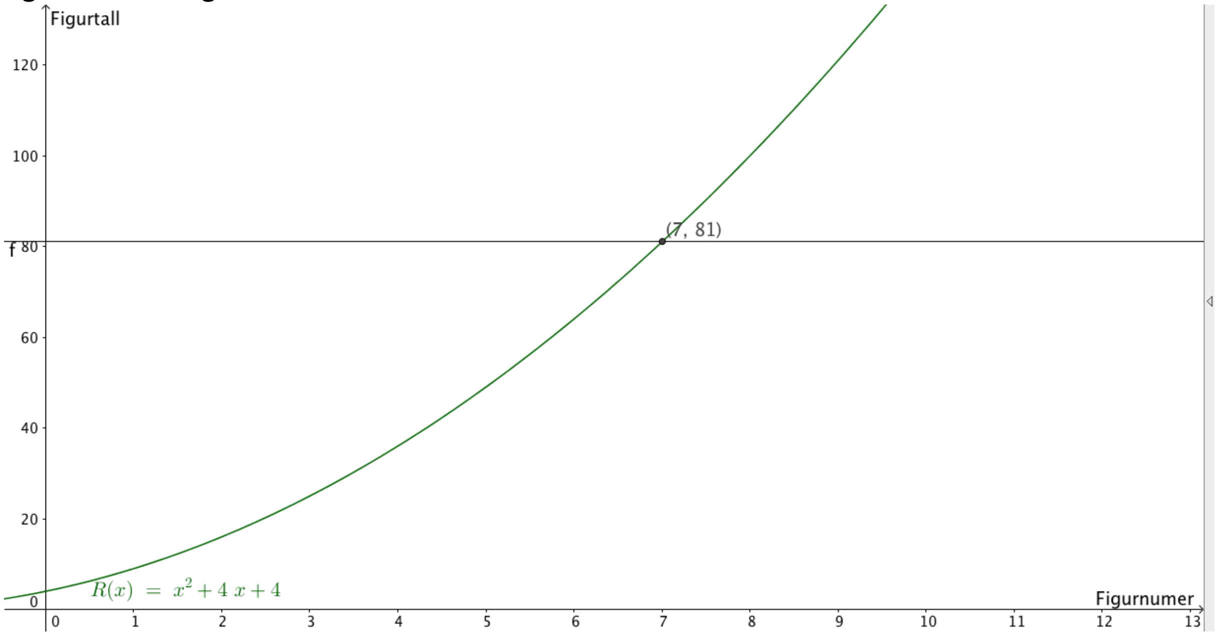
$$b = 8 - 4 = 4$$

$$\underline{B(n) = 4n + 4}$$

Figur	Antall hvite rektangler	Antall blå rektangler	Antall rektangler totalt
1	1	8	9
2	4	12	16
3	9	16	25

