

Kapittel 7. Funksjoner



Mål for kapittel 7:

Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- ☐ redegjøre for begrepet lineær vekst, vise gangen i slik vekst og bruke dette i praktiske eksempler, også digitalt
- ☐ oversette mellom ulike representasjoner av funksjoner
- ☐ undersøke funksjonar som beskriver praktiske situasjonar, ved å fastsette nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt og tolke den praktiske verdien av resultatene

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- ☐ hva en lineær- og polynomfunksjon er
- ☐ hva nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt er og hvordan jeg finner det ved hånd og ved bruk av grafisk verktøy
- ☐ hvordan grafisk fremstille en funksjon både for hånd og ved bruk av digitale verktøy
- ☐ hvilken informasjon en grafisk fremstilling av en funksjon skal inneholde
- ☐ hvordan jeg finner stigningstall og konstantledd i en funksjon

Etter dette kapittelet kan jeg forklare

- ☐ hvordan jeg finner stigningstallet og konstantleddet til en lineær funksjon
- ☐ hva en funksjon fremstiller
- ☐ hvorfor en grafisk fremstilling må inneholde noe grunnleggende informasjon utover funksjonen

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- ☐ tolke en funksjon, både ved funksjonsuttrykk og grafisk
- ☐ forklare de praktiske betydningene av en funksjon
- ☐ lage og løse sammensatte tekstoppgaver knyttet til funksjoner
- ☐ se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- ☐ vurdere og sortere informasjon oppgitt i tekst

Utforskende oppgave – Finne stigningstall og konstantledd

Funksjoner på formen $y = ax + b$

Forsøk 1: læreren legger terninger oppi en kopp
vekt =

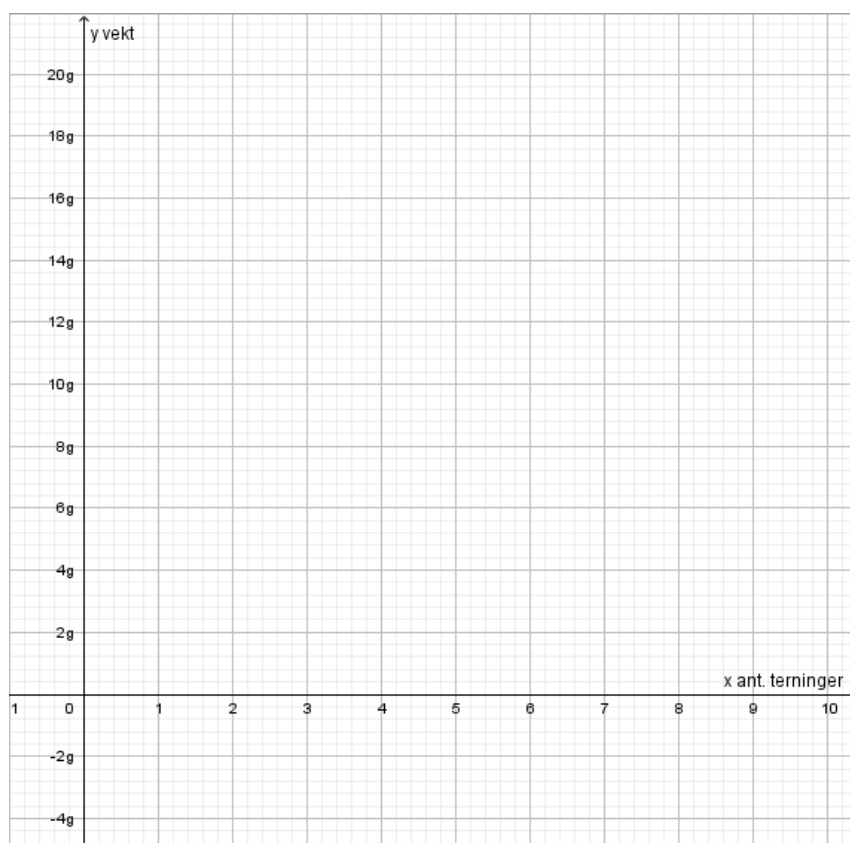
x antall terninger		
y vekt i gram		

Forsøk 2: læreren tar terninger ut av en kopp
vekt =

x antall terninger		
y vekt i gram		

Forsøk 3: læreren legger terninger på en vekt som ikke var justert
vekt =

x antall terninger		
y vekt i gram		



Marker punktene fra forsøkene over i koordinatsystemet til venstre, og trekk de lineære grafene.

