

Kapittel 1. Prosentregning



Mål for Kapittel 1, Prosentregning.

Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- tolke og bruke formler som gjelder dagligliv og yrkesliv
- regne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapitlet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapitlet vet jeg

- hvordan jeg regner prosent av en mengde
- hvordan jeg finner ny verdi når prosentavslaget er gitt
- hvordan jeg finner gammel verdi fra nedsatt verdi og oppgitt prosentavslag
- hva prosentpoeng er og hvordan det er annerledes fra prosent
- hva vekstfaktor er og hvordan vi bruker den til å regne med renter og verdier som strekker seg over lang tid

Etter dette kapitlet kan jeg forklare

- hvorfor prosent er et nyttig verktøy
- hvorfor jeg kan finne ny og original verdi ved å få oppgitt prosentsats
- hvorfor det er nyttig å snakke om prosentpoeng i mange praktiske sammenhenger og ikke prosent

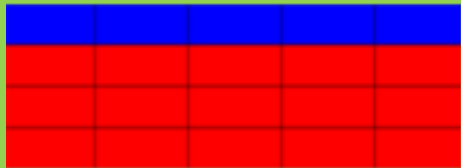
Etter dette kapitlet kan jeg vurdere og

- gi eksempler på bruk av prosent, prosentpoeng og vekstfaktor i dagliglivet
- lage og løse tekstoppgaver knyttet til prosent
- delta i en diskusjon rundt endring i prosent/verdi og oppgi begrunnelse for argumentene dine
- se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- vurdere og sortere informasjon oppgitt i tekst

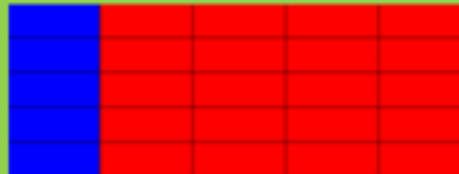
Utforskende oppgave – når det ikke er 100 ruter

Under ser du tabeller med ulikt antall ruter. Rutene i hver tabell er enten røde eller blå.

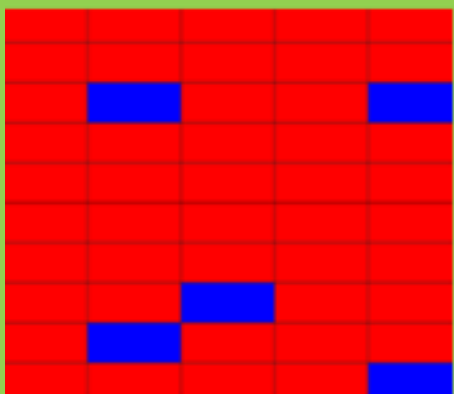
- Tell antall blå ruter og tell antall ruter til sammen i tabellen (både røde og blå). Skriv antall blå ruter i forhold til antall ruter til sammen som en brøk.
- Hva må du multiplisere nevneren med slik at nevneren blir 100? Hva må du da gjøre med telleren? Hva kalles dette?



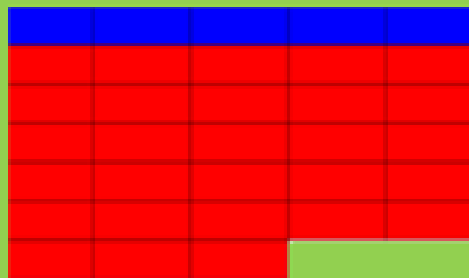
$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall ruter}} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{100}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall ruter}} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{100}$$



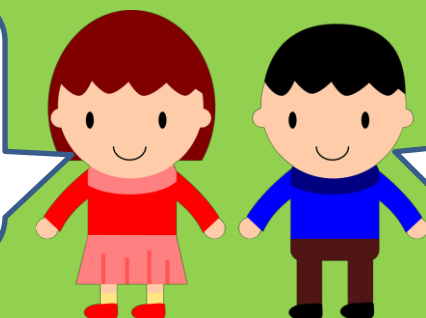
$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall ruter}} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{100}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall ruter}} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{100}$$

- Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvem har rett?

I alle tabellene er det fargelagt like mange blå ruter.



Det er fargelagt flest blå ruter tabellen øverst til venstre.

1. Brøk – desimal – prosent

Du har kanskje tidligere lært at prosent betyr hundredeler, del av hundre eller delt på hundre. I dette kapitlet skal vi jobbe med den praktiske betydningen av denne kunnskapen, og vi vil være mest opptatt av sifrene som står på enerplassen, tidelsplassen og hundredelsplassen i et desimaltall.

Ener	,	Tidel	Hundredel

Dersom det står 0 på enerplassen vil tallets verdi være mindre enn 100 %. For eksempel er $0,74 = 74 \%$.

Dersom det står 1 eller mer på enerplassen vil tallets verdi være over 100 %. For eksempel er $1,26 = 126 \%$.

Dersom nevneren i en brøk er 100 vil tallet i telleren vise brøkens verdi i prosent. For eksempel er $\frac{43}{100} = 43 \%$.

Oppgave 1 – Fyll ut tabellen. På noen av disse oppgavene må du kanskje bruke kalkulator

Brøk	Desimal	Prosent	Brøk	Brøk	Desimal	Prosent
$\frac{28}{100}$				$\frac{37}{56}$		
	0,48			$\frac{85}{127}$		
	0,61			$\frac{21}{18}$		
	0,7				0,8	
$\frac{5}{100}$					0,9	
		37 %				7 %
		8 %				113 %

Disse sammenhengene må du kunne:

$$\frac{1}{2} = 50 \% \quad \frac{1}{3} \approx 33 \% \quad \frac{1}{4} = 25 \% \quad \frac{1}{5} = 20 \% \quad \frac{1}{10} = 10 \%$$

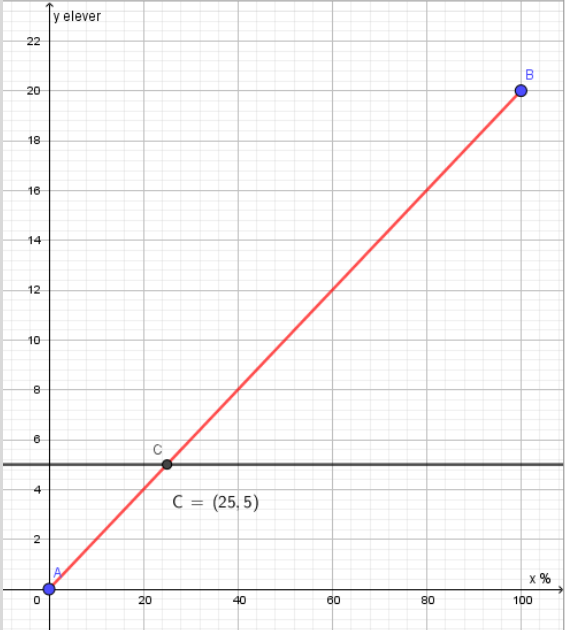
2. Å regne ut prosenttallet.

Prosentregningen i 2P er delt i to hoveddeler: det du skal klare uten hjelpemidler og det du skal klare med hjelpemidler. I delkapitlene 3.1 – 3.3 finner du oppgaver som kan regnes uten hjelpemidler.