4	16	20	36
n	n^2	$4n + 4$	$n^2 + 4n + 4$

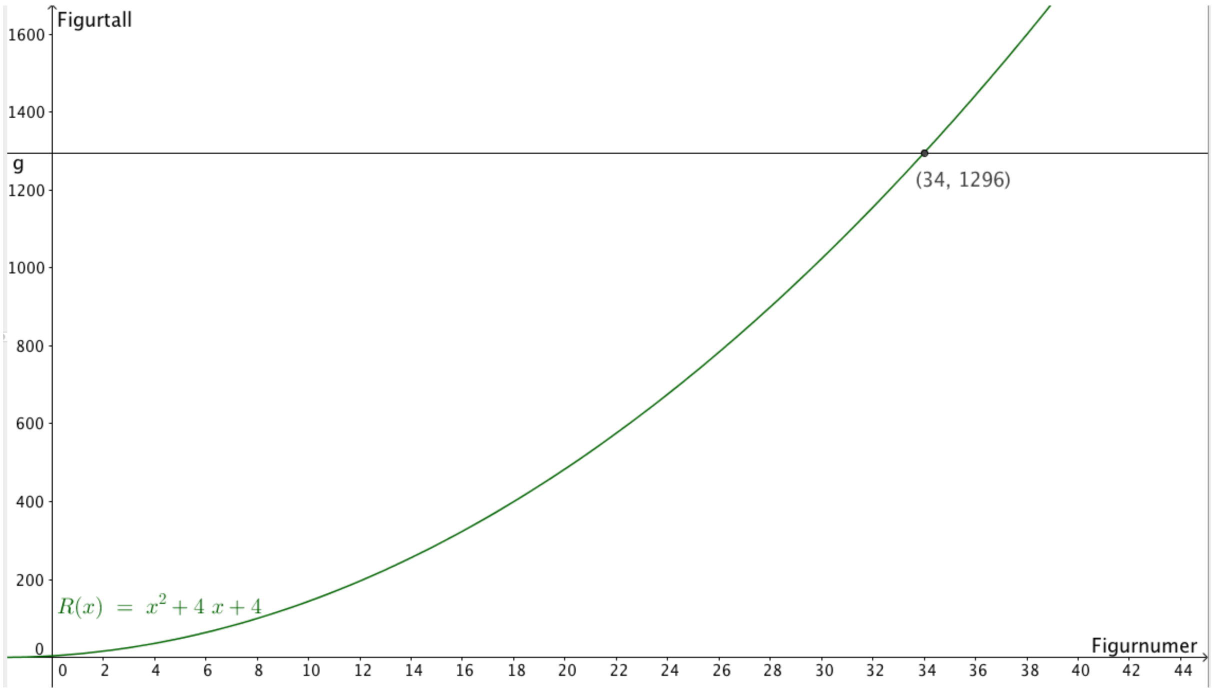
b) Jeg løser resten av oppgaven i GeoGebra, og starter md å skrive inn R(x) = x^2+4x+4
Deretter skriver jeg y = 81 og bruker skjæring mellom to objekt for å finne hvilket figurnummer figuren har.



<u>Punktet (7,81) forteller meg at figurnummeret er 7, slik at vi trenger $7^2 = 49$ hvite rektangler for å lage figuren</u>

c)

Her bruker jeg samme fremgangsmåte som for b) og finner punktet (34, 1296)
<u>Figurnummeret her er dermed 34, og vi må bruke $4 \cdot 34 + 4 = 140$ blå rektangler for å lage figuren</u>



Oppgave 5
a)

År	Utslipp i tonn $CO2$
2015	20000,0
2016	18400,0
2017	16928,0
2018	15573,8
2019	14327,9
2020	13181,6
2021	12127,1
2022	11156,9
2023	10264,4
2024	9443,2
2025	8687,8

	A	B
1	Reduksjon av CO2	0,08
2	Vekstfaktor	=1-B1
3		
4		
5		
6	År	Utslipp i tonn CO2
7	2015	20000
8	2016	=B7*$B$2
9	2017	=B8*$B$2
10	2018	=B9*$B$2
11	2019	=B10*$B$2
12	2020	=B11*$B$2
13	2021	=B12*$B$2
14	2022	=B13*$B$2
15	2023	=B14*$B$2
16	2024	=B15*$B$2
17	2025	=B16*$B$2

b) $\frac{8787,8}{20000} = 0,44$

$1 - 0,44 = 0,56 = 56\%$

Bedriften må redusere utslippet med 56% i denne perioden.

c)

Vi har: 30 000 tonn i 2015 og 15 000 tonn i 2020
Utslippet må reduseres med en fast prosentsats hvert år → eksponentiell vekst der utslippet etter fem år er $30000 \cdot x^5 = 15000$
Jeg løser denne likningen i CAS:

CAS

1	30000*x^5 = 15000
	NLøs: {x = 0.871}

1-0,871 = 0,129 = 12,9%

Prosentsatsen bedriften må redusere utslippet med hvert år er 12,9%

Oppgaven kan også løses grafisk ved hjelp av disse to punktene (0,30000) og (5,15000) og finne eksponentiell modell ved regresjon.)

Oppgave 6

a)

Lengde: 20 cm langt og 14 cm bredt

Hvis man klipper bort x cm fra hjørnene så klipper vi bort totalt 2x cm fra lengden av esken. Tilsvarende klipper vi bort 2x cm fra bredden av esken.
Høyden av esken blir tilsvarende lengden på kvadratet vi klipper bort.

Lengde	20
Bredde	14

Lengden av hver side i kvadratene som klippes bort	Lengden av esken	Bredden av esken	Høyden av esken	Volumet av esken
4 cm	12 cm	6 cm	4 cm	288 cm^3
3 cm	14 cm	8 cm	3 cm	336 cm^3
2,5 cm	15 cm	9 cm	2,5 cm	338 cm^3
x cm	20-2x cm	14-2x	x cm	(20-2x)*(14-2x)*x cm^3

Tabellen er hentet fra excel, og beregningene kommer frem i skjermbildet under.