Ved hvilket antall terninger blir vekta til forsøkene like?

Funksjon er et av de viktigste begrepene i matematikken.

Funksjoner handler om sammenhengen mellom to størrelser.

1. Noen begreper

1.1 Størrelse

I matematikk er en *størrelse* noe som kan måles og som vanligvis har en målenhet.

Eksempel 1

Dette er eksempler på størrelser:

- vekten av en pose med epler (målenhet kg)
- prisen for en pose med epler (målenhet kr)
- høyden av et tre (målenhet m)
- temperaturen i en kopp med kaffe (målenhet grader)
- farten til en bil (målenhet km/h)

1.2 Variabel.

En *variabel* er en størrelse som kan variere (forandre seg) og derfor ha ulike verdier. De fleste størrelser kan være variabler. Hvis en størrelse ikke forandrer seg, sier vi at den er *konstant*.

Dette er eksempler på *konstante* størrelser:

- Farten til lys er konstant og alltid lik 300 000 km/s.
- Hvis en kopp med varm kaffe står lenge på bordet, vil temperaturen i kaffen til slutt bli konstant og lik temperaturen i rommet.

1.3 Størrelser som er avhengig av hverandre

Eksempel 2

Dette er eksempler på sammenhenger mellom størrelser:

- Hvis vekten av en eplepose forandrer seg, forandrer prisen for posen seg også
- Hvis radien til en sirkel forandrer seg, forandrer arealet av sirkelen seg også
- Når alderen til et tre forandrer seg, forandrer høyden av treet seg også

1.4. Funksjoner

Hvis to størrelser er avhengige av hverandre, sier vi at den ene størrelsen er en *funksjon* av den andre størrelsen.

Eksempel 3

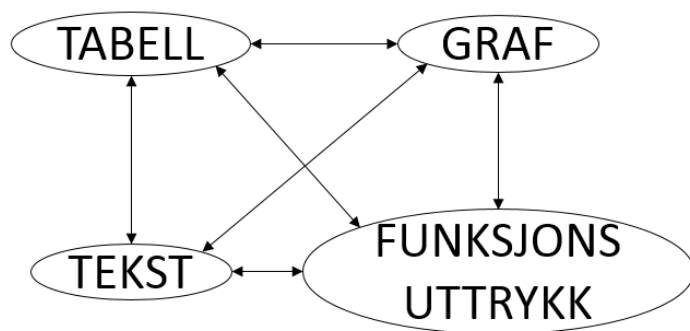
Dette er eksempler på *funksjoner*:

- prisen for en eplepose er en funksjon av vekten av posen
- arealet av en sirkel er en funksjon av radien i sirkelen
- høyden av et tre er en funksjon av alderen til treet

2. Hvordan kan vi vise fram sammenhengen mellom to størrelser?

Funksjonssammenhenger kan framstilles som

- 1) en *tabell*
- 2) en *graf*
- 3) et *funksjonsuttrykk* (en *formel*) for funksjonen.
- 4) En tekst



Verdien til den størrelsen som vi lar variere, kaller vi ofte for x .

Verdien til den andre størrelsen kaller vi ofte for y .

2.1 Tabell

Vi kjøper tre store poser epler til 20 kr per kilogram, de veier 1 kg, 2 kg og 3,5 kg