2.1 Når det hele er lavere enn 100.

Eks:

I en klasse på 20 elever har 5 av elevene planlagt å reise bort i juleferien. Hvor mange prosent av klassens elever skal reise bort i juleferien?

<p>Metode 1: bruke forholdslikning</p>	<p>Metode 2: sammenheng brøk - prosent</p>
$\frac{5}{20} = \frac{x}{100}$ $\frac{5}{20} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{x}{100} = \frac{5}{20} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 100}{20} \rightarrow \underline{x = 25}$ <p><u>25 % av elevene reiser bort i vinterferien</u></p>	<p>Vi forkorter brøken slik at vi finner en av sammenhengene fra forrige side:</p> $\frac{5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{1}{4} = 25 \%$ <p><u>25 % av elevene reiser bort i vinterferien</u></p>
<p>Metode 3: lineær funksjon</p>	<p>Metode 4: Gjøre nevneren til 100</p>
 <p><u>Punkt C viser at 5 elever = 25 % av elevene reiser bort i vinterferien</u></p>	<p>Vi utvider brøken slik at nevneren blir 100</p> $\frac{5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{25}{100} = 25 \%$ <p><u>25 % av elevene reiser bort i vinterferien</u></p>

Oppgave 4

I en klasse på 20 elever var det 14 jenter. Hvor mange prosent av elevene var jenter? Hvor mange var gutter?

Oppgave 5

I en klasse på 25 elever spiller 5 av elevene fotball. Hvor mange prosent av elevene i klassen spiller fotball? Hvor mange prosent spiller ikke fotball?

Oppgave 6

I september er det 20 skoledager. På 13 av disse dagen skinte sola. Hvor mange prosent av dagene var det ikke sol?

Oppgave 7

En elev trillet 10 terninger. 3 av disse landet på et oddetall. Hvor mange prosent av terningene viste partall?

Oppgave 8

I en klasse på 33 elever kom 3 av elevene for sent til første time. Omtrent hvor mange prosent av elevene kom tidsnok til timen?

Oppgave 9

I en gruppe med elever var det 8 jenter og 12 gutter. Hvor mange prosent av elevene i denne gruppa var gutter? Hvor mange prosent av elevene i denne gruppa var jenter?

VG3 ST består av to klasser; A- og B-klassen. Skolen arrangerer juleball for VG3, og påmeldingen viser at alle elevene i A-klassen og halvparten av elevene i B-klassen skal på juleballet. Hvor mange prosent av elevene på VG3 ST er påmeldt på juleballet?

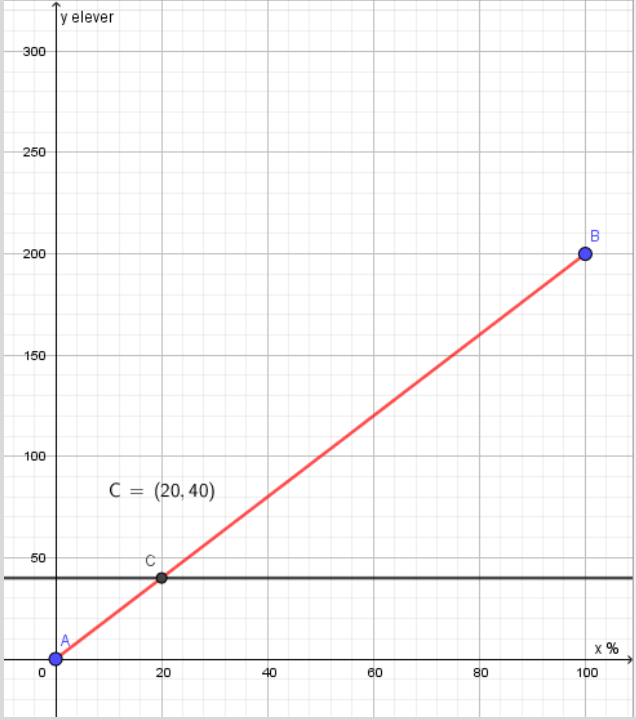
Løs noen av oppgavene ovenfor ved hjelp av Excel.



2.2 Forkorte til hundredeler eller gjenkjenne brøker

Eks:

På en videregående skole er det 200 elever på VG1. 40 av disse elevene tar 1T. Hvor mange prosent av elevene tar 1T.

<p>Metode 1: bruke forholdslikning</p> $\frac{40}{200} = \frac{x}{100}$ $\frac{40}{200} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{x}{100} = \frac{40}{200} \rightarrow x = \frac{40 \cdot 100}{200} \rightarrow x = 20$ <p><u>20 % av elevene tar 1T.</u></p>	<p>Metode 2: sammenheng brøk - prosent</p> <p>Vi forkorter brøken slik at vi finner en av sammenhengene fra side 8:</p> $\frac{40:40}{200:40} = \frac{1}{5} = 20 \%$ <p><u>20 % av elevene tar 1T.</u></p>
<p>Metode 3: lineær funksjon</p>  <p><u>Punkt C viser at 40 elever = 20 % av elevene tar 1T</u></p>	<p>Metode 4: Gjøre nevneren til 100</p> <p>Vi forkorter brøken slik at nevneren blir 100</p> $\frac{40:2}{200:2} = \frac{20}{100} = 20 \%$ <p><u>20 % av elevene tar 1T.</u></p>

Oppgave 10

Jonas skal kjøpe en bukse til 500 kroner. Han oppdager en liten flekk på buksa og blir derfor tilbudt 100 kr i avslag. Hvor mange prosent avslag blir han tilbudt?

Oppgave 11

På en videregående skole er det til sammen 1000 elever. 400 av disse går på VG3. Hvor mange prosent av elevene går på VG3?

Oppgave 12

Timelønnen til Tahir er 200. Dersom han jobber på kvelden øker timelønna hans med 60 kr. Hvor mange prosent høyere lønn har Tahir på kvelden?

Oppgave 13

I en gate bor det 400 mennesker. Av disse er 80 over 50 år. Hvor mange prosent av menneskene i denne gata er over 50 år?

Oppgave 14

I skobutikken selges et par sommersko til 360 kr. Tidligere hadde disse skoene kostet 600 kr. Hvor mange prosent rabatt får du på disse skoene?

Oppgave 15

I en klesbutikk på Tveita-senteret kostet en høstjakke 800 kr. Nå som det har blitt vinter selges denne jakka med en rabatt på 240 kr. Hvor mange prosent er rabatten på?

Oppgave 16

Prisen på en vare steg fra 1200 kroner til 1320 kroner. Med hvor mange prosent steg prisen?