	A	B	C	D	E
1	Lengde	20			
2	Bredde	14			
3					
4					
5	Lengden av hver side i kvadratene som klippes bort	Lengden av esken	Bredden av esken	Høyden av esken	Volumet av esken
6	4	=$B$1-2*A6	=$B$2-2*A6	=A6	=B6*C6*D6
7	3	=$B$1-2*A7	=$B$2-2*A7	=A7	=B7*C7*D7
8	2.5	=$B$1-2*A8	=$B$2-2*A8	=A8	=B8*C8*D8
9	x cm	20-2x	14-2x	x	(20-2x)*(14-2x)*x
10					

b) Vi skriver inn funksjonen V(x) = (20-2x)*(14-2x)*x i GeoGebra og bruker Ekstremalpunkt[V] for å finne toppunktet.

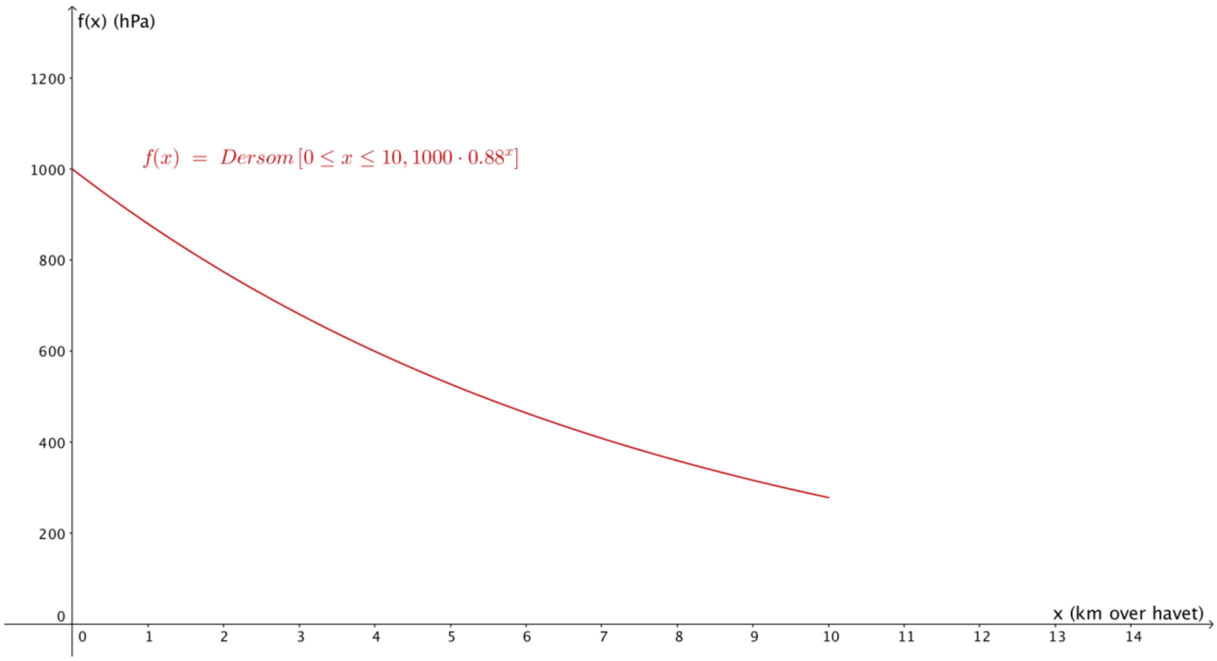
<u>Vi får punktet (2,7 , 339,01) som vil si at vi får et maksimalt volum dersom vi kutter bort kvadrater med sider på 2,7 cm.</u>