Pose 1: Veier 1 kg. Prisen er $20 \cdot 1 = 20$ kr

Pose 2: Veier 2 kg. Prisen er $20 \cdot 2 = 40$ kr

Pose 3: Veier 3,5 kg. Prisen er $20 \cdot 3,5 = 70$ kr

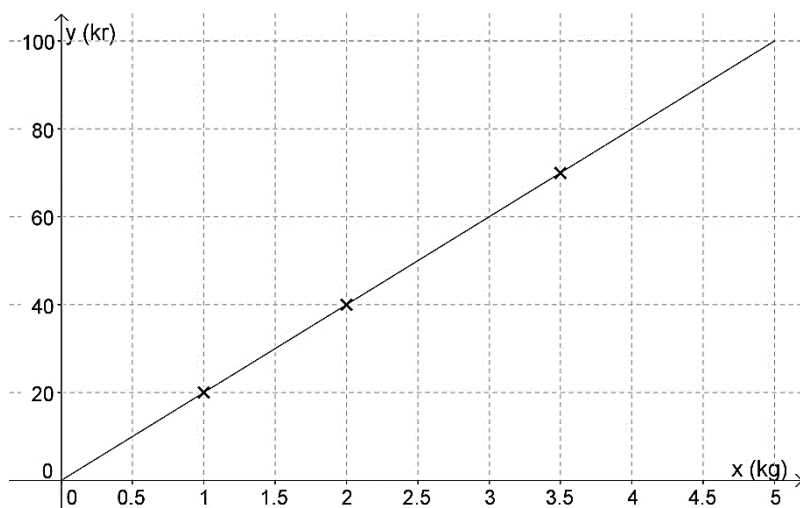
Da kan vi sette opp sammenhengen mellom vekten av en pose (x) og prisen av posen (y) i en *verditabell*. For eksempel slik:

x / kg	1	2	3,5
y / kr	20,00	40,00	70,00

Legg merke til at vi også tar med *målenhetene* i tabellen.

2.2 Graf

De tre posene vi kjøper, kan vi se på som tre punkter i et koordinatsystem. Vi tegner dem inn og ser at de ligger på samme rette linje, som vi derfor trekker opp:



Ved hjelp av denne linjen, som vi kaller *grafen* til funksjonen, kan vi lese av hvor mye et bestemt antall kilo epler koster. Vi kan også lese av hvor mange kilo epler vi kan få for et bestemt antall kroner.

Viktige begreper

Funksjon	
Konstantledd	
Stigningstall	
Variabel	
Funksjonsuttrykk	
Punkt	
Graf	
Lineær funksjon	

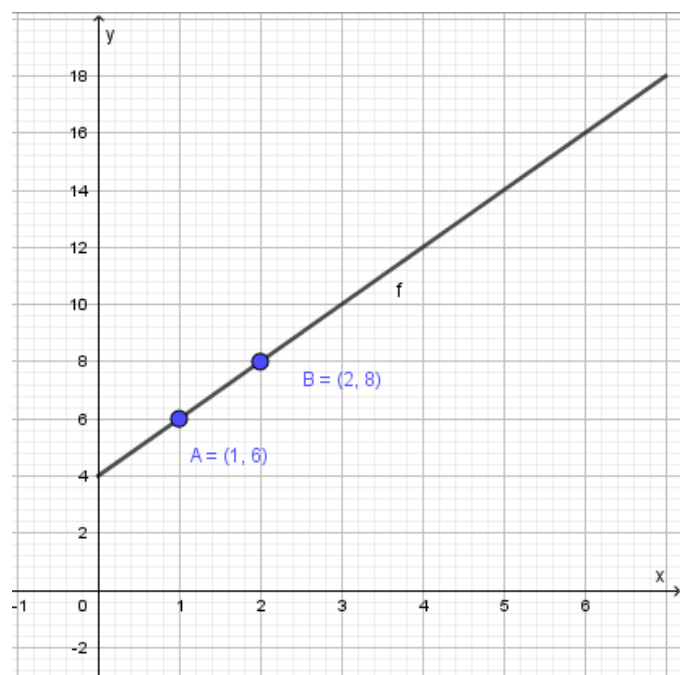
3.1 Lineære funksjoner

I en lineær funksjon sier vi at **veksten** er lineær. Den kan både være positiv (økning) og negativ (nedgang).

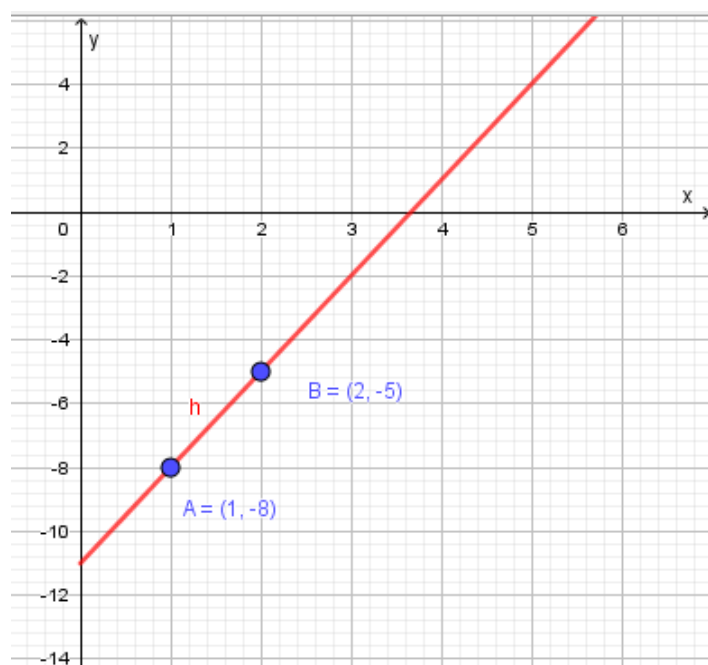
Hva kjennetegner lineær vekst? Vi finner ut det ved hjelp av oppgavene under.