Oppgave 17

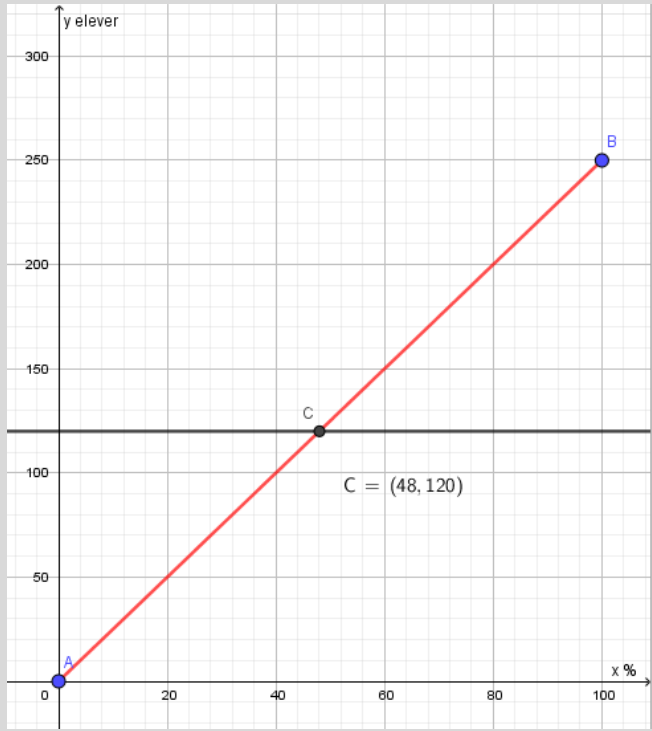
En vanntank inneholdt 300 liter da den var full. En uke senere var innholdet i vanntanken på 240 liter. Med hvor mange prosent ble vannstanden redusert?

Løs noen av oppgavene over ved hjelp av Excel.



2.3 Når vanskegraden øker

På en liten ungdomsskole var det 120 gutter og 130 jenter. Hvor mange prosent av skolens elever var gutter?

Metode 1: bruke forholdslikning	Metode 2: sammenheng brøk - prosent
$\frac{120}{250} = \frac{x}{100}$ $\frac{120}{250} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{x}{100} = \frac{120}{250} \rightarrow x = \frac{120 \cdot 100}{250} \rightarrow x = 48$ <p><u>48 % av elevene er gutter.</u></p>	Vi forkorter brøken slik at vi finner en av sammenhengene fra side 8: $\frac{120:120}{250:120} \approx \frac{1}{2} = 50 \%$ <p><u>Omtrent 50 % av elevene er gutter.</u> (Vi kan ikke finne nøyaktig svar ved hjelp av denne metoden på denne oppgaven, men det er bedre å gi et omtrentlig svar enn å ikke svare)</p>
Metode 3: lineær funksjon	Metode 4: Gjøre nevneren til 100
 <p><u>Punkt C viser at 120 elever = 48 % av elevene er gutter.</u></p>	Vi både forkorter og utvider brøken slik at nevneren blir 100 $\frac{120:5}{250:5} = \frac{24 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{48}{100} = 48 \%$ <p><u>48 % av elevene er gutter.</u></p>

Oppgave 16

I en klasse på 30 elever valgte 9 av elevene 1T. Hvor mange prosent av klassens elever valgte 1T?

Oppgave 17

Et trinn besto av 120 Elever. Av disse gikk 80 elever på ST. Hvor mange prosent av elevene på trinnet gikk på ST?

Oppgave 18

Antall elever på VG1 økte fra 120 kr til 132 kr. Hvor høy var stigningen i prosent?

Oppgave 19

En fotballklubb består av 350 medlemmer. 140 av disse medlemmene er under 12 år. Hvor mange prosent av medlemmene er under 12 år?

Oppgave 20

På en skole gikk det 325 jenter og 175 gutter. Hvor mange prosent av elevene på skolen var jenter?

Oppgave 21

Nora kjøpte en pose med sjokolade. Ganske raskt spiste hun 135 gram sjokolade, og da hadde hun igjen 115 gram sjokolade. Hvor mange prosent av sjokoladeposen hadde hun spist?

Oppgave 22

I løpet av none år steg Gretes lønn fra 160 kroner per time til 184 kroner per time. Hvor mange prosent steg timelønnen?

Oppgave 22

I en klasse er $\frac{3}{4}$ av elevene jenter. 20 % av jentene spiller håndball. Ingen av guttene spiller håndball. Hvor mange prosent av elevene i klassen spiller håndball?

Løs noen av oppgavene over ved hjelp av Excel.



2.4 Med kalkulator eller regneark

Noen utregninger er såpass vanskelige at det er lurt å bruke hjelpemidler.

Eks:

I en boks med kalkulatorer fungerer 48 slik de skal og 3 mangler batteri. Hvor mange prosent av kalkulatorene er ikke klare for bruk?

$$\frac{3}{51} \approx 0,06 = \underline{6\%}$$

Det vil si at ca. 6 % av kalkulatorene ikke var klare for bruk

Oppgave 22

I 2010 var det ca. 4 860 000 innbyggere i Norge. Av disse var 637 356 mellom 10 og 19 år. Hvor stor prosent av befolkningen var mellom 10 og 19 år?

Oppgave 23

2817 av 11 200 velgere stemte på AP i et kommunevalg. Hvor mange prosent stemte AP?

Oppgave 24

En flaske rommer 0,75 L. Trine heller 0,63 L vann i flasken. Hvor mange prosent av volumet i flasken utgjør dette?

Oppgave 24

Arealet til en fotballbane er 7350 m². Midt på banen er det en sirkel som kalles midtsirkelen. Arealet til denne sirkelen er ca. 255 m². Omtrent hvor mange prosent av banens areal utgjør midtsirkelen?

Oppgave 24

Høsten 2019 begynte 650 elever på Hellerud. Ved nyttår hadde elevtallet sunket til 610. Hvor mange prosent av de som startet høsten 2019 gikk fortsatt på skolen ved nyttår?

Oppgave 25

En murer blander betong. Til dette bruker han 2,4 kg sand + 1,2 kg sement + 1,5 kg pukk. Hvor mange prosent av blandingen er sand? Hvor mange prosent av blandingen utgjør sement? Hvor mange prosent av blandingen utgjør pukk?

Løs oppgavene over ved hjelp av Excel.



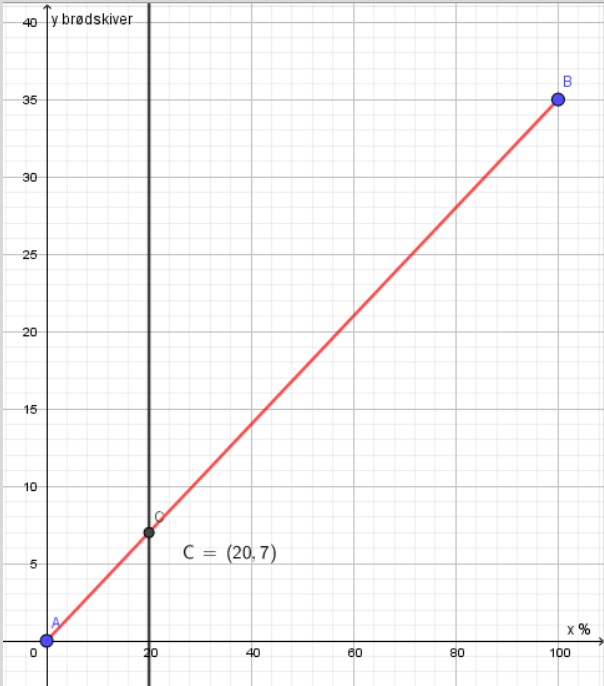
3. Å regne ut delen.