<u>Da vil volumet på esken være 339 cm^3</u>

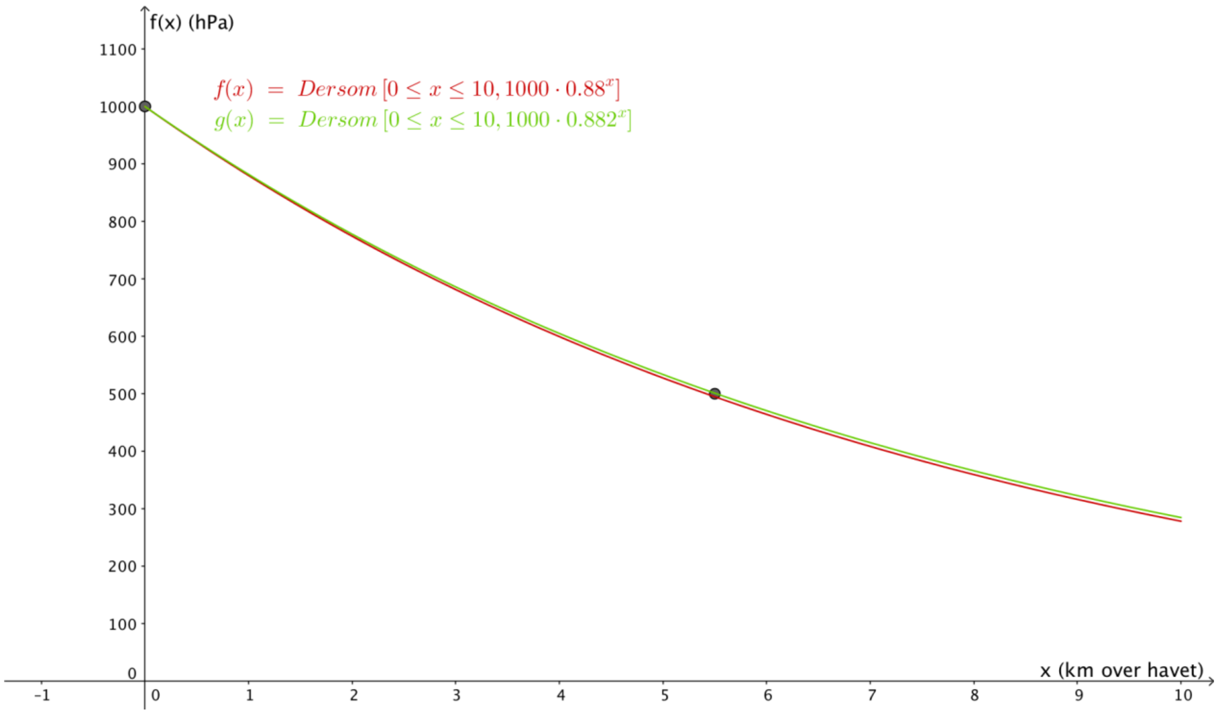
Oppgave 7

a) Sitat 1 forteller oss at trykket avtar med en fast prosent (12%) per km. Dette gir opphav til en eksponentiell vekst med vekstfaktor 1-0,12 = 0,88
Dersom vi lar x = 0 være havoverflaten der trykket er 1000 hPa vil vi derfor få funksjonen $\boldsymbol{f(x) = 1000 \cdot 0,88^x}$

Vi skriver inn f(x) = Funskjon[1000*0.88^x, 0 , 12] i GeoGebra:



b) Sitatet sier at trykket deles på 2 hver gang vi går 5,5 km opp. Trykket synker derfor fra 1000 hPa til 500 hPa når vi går fra 0 km til 5,5 km og videre til 250 hPa når vi går fra 5,5 km til 11 km osv. Jeg skriver tallene inn i en tabell ut utfører en eksponentiell regresjon. GeoGebra gir funksjonen $g(x) = 1000 \cdot 0.882^x$ som er veldig nær uttrykket fra a)



c)

Etter sitatet så avtar trykket med 1 hPa for hver 8 m. Ettersom trykket synker med en konstant verdi, så får vi en lineær modell.

siden $\frac{1000}{8} = 125$, så avtar trykket derfor med 125 hPa per km og vi har derfor