Oppgave 1

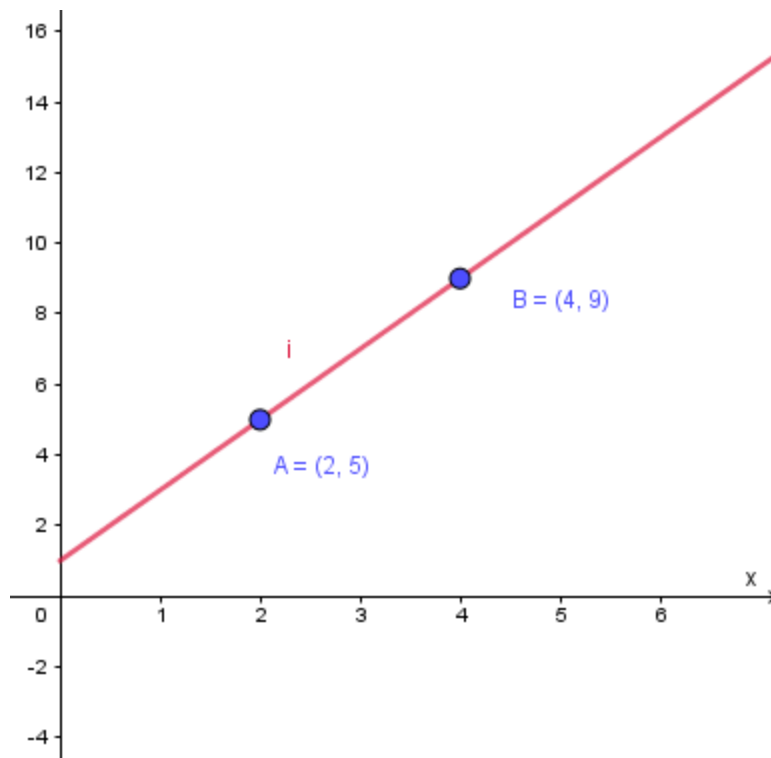
De lineære funksjonene f , g , h og i går gjennom punktene A og B. Finn stigningstallet og konstantleddet til funksjonen, og skriv funksjonsuttrykket til f på formen $y = ax + b$