Prosentregningen i 2P er, som nevnt tidligere, delt i to hoveddeler: det du skal klare uten hjelpemidler og det du skal klare med hjelpemidler. I delkapittel 4.1 finner du oppgaver som kan regnes uten hjelpemidler.

3.1 Å regne delen uten kalkulator

Eks:

Et brød besto av 35 brødskeer. Til frokost spiste familien 20 % av brødskeivene. Hvor mange brødskeer ble spist til frokost?

Metode 1: bruke forholdslikning	Metode 2: sammenheng brøk - prosent
$\frac{x}{35} = \frac{20}{100}$ $\frac{x}{35} = \frac{20}{100} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 35}{100} \rightarrow x = 7$ <u>Familien spiste 7 brødskeer til frokost.</u>	Vi bruker sammenhengen mellom prosent og brøk fra side 8: $20 \% = \frac{1}{5} \rightarrow 35 : 5 = 7$ <u>Familien spiste 7 brødskeer til frokost.</u>
Metode 3: lineær funksjon	Metode 4: veien om 1 %
 <p><u>Punkt C viser at familien spiste 20 % = 7 brødskeer til frokost.</u></p>	$100 \% = 35 \text{ brødskeer} \quad : 100$ $1 \% = 0,35 \text{ brødskeer} \quad \cdot 20$ $20 \% = 7 \text{ brødskeer}$ <u>Familien spiste 7 brødskeer til frokost.</u>

Oppgave 26

På et håndballag med 20 jenter har 25 % av jentene allerede hatt bursdag. Hvor mange av jentene har hatt bursdag?

Oppgave 27

På Meny er en sjokolade, som egentlig kostet 50 kr, satt ned med 10 %. Hvor mye er avslaget på?

Oppgave 28

En flaske med saft kostet egentlig 48 kr, men ble solgt med 33 % avslag. Hvor mye sparer du på dette?

Oppgave 29

I en klasse på 25 elever var 20 % av elevene syke. Hvor mange av klassens elever var syke?

Oppgave 30

I fjor kostet en pc 4 800 kroner. I år ble prisen satt opp med 20 %. Hvor mye dyrere ble pc-en målt i kroner?

Oppgave 31

I 2015 målte et epletre 2,5 meter. Ved inngangen til 2019 hadde treet vokst med 10 %. Hvor mye hadde treet vokst målt i meter?

Løs noen av oppgavene over ved hjelp av Excel



Oppgavene nedenfor kan løses ved å regne via sammenhengene på side...

Oppgave 30

Opprinnelig pris på en genser er 600 kr. På grunn av en liten flekk selges denne med 5 % rabatt. Hvor stor er rabatten?

Oppgave 31

En skobutikk selges et par sommersko med opprinnelig pris på 360 kr med 40 % rabatt. Hvor mye utgjør dette?

Oppgave 32

På en videregående skole er det til sammen 800 elever. 30 % av disse går på VG1. Hvor mange elever går på VG1?

Oppgave 33

75 % av elevene på skolen i oppgave 32 går på VG1 og VG2. Hvor mange elever er dette?

3.2 Med kalkulator eller regneark

Eks:

I 2017 ble det solgt ca. 158 000 nye biler i Norge. 23 % av disse var el-biler. Hvor mange el-biler ble solgt i Norge i 2017?

$$158\,000 \cdot 23\% = 158\,000 \cdot 0,23 = \underline{36\,340}$$

Det ble solgt 36 340 el-biler i Norge i 2017.

Oppgave 34

Høsten 2019 begynte 650 elever på Hellerud VGS. 11 % av disse begynte på bygg og anleggs-linja. Hvor mange elever utgjorde dette?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 34

Høsten 2019 begynte 650 elever på Hellerud VGS. 23 % av disse begynte på VG1 - studiespesialisering. Hvor mange elever utgjorde dette?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 34

I en klasse på 25 elever kom 13 % av elevene for sent. Hvor mange elever kom for sent?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 35

På en skole med 548 elever gikk 31 % av elevene på Vg1. Hvor mange elever gikk på Vg1?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 36

I en klasse på 30 elever sluttet 13,3 % i løpet av skoleåret. Hvor mange av elevene i klassen sluttet?

Oppgave 37

Vilde hadde en timelønn på 192 kr. Når hun jobber lørdager skal hun ha 28 % tillegg. Hvor mange kroner tillegg har hun på lørdager?

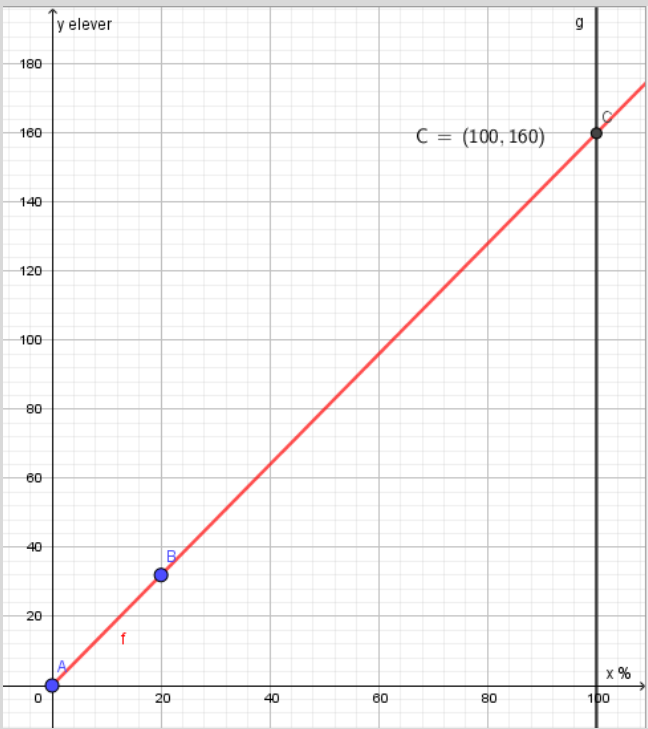
Løs noen av oppgavene over ved hjelp av Excel.



4. Å finne 100 %

Eks:

På et VG2-trinn valgte 20 % av elevene S1. Dette utgjorde 32 elever. Hvor mange elever gikk på VG2-trinnet på den skolen?