h(x) = b – 125x

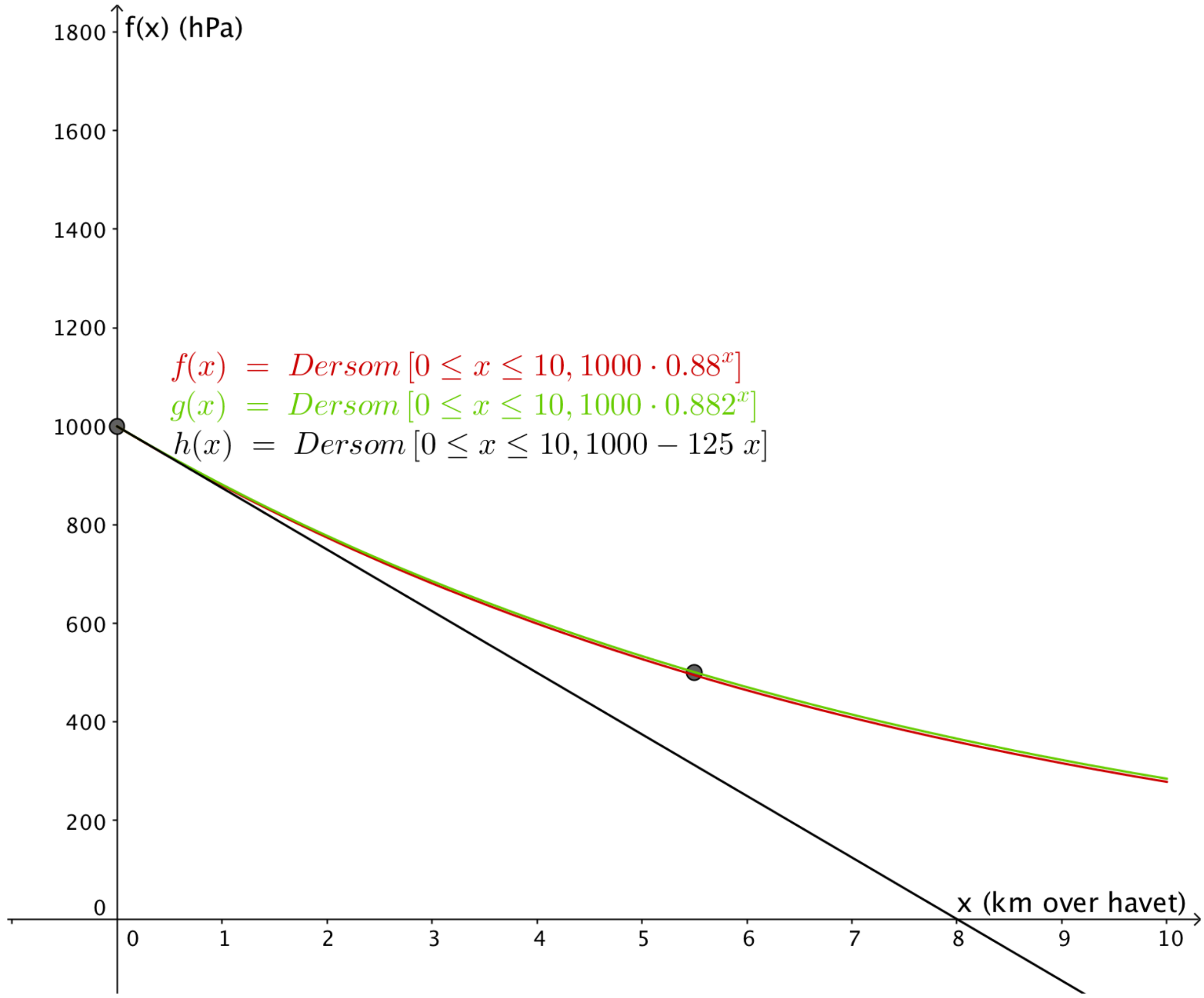
siden 80 m = 0,08 km forteller sitatet oss følgende:

$h(0{,}08) = b - 125 \cdot 0{,}08 = 1000 - 10$

$b = 990$+10 = 1000

$\underline{h(x) = 1000 - 125x}$

Jeg skriver inn h(x) = Funksjon[1000-125x,0,10] i GeoGebra.



Vi ser tydelig her at allerede etter 1 km, så begynner denne modellen allerede å avvike fra de reelle verdiene.

d) f(8,848) =322,7 hPa
g(8,848) = 329,2 hPa
h(8,848) = -106,0 hPa

Her har jeg bare skrevet inn f(8.848) osv. Direkte i innskrivningsfeltet på GeoGebra og notert ned tallet GeoGebra returnerer.

Sitat 4 forteller at trykket på Mount Everest er 10000/3 = 333 hPa, som er i grei overenstemmelse med modell f og g.

Som sluttkommentar så virker alle påstander rimelige og i grei overenstemmelse med hverandre.