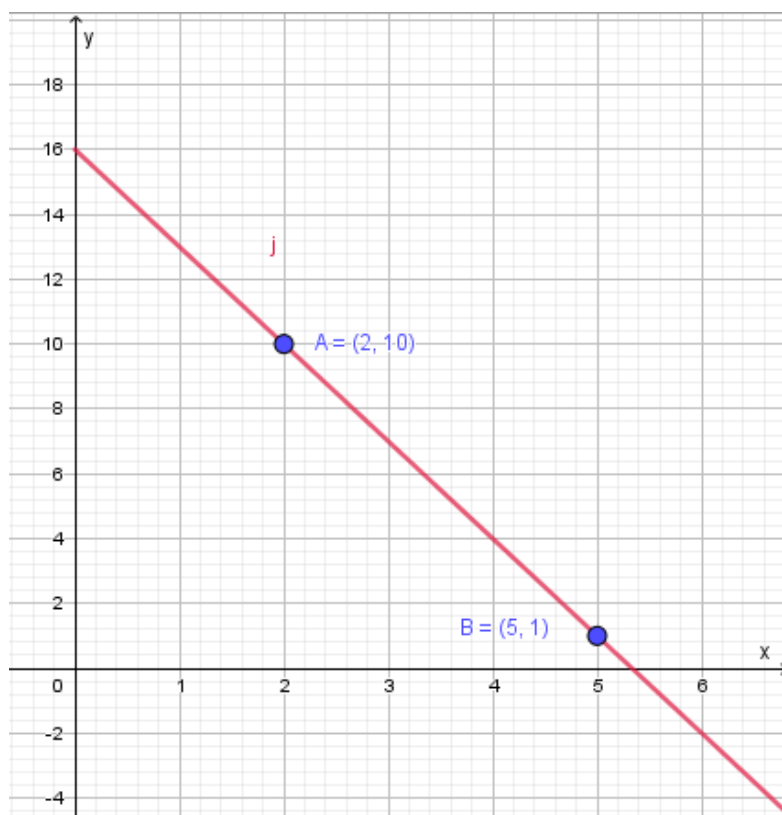
$a =$ _____ $b =$ _____ $f(x) =$ _____



$a =$ _____ $b =$ _____ $h(x) =$ _____



$a =$ _____ $b =$ _____ $i(x) =$ _____

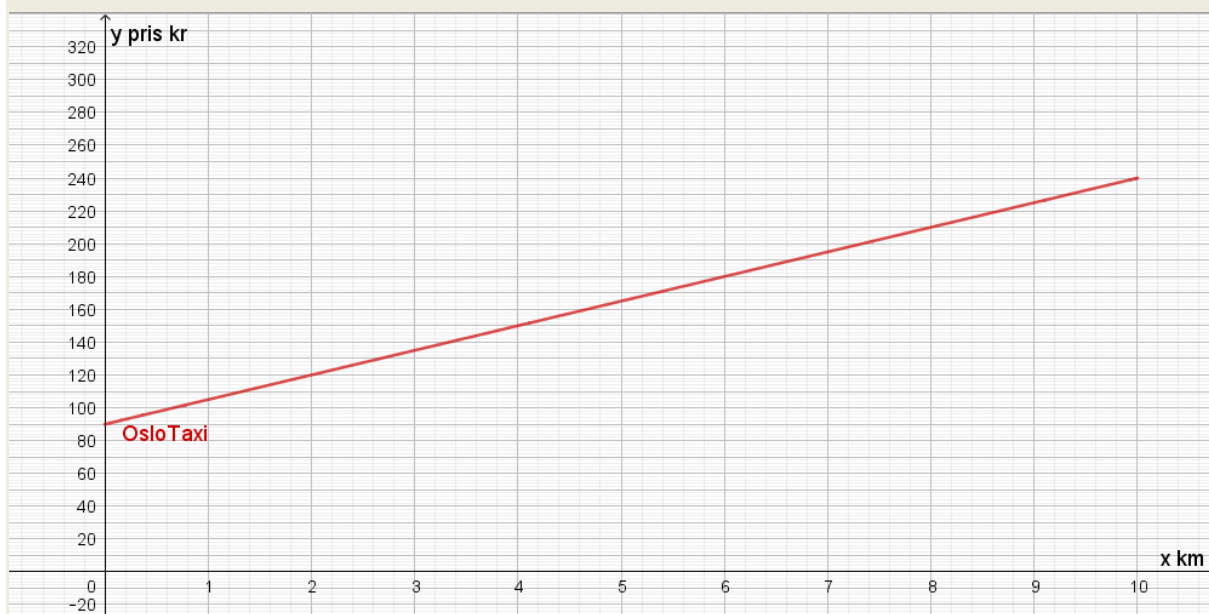


$a =$ _____ $b =$ _____ $j(x) =$ _____

3.2 Praktisk bruk av lineære funksjoner

Oppgave 2

Når du kjører taxi er det en sammenheng mellom hvor langt du kjører og hvor mye du betaler. I tillegg må du betale en startpris. Prisen y er en funksjon av x antall km + startprisen. Grafen nedenfor viser denne sammenhengen for OsloTaxi.



- Omtrent hvor mye må du betale for å kjøre 5 km med en taxi fra OsloTaxi?
- En kunde betalte 220 kr. Omtrent hvor langt kjørte denne kunden?
- Alle taxier har en startpris, det vil si hva taksameteret står på idet du setter deg inn i taxien. Hvor høy er startprisen til OsloTaxi?
- I tillegg må du betale for hver enkelt km. Velg to punkter på grafen hvor du kan lese av nøyaktig x - og y -verdi, og bruk disse punktene til å regne ut prisen per km.
- Sammenhengen mellom ant. km og pris kan skrives på formen $y = ax + b$, der y er pris og x er antall km. Bruk tallene du har funnet i c) og d), og lag funksjonsuttrykket til prisen du betaler for å kjøre OsloTaxi.