<p>Metode 1: bruke forholdslikning</p> $\frac{32}{x} = \frac{20}{100}$ <p>Fra kapittel 1 husker vi:</p> $\frac{32}{x} = \frac{20}{100} \rightarrow \frac{x}{32} = \frac{100}{20} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 32}{20} \rightarrow x = 160$ <p><u>Det var 160 elever på VG2.</u></p>	<p>Metode 2: sammenheng brøk - prosent</p> <p>Vi forkorter brøken slik at vi finner en av sammenhengene fra side 8:</p> $100 \% = 20 \% \cdot 5 \rightarrow 32 \cdot 5 = 160$ <p><u>Det var 160 elever på VG2.</u></p>
<p>Metode 3: lineær funksjon</p>  <p><u>Punkt C viser at 100 % = 160 elever på VG2.</u></p>	<p>Metode 4: Veien om 1 %</p> $\begin{array}{l} 20 \% = 32 \text{ elever} \\ 1 \% = 1,6 \text{ elever} \\ 100 \% = \underline{160 \text{ elever}} \end{array} \quad \begin{array}{l} : 20 \\ \cdot 100 \end{array}$ <p><u>Det var 160 elever på VG2.</u></p> <p>Merk: andre prosenter enn 1 får oss også i mål, for eksempel 10 % eller 5 %.</p>

Oppgave 38

Prisen på en vare økte med 500 kr. Dette utgjorde en prisøkning på 10 %. Hvor mye kostet varen før prisøkningen?

Oppgave 39

En TV ble satt ned med 20 %. Da ble den 1000 kr billigere. Hvor mye kostet den før den ble satt ned?

Oppgave 40

25 % av elevene på VG2 - studiespesialisering på Hellerud har valgt S1 – matematikk. Dette utgjør 22 elever. Hvor mange elever går på VG2 - studiespesialisering?

Oppgave 41

En saftflaske averterer med «30 % mindre sukker». Reduksjon i sukkerinnhold er 2,7 gram per 100 gram. Hvor høyt var sukkerinnholdet tidligere?

Oppgave 40

12,5 % av elevene på en skole spiller fotball på fritiden. Dette utgjør 60 elever. Hvor mange elever er det på skolen?

Oppgave 41

Verdien på en aksje steg med 7 %. Dette gjorde at aksjen ble 16,94 kr dyrere. Hvor mye kostet aksjen før verdistigningen?

Oppgave 42

Verdien på en aksje steg med 7 %. Dette gjorde at aksjen ble 16,94 kr dyrere. Hvor mye kostet aksjen før verdistigningen?

Løs noen av oppgavene over ved hjelp av Excel.



5. Å finne ny verdi - vekstfaktor

Når vi skal endre nåværende verdi tar vi alltid utgangspunkt i at nåværende verdi er 100 %. Dersom verdien ikke endres forblir verdien 100 %. Dersom verdien øker blir den nye verdien høyere enn 100 %. Dersom verdien synker blir den nye verdien lavere enn 100 %.

Mange kalkulatorer kan ikke regne med prosent. Derfor må vi gjøre det nye prosenttallet om til et desimaltall. Dette kalles vekstfaktor.

Dersom verdien ikke forandres vil vekstfaktoren bli 1,00. Dersom verdien øker blir vekstfaktoren høyere enn 1,00. Dersom verdien synker blir vekstfaktoren lavere enn 1,00

5.1 Negativ vekst

- 7 % = <u>93 % = 0,93</u>	- 18 % = _____
- 7,5 % = _____	- 18,3 % = _____
- 10,2 % = _____	- 17,5 % = _____
- 10 % = _____	- 20 % = _____
- 30 % = _____	- 40 % = _____
- 50 % = _____	- 60 % = _____

Eks:

På starten av skoleåret hadde matematikklæreren en bunke med 120 kladdebøker. Når høstferien kom hadde læreren delt ut 25 % av disse. Hvor mange bøker var det igjen i bunken?

$$100 \% - 25 \% = 75 \% = 0,75$$

$$120 \cdot 0,75 = 90$$

Læreren hadde igjen 90 kladdebøker.

(Merk: disse oppgavene kan også løses ved hjelp av lineære funksjoner)

Oppgave 42

En ny bil koster 420 000 kr. Etter ett år er verdien redusert med 15 %. Hva er verdien til bilen om ett år?

Oppgave 43

Ved skolestart høsten 2018 begynte 550 elever på en VGS. I løpet av skoleåret hadde 10 % sluttet. Hvor mange elever fullførte skoleåret?

Oppgave 44

Nypris på en moped var 12 000 kr. Etter ett år hadde verdien sunket med 20 %. Hva var verdien på mopeden etter ett år?

Oppgave 45

En familie skulle kjøre fra Oslo til Trondheim, en strekning som er ca. 500 km lang. Etter 2 timer hadde de kjørt 30 % av avstanden. Hvor mange km har de igjen å kjøre?

Oppgave 46

Prisen på en aksje var 68 kr. Dagen etter hadde verdien sunket med 2,8 %. Hva ble den nye verdien på denne aksjen?

Oppgave 46

I januar 2019 kjøpte en person akser for et visst beløp. Verdien på aksjene kunne i juni beregnes utfra regnestykket $15\,000 \cdot 0,97$. Hva forteller tallene 15 000 og 0,97?

Oppgave 46

Høsten 2018 startet et visst antall elever på VG1. Antall elever som fullførte året kan beregnes utfra regnestykket $140 \cdot 0,875$. Hva forteller tallene 140 og 0,875?

Løsn noen av oppgavene over ved hjelp av Excel.



5.2 Positiv vekst

$+15\% = \underline{115\% = 1,15}$	$+20\% = \underline{\hspace{2cm}}$
$+25\% = \underline{\hspace{2cm}}$	$+40\% = \underline{\hspace{2cm}}$
$+7\% = \underline{\hspace{2cm}}$	$+9\% = \underline{\hspace{2cm}}$
$+17,5\% = \underline{\hspace{2cm}}$	$+150\% = \underline{\hspace{2cm}}$
$+143\% = \underline{\hspace{2cm}}$	$+9,54\% = \underline{\hspace{2cm}}$
$+2,1\% = \underline{\hspace{2cm}}$	$+0,8\% = \underline{\hspace{2cm}}$

Eks:

I 2014 hadde en VGS 50 primærøkere. I 2018 hadde dette tallet steget med 20 %. Hvor mange primærøkere hadde denne skolen i 2018?

$$100\% + 20\% = 120\% = 1,2$$

$$50 \cdot 1,2 = 60$$

Skolen hadde 60 primærøkere i 2018.

Merk: disse oppgavene kan også løses ved hjelp av lineære funksjoner, men da må grafen gå forbi 100 %

Oppgave 47

I 2015 ble en leilighet kjøpt for 2 450 000 kr. I 2019 hadde verdien av leiligheten steget med 15 %. Hvor høy er verdien av leiligheten i 2019?

Oppgave 48

I 2017 var prisen på en jakke 1400 kr. I 2018 ble prisen satt opp med 10 %. Hvor mye kostet jakka i 2018?

Oppgave 49

Elevtallet på en VGS var 600. Året etter steg elevtallet med 7 %. Hvor mange elever gikk på skolen året etter?

Oppgave 50

Hanne har en timelønn på 160 kr. Hun blir lovet en lønnsøkning på 4,3 %. Hva blir den nye timelønna hennes?

Oppgave 51

På mandag kostet bensin 12,53 kr/L. Tirsdag hadde prisen økt med 2,3 %. Bruk vekstfaktor til å regne ut hvor mye bensinen kostet per liter på tirsdagen?

Oppgave 52

En familie kjøpte en leilighet i 2008 for 1,8 millioner kroner. De antar at leilighetens verdi har steget med 150 % frem til i dag. Hvor høy er verdien på leiligheten dersom familien har rett?