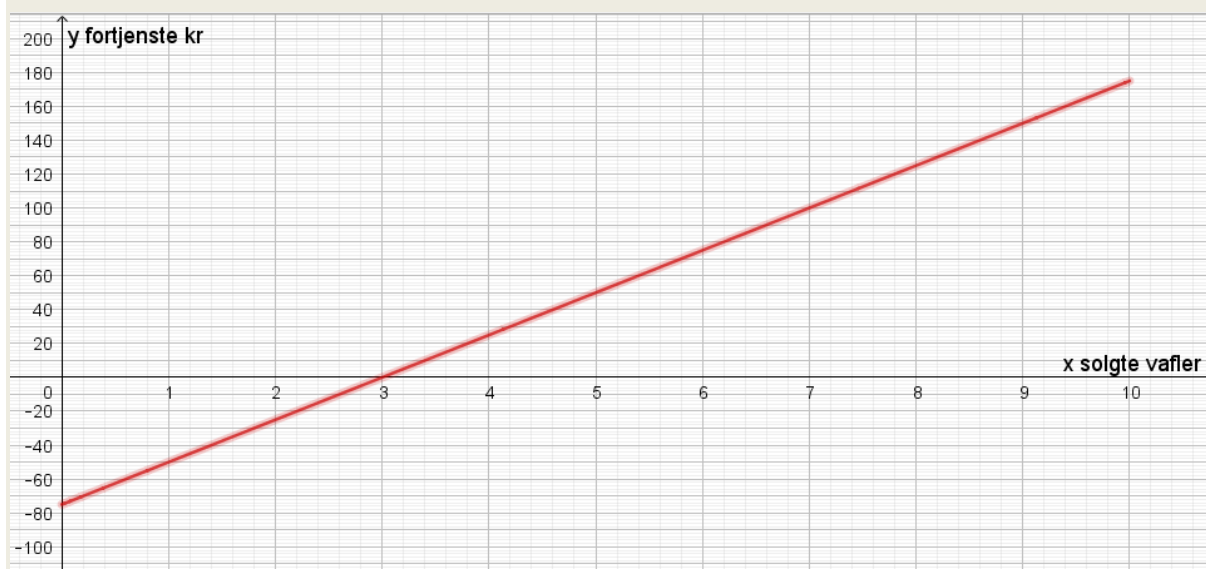
Oppgave 3

En familie hadde vært på ferie, og ønsket å lage en digital fotobok av bildene. Familien må betale en viss sum for selve boken. I tillegg øker prisen for hvert bilde med et fast beløp. Prisen y er en funksjon av x antall bilder + prisen for boken. Bruk tabellen nedenfor til å finne ut prisen for selve boken og prisen per bilde.

Antall bilder	10	20
Pris for fotoboken	300	350

Oppgave 4

Noen barn ønsket å selge vafler. De kjøpte en stor pose vaffelrøre og solgte vaflene til forbipasserende. Grafen nedenfor viser sammenhengen mellom hvor mange vafler de solgte og hvor mye de tjente. Fortjenesten y er en funksjon av x ant. solgte vafler – prisen på vaffelrøra.



- Omtrent hvor mye tjente de dersom de solgte 6 vafler?
- Etter 1 time hadde de tjent 150 kr. Hvor mange vafler hadde de da solgt?
- Hvor mye betalte de for posen med vaffelrøre?
- Velg to punkter på grafen hvor du kan lese av nøyaktig x - og y -verdi, og bruk disse punktene til å regne ut prisen per vaffel.
- Sammenhengen mellom ant. solgte vafler og fortjeneste kan skrives på formen $y = ax + b$, der y er fortjeneste og x er antall solgte vafler. Bruk tallene du har funnet i c) og d), og lag funksjonsuttrykket til fortjenesten til disse barna.

Oppgave 5

Kjøtt som skal grilles bør ha romtemperatur før det legges på grillen. Et kjøttstykke tas ut av fryseren, og legges på kjøkkenbenken. Temperaturen stiger med et lavt antall grader per minutt. Temperaturen y er en funksjon av x antall minutter – temperaturen kjøttet hadde da det ble tatt ut av fryseren. Bruk tabellen nedenfor til å finne ut temperaturen på det frosne kjøttet og hvor mange grader temperaturen stiger med per minutt.

Antall minutter på kjøkkenbenken	60	360
Temperatur på kjøttet	- 12	18

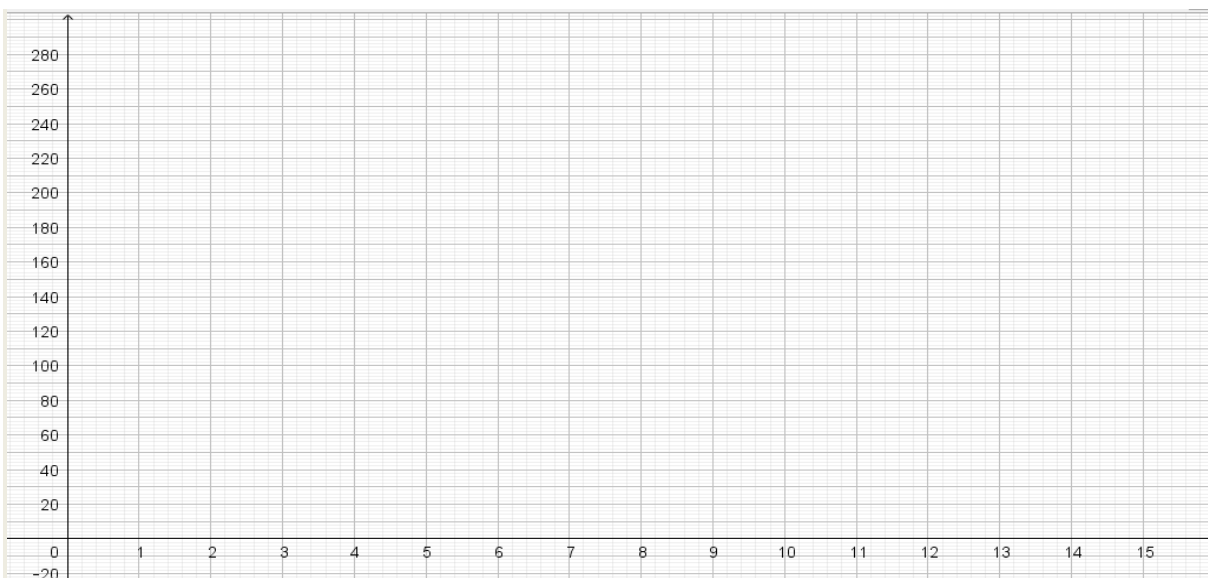
Oppgave 6

Selbu sjokoladefabrikk selger gaveesker med sjokolade, hvor du betaler 40 kr for en gaveeske og 15 kr per sjokoladebit. Prisen y du betaler er en funksjon av x antall sjokoladebiter + gaveeske.

- a) Fyll ut tabellen nedenfor, og skriv funksjonsuttrykket til prisen for gaveeske + sjokolade.

Antall sjokolader	0	2	6
Pris			

- b) Marker punktene i koordinatsystemet på nedenfor
c) Tegn grafen for prisen for 0 til 15 sjokoladebiter. Skriv navn på aksene.