Løs noen av oppgavene over i Excel.



5.3.1 Flere prosentvise endringer

Eks:

Prisen på utenlandske penger (ofte kalt valutakurs) forandrer seg hver dag. 3. juni 2018 var prisen på Euro 9,53 kr. Dagen etter gikk prisen opp med 3 %, deretter steg prisen med ytterligere 5 % før den falt med 2 %. Hva var prisen på Euro etter disse tre endringene?

$$+ 3 \% = 103 \% = 1,03$$

$$+ 5 \% = 105 \% = 1,05$$

$$- 2 \% = 98 \% = 0,98$$

$$9,53 \cdot 1,03 \cdot 1,05 \cdot 0,98 = \underline{10,10}$$

Prisen på aksjen var kr 10,10 etter disse tre endringene.

Merk: disse oppgavene kan **ikke** løses ved hjelp av lineær funksjon.

På Tveita-senteret er det to matbutikker. I dag koster en saftflaske det samme på begge butikkene. Butikk A øker først prisen med 10 %, deretter med 10 % en gang til. Butikk B øker prisen med 20 %. Vil butikkene fortsatt ha lik pris på saftflaska etter disse prisendringene?

På Tveita-senteret er det to matbutikker. I dag koster en saftflaske det samme på begge butikkene. Butikk A øker først prisen med 20 %, deretter setter den ned prisen med 10 %. Butikk B setter først ned prisen med 10 %, deretter setter den opp prisen med 20 %. Vil butikkene fortsatt ha lik pris på saftflaska etter disse prisendringene?

Oppgave 52

Hanne har en timelønn på 160 kr. Første året økte timelønnen med 3,8 %, deretter økte den med 2,7 %, og det tredje året økte lønnen med 3,1 %. Hva ble den nye timelønna hennes etter disse tre endringene?

Oppgave 53

På mandag kostet bensin 12,53 kr/L. Tirsdag hadde prisen sunket med 2 %. Onsdag sank prisen med ytterligere 3,7 % før den steg med 4,1 % på torsdag. Bruk vekstfaktor til å regne ut hvor mye bensinen kostet per liter etter torsdagens prisøkning.

Løs oppgavene over i Excel.



5.3.2 Flere like prosentvise endringer

Eks:

I dag kan en leilighet selges for 2,1 millioner kroner. Det er forventet at verdien på leiligheten stiger med 8 % hvert år de neste fire årene. Hvor mye kan leiligheten selges for om 4 år dersom dette stemmer?

$$2,1 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08 = 2,1 \cdot 1,08^4 = \underline{2,86}$$

Leiligheten kan selges for 2,86 millioner kroner om 4 år.

Merk: disse oppgavene kan også løses ved hjelp av eksponentielle funksjoner som du skal lære om i neste kapittel.

Oppgave 54

Hvis vi setter 10 000 kr i banken 1. januar, vil vi etter ett år få *renter* av pengene slik at beløpet på kontoen øker. Renten er en viss prosent av det beløpet vi har på kontoen. Hvor mye vil vi ha på kontoen om 5 år dersom renten er på 3 %? Hvor mye har vi etter 10 år og 15 år?

Oppgave 55

En bærbar PC koster 9800 kr som ny. Vi regner med at verdien minker med 25 % i året. Hvor mye er PC-en verdt etter 5 år?

Oppgave 56

Anta at en aksje, som i dag er verdt 118 kr, stiger med 2 % hver dag den neste uka. Hvor høy er verdien på aksjen etter en uke?

Oppgave 57

En bærbar PC koster 9800 kr som ny. Vi regner med at verdien minker med 25 % i året. Hvor mye er PC-en verdt etter 5 år?

Oppgave 58

Vi kan anta at en nytraktet kopp med kaffe holder 93 °C, og at temperaturen synker med 3,5 % per minutt de første minuttene (i normal romtemperatur). Hvor varm vil kaffekoppen være etter 5 minutter?

Oppgave 56

Knut kjøper en bil, og han vet at bilens verdi synker en viss prosentandel hvert år. Han ser for seg å beholde bilen i noen år, og han lager følgende regnestykke for å beregne hvor mye han kan selge bilen for:

$$\text{Salgspris} = 320\,000 \cdot 0,85^5$$

Hvor mye kjøpte Knut bilen for, hvor mange prosent antar Knut at verdien synker hvert år, og hvor mange år tenker Knut å beholde bilen før han selger den?

Hvor mye regner Knut å selge bilen for?

Løs noen av oppgavene over i Excel



6. Å finne gammel verdi

6.1 En prosentvis endring

Eks:

På 17. mai solgte en kiosk 1260 is. Dette var en nedgang på 10 % fra i fjor. Hvor mange is solgte kiosken i fjor?

$$100 \% - 10 \% = 90 \% = 0,9$$

$$\text{Metode 1: Salg av is i fjor} = \frac{1260}{0,9} = \underline{1400}$$

$$\text{Metode 2: Salg av is i fjor} = 1260 \cdot 0,9^{-1} = \underline{1400}$$

Kiosken solgte 1400 is på 17. mai i fjor.

Merk: disse oppgavene kan også løses ved hjelp av lineære funksjoner.

Oppgave 57

Prisen på en bukse ble satt ned med 15 %. Nå koster bukse 765 kr. Hvor mye kostet bukse før prisreduksjonen?

Oppgave 58

Elevtallet på en VGS økte med 4 % fra august 2017 til august 2018? I august 2018 var elevtallet ved skolen 582. Hvor høyt var elevtallet i august 2017?

Oppgave 58

En saftflaske averterer med «30 % mindre sukker». Nåværende sukkerinnhold er 6,3 gram per 100 gram. Hvor høyt var sukkerinnholdet før reduksjonen?

Oppgave 58

Elevtallet på en VGS økte med 4 % fra august 2017 til august 2018? I august 2018 var elevtallet ved skolen 582. Hvor høyt var elevtallet i august 2017?

Oppgave 58

I fjor kjøpte en familie en bruktbil. De antar at bilens verdi har sunket med 15 % siden de kjøpte bilen. I dag er bilens verdi 280 000 kroner. Hvor mye betalte de for bilen?

Oppgave 59

På 16-årsdagen sin kjøpte Mariam en moped. Det er vanlig at verdien til mopeder går det med en viss prosent hvert år. På 17-årsdagen sin setter hun opp følgende regnestykke:

$$\text{Nypris på moped} = \frac{14400}{0,9}$$

Hvor mye antar Mariam at verdien til mopeden er på 17-årsdagen hennes? Hvor mange prosent antar hun at verdien synker hvert år?

Hvor mye kostet mopeden da den var ny?

6.2 Flere prosentvise endringer

Eks:

Prisen på Euro gikk opp 10 %, deretter sank den med 8 % før den steg med 7 %. Nå koster 1 Euro 9,59 kr. Hvor mye kostet den før prisendringene?

$$9,59 : 1,07 : 0,92 : 1,1 = 8,85$$

1 Euro kostet 8,85 kroner før prisendringen

Merk: denne oppgavne kan **ikke** løses som lineær funksjon.

Oppgave 60

Prisen på bensin endres daglig. Fra mandag gikk den først opp med 2 %, deretter opp med ytterligere 3 % før den sank med 1,5 %. I dag koster bensin 14,36 kr per liter. Hvor høy var bensinprisen på mandag?

6.3 Flere like prosentvise endringer

Eks:

I dag kan en leilighet selges for 3,2 millioner kroner. Man antar at verdien til denne leiligheten har steget med 7 % hvert år de siste fem årene. Hvor mye var leiligheten verdt for fem år siden?

$$3,2 : 1,07^5 = \underline{2,3}$$

Leilighetens verdi var 2,3 millioner kroner for fem år siden.

Merk: disse oppgavene kan også løses ved hjelp av eksponentielle funksjoner som du skal lære om i neste kapittel.

Oppgave 60

For fire år siden satte Espen inn et beløp i banken. Pengene har stått urørt med 3 % årlig rente. I dag har han kr 112 550,88 på kontoen. Hvor stort var beløpet Espen satt inn for fire år siden?

Oppgave 61

Verdien til en aksje har sunket med 2,5 % seks dager på rad. I dag kan aksjen kjøpes for kr. 128,86. Hva var verdien til aksjen for seks dager siden?

Oppgave 61

For 5 år siden kjøpte familien Hansen en ny bil. De to første årene sank bilens verdi med 20 %, deretter sank verdien med 15 % de neste tre årene. I dag er bilens verdi 224 000 kroner. Hvor mye betalte familien Hansen for bilen?

Oppgave 62

I en kommune ble det hvert år laget en telling av antall hjort, og nye tellinger har blitt laget hvert år etter. Det viser seg at antall hjort i kommunen synker med en fast prosent hvert år. Du finner følgende regnestykke som gjelder for i år:

$$\text{Antall hjort ved første telling} = \frac{850}{0,95^3}$$

Hvor mange hjorter er i kommunen ved årets telling, hvor mange år er det siden første telling, og hvor mange prosent synker hjortebestanden med hvert år?

Hvor mange hjorter var det ved første telling?

Eksamensoppgaver. Løsningsforslag finner du på ndla.no eller matematikk.net

V15 - Oppgave 2 (del 1)

En vare koster i dag 240 kroner. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

V15 - Oppgave 1 (del 2)

Per, Pål og Espen skal låne 3 000 kroner hver. Lånene skal betales tilbake etter seks måneder. De får følgende betingelser:

- Per får tilbud om å betale tilbake 3 450 kroner etter seks måneder.
- Pål får tilbud om en månedlig rente på 2,2 %.
- Espen får tilbud om en månedlig rente på 1,8 % og et etableringsgebyr på 100 kroner.

Gjør beregninger, og avgjør hvem som får det beste tilbudet.

H15 - Oppgave 2 (del 1)

Prisen på en vare er satt ned med 30 %. I dag koster varen 280 kroner.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

H15 - Oppgave 4 (del 1)

For 10 år siden vant Lea i Lotto. Hun opprettet en konto i banken og satte inn hele gevinsten. Beløpet har stått urørt på kontoen siden. Renten har hele tiden vært 3,2 % per år.

I dag har Lea 500 138 kroner på kontoen.

Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å regne ut hvor stor gevinsten til Lea var.

H15 - Oppgave 5 (del 2)

Tenk deg at du oppretter en BSU-konto 1. januar neste år og setter inn 25 000 kroner. Du setter inn 25 000 kroner 1. januar de neste sju årene også. Renten er 4,7 % per år.

- Lag et regneark som gir en oversikt over hvor mye du vil ha på kontoen ved slutten av **hvert år** disse åtte årene
- Hvor mye vil du få til sammen i renter i løpet av disse åtte årene?

V16 - Oppgave 3 (del 1)

I butikk A koster en vare 150 kroner. I butikk B koster den samme varen 120 kroner.

- Hvor mange prosent høyere er prisen i butikk A sammenlignet med prisen i butikk B?
- Hvor mange prosent lavere er prisen i butikk B sammenlignet med prisen i butikk A?

V16 - Oppgave 4 (del 1)

Merverdiavgiften på klær er 25 %. En jakke koster 750 kroner med merverdiavgift.

Hvor mange kroner betaler vi i merverdiavgift dersom vi kjøper denne jakka?

V16 - Oppgave 5 (del 2)

En bedrift slapp ut 20 000 tonn CO₂ i 2015. Myndighetene krever at bedriften reduserer utslippet av CO₂ med 8 % hvert år de neste 10 årene.

- a) Bruk regneark til å lage en oversikt som viser antall tonn CO₂ bedriften kan slippe ut hvert år de neste 10 årene.
- b) Hvor mange prosent vil bedriften totalt ha redusert utslippet med i løpet av denne perioden?

En annen bedrift slapp ut 30 000 tonn CO₂ i 2015. Myndighetene krever at denne bedriften halverer utslippet i løpet av 5 år. Bedriften vil oppfylle myndighetenes krav ved å redusere utslippet av CO₂ med en fast proSENTSATS hvert år framover.

- c) Bestem denne proSENTSATS.

V17 - Oppgave 2 (del 1)

Ved en skole er det 125 elever. En dag tok 25 av elevene buss til skolen.

Hvor mange prosent av elevene tok buss til skolen denne dagen?

V17 - Oppgave 2 (del 2)

Emil betalte 3 703 000 kroner for en leilighet. Han betalte 15 % mer enn prisantydningen.

Hva var prisantydningen for denne leiligheten?

V17 - Oppgave 3 (del 2)

For 20 år siden arvet Ida penger. Hun satte alle pengene inn på en ny bankkonto. Hun har fått en fast rente på 4,25 % per år. I dag har hun 1 724 180 kroner på kontoen.

Hvor mye penger arvet Ida?

V17 - Oppgave 9 (del 2)

Elise og Ådne opprettet hver sin bankkonto 1. januar 2017. Elise satte inn 20 000 kroner. Ådne satte inn 25 000 kroner. Begge får en rente på 2,75 % per år, og begge lar pengene stå urørt.

- Lag et regneark som gir en oversikt over hvor mye Elise og Ådne vil ha i banken hvert år fram til og med 31. desember 2036.
- Hvor mange år vil det gå før de til sammen har mer enn 70 000 kroner i banken?
- Hvor mye vil Elise og Ådne til sammen få i renter disse 20 årene?

H17 - Oppgave 5 (del 1)

Du får 40 % rabatt på en billett. Rabatten utgjør 120 kroner.

Hvor mye ville billetten ha kostet dersom du ikke hadde fått rabatt?

H17 - Oppgave 6 (del 2)

Karen lånte 90 000 kroner den 1. november 2017. Hun har fått følgende betingelser for nedbetaling av lånet:

- en rente på 0,4 % per måned
- månedlige terminer
- et fast avdrag på 2500 kroner per termin
- termingebyr 50 kroner

- Vis at første terminbeløp blir 2 910 kroner.
- Lag et regneark som Karen kan bruke for å holde oversikt over lånet til det er nedbetalt. Nedenfor ser du hvordan de første radene i regnearket skal se ut.
- Hvor mye må Karen totalt betale for dette lånet?

(oppgaven fortsetter på neste side)

Like etter at Karen inngikk låneavtalen ovenfor, så hun en reklame der hun kunne ha fått følgende betingelser for nedbetaling av et lån på 90 000 kroner:

- en rente på 0,5 % per måned
- månedlige terminer
- et fast avdrag på 2500 kroner per termin
- ingen gebyrer

d) Hvor mye måtte Karen totalt ha betalt for dette lånet?

V18 - Oppgave 2 (del 2)

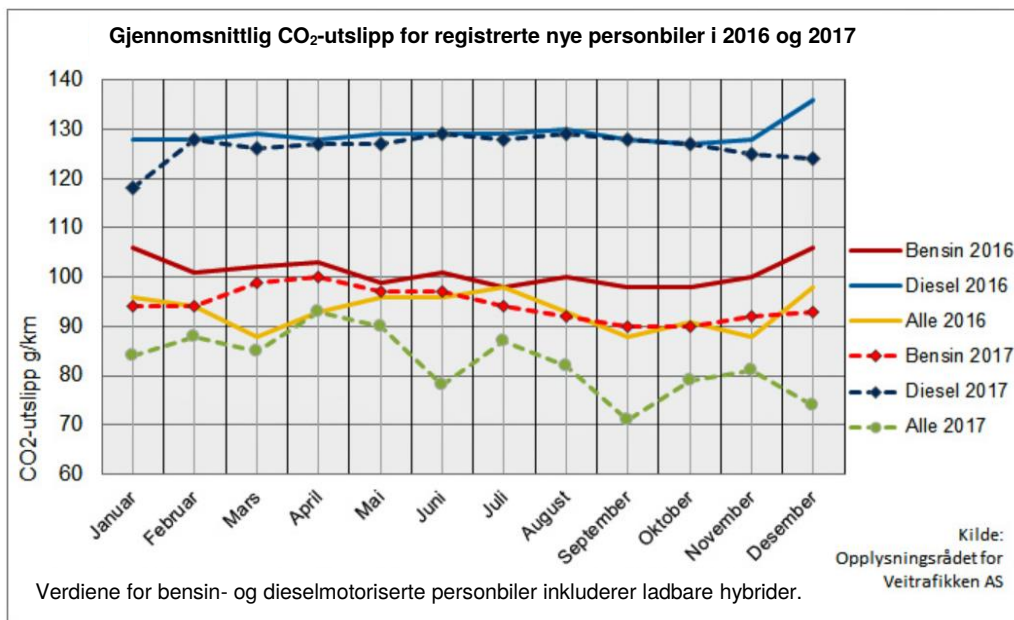
I klassen til Mats er det 25 elever. 20 % av elevene har bodd i Norge i mindre enn fire år.

a) Hvor mange av elevene i klassen har bodd i Norge i mindre enn fire år?

Skolen Mats går på, er pusset opp og bygd ut. Nå er det 1500 elevplasser ved skolen. Dette er 150 % flere elevplasser enn før utbyggingen.

b) Hvor mange elevplasser var det ved skolen før utbyggingen?

V18 - Oppgave 3 (del 2)



Diagrammet ovenfor viser gjennomsnittlig CO₂-utslipp for registrerte nye personbiler i 2016 og 2017.

Hvor mange prosent gikk gjennomsnittlig CO₂-utslipp for bensinbiler ned med fra januar 2016 til oktober 2017?

V18 - Oppgave 4 (del 2)

Verdien av en bil har avtatt med 12 % hvert år siden den var ny. Vi antar at verdien vil fortsette å avta med 12 % hvert år framover. I dag er bilen verd 300 000 kroner.

- a) Hvor mye vil bilen være verd om fem år?
- b) Hvor mye var bilen verd for fem år siden?

Forberedelse til prøven

Uten kalkulator

F1

- a) Skriv som prosent og desimaltall:
 - 1) $\frac{1}{4}$
 - 2) $\frac{140}{200}$
- b) I en klasse er $\frac{3}{5}$ av elevene jenter. 50 % av jentene spiller håndball. Ingen av guttene spiller håndball.
Hvor mange prosent av elevene i klassen spiller håndball?

F2

- a) Før kostet en vare 50 kr. Nå koster varen 80 kr. Hvor mange prosent har prisen økt med?
- b) I løpet av noen år steg Meretes lønn fra 150 kr til 165 kr. Hvor mange prosent steg lønna med?
- c) I midten av 2018 var antallet mennesker i verden på 7,6 millioner. Omtrent 15 % av disse bor i Afrika. Omtrent hvor mange mennesker bor i Afrika?
- d) Prisen på en jakke økte med 150 kr. Dette gjorde at jakka ble 20 % dyrere. Hvor mye kostet jakka før prisøkningen?

F3

Skriv av tabellen under i besvarelsen din.

Gjør utregninger og fyll inn det som mangler i tabellen:

Prosentvis endring	Vekstfaktor
+ 2 %	
-11 %	
	1,08
	0,975

Med kalkulator**F4**

Prisen på en telefon ble redusert med 15 %. Året etter ble den satt opp med 15 %.

Begrunn om den nye prisen er lik eller forskjellig fra den gamle.

F5

a) Høsten 2018 begynte 650 elever ved Hellerud VGS. I juni har elevtallet sunket til 520.

Hvor mange prosent av elevene som begynte i høst går fortsatt på skolen? Hvor mange prosent av elevene som begynte har sluttet?

b) 18 % av de elevene som begynte skoleåret gikk på Bygg og anlegg. Hvor mange elever var dette?

F6

a) På VG1 spilte 20 % av elevene fotball. Dette utgjorde 27 elever. Hvor mange elever gikk på VG1 på denne skolen?

b) I Oppland fylke går ca. 6 500 personer på videregående skole. Dette utgjør 4 % av alle videregående elevene i Norge. Hvor mange elever går på videregående skole i Norge?

F7

- a) I januar 2019 hadde du 2 500 kr på konto. Etter 1 år har beløpet steget med 2 %. Bruk vekstfaktor til å regne den nye saldoen.
- b) Anta at veksten i a) fortsetter. Hvor mye har du etter 4 år?
- c) Anta at du i januar 2019 setter 4 000 kroner i et aksjefond, og lar dem stå noen år. Aksjefondet går dårlig, og det første året synker verdien med 2,5 %. Hvor høy er verdien av aksjefondet etter ett år.
- d) Aksjefondet fortsetter å synke med samme prosent. Hvor høy er verdien etter 5 år?

F8

En leilighet kostet 1 million kr i år 2000. Den årlige verdiøkningen har vært 9 % siden 1995.

- a) Hvor mye var leiligheten verdt i 1999?
b) Hvor mye var leiligheten verdt i 1995?

F9

Kristina har kjøpt en leilighet til 3 millioner kr. Verdien på leiligheten steg med 3,5 % de første fire årene. De neste seks årene steg verdien med 4,3 %.

- a) Hvor mye har leiligheten steget med på disse 10 årene, målt i kroner?
b) Hvor mye har leiligheten steget med på disse 10 årene, målt i prosent?