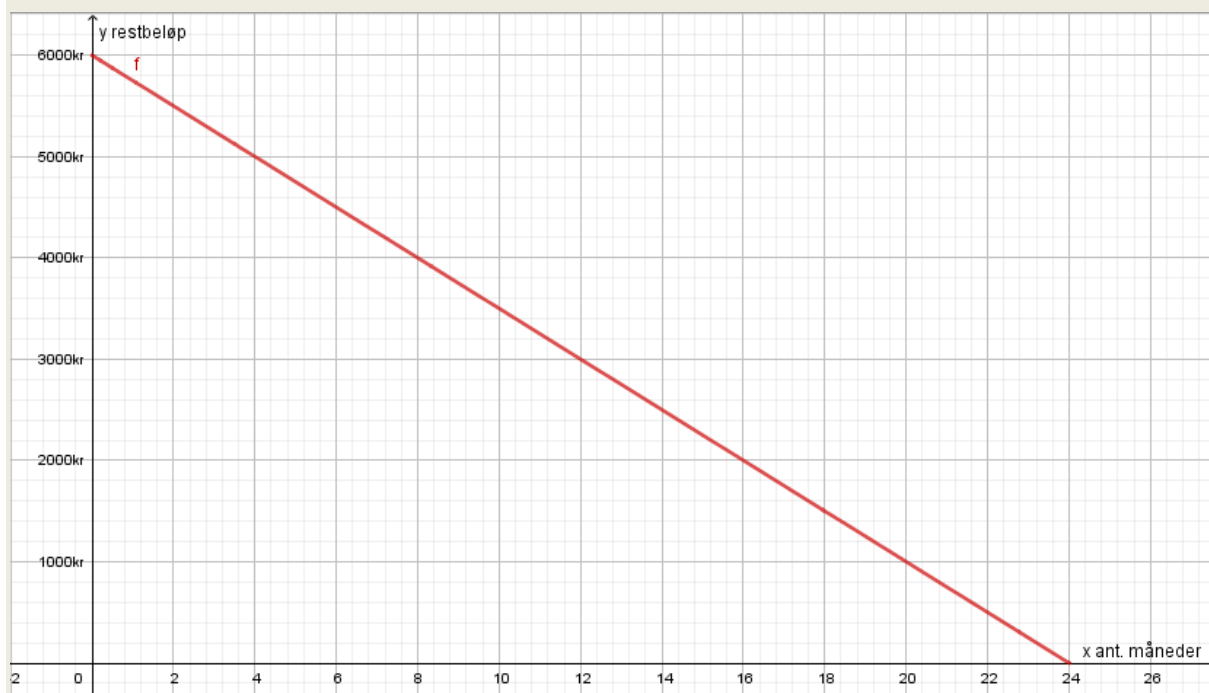


Bruk grafen til å svare på spørsmålene nedenfor

- d) Omtrent hvor mye må du betale for 9 sjokoladebiter i en gaveeske?
e) En kunde betalte 220 kr. Hvor mange sjokoladebiter kjøpte denne kunden?

Oppgave 7

Tenk deg at du kjøper en ny mobiltelefon velger tilbudet om delbetaling for telefonen. Det betyr at prisen på telefonen deles opp slik at du betaler et fast beløp per måned frem til hele prisen er betalt og telefonen er din. Grafen nedenfor viser sammenhengen mellom hvor mange måneder du har gått siden du kjøpte telefonen og hvor mye du har igjen å betale. Restbeløp y er en funksjon av telefonens pris - x ant. måneder.



- Omtrent hvor høyt er restbeløpet når det har gått 7 måneder?
- Hvor lang tid tar det før telefonen nedbetalt?
- Hvor mye kostet telefonen?
- Velg to punkter på grafen hvor du kan lese av nøyaktig x - og y -verdi, og bruk disse punktene til å regne ut nedbetaling per måned.
- Sammenhengen mellom ant. måneder og restbeløp kan skrives på formen $y = ax + b$, der y er restbeløp og x er antall måneder. Bruk tallene du har funnet i c) og d), og lag funksjonsuttrykket til restbeløpet på denne telefonen.

3.3 Lineære funksjoner i GeoGebra

Vi kan bruke en graftegner (GeoGebra) til å tegne lineære funksjoner. Vi skriver da inn funksjonsuttrykket i GeoGebra. Det er viktig å sette navn på aksene i koordinatsystemet. I eksemplet under repeterer vi fra 1P hvordan vi gjør det.

Eksempel:

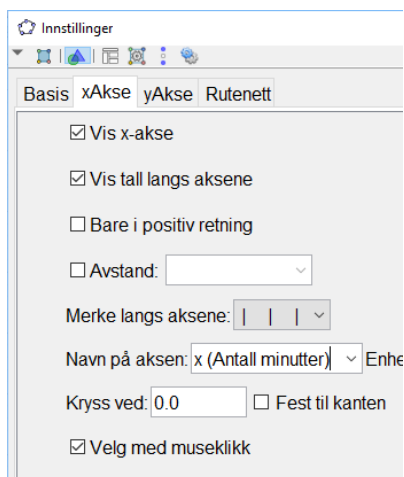
Ole skal lade opp mobiltelefonen sin. Displayet viser at han har 23% igjen på batteriet og batteriet lades med 1% i minuttet. Uttrykket $f(x) = x + 23$ viser oppladingsprosenten til batteriet etter x minutter. Vi skal tegne funksjonen de første 60 minuttene.

Vi går på **Skriv inn** og velger **Funksjon(Funksjon,start,slutt)**. Vi skriver inn det som står etter = i uttrykket og 0 på start og 60 på slutt slik **Funksjon(x+23,0,60)** og trykker enter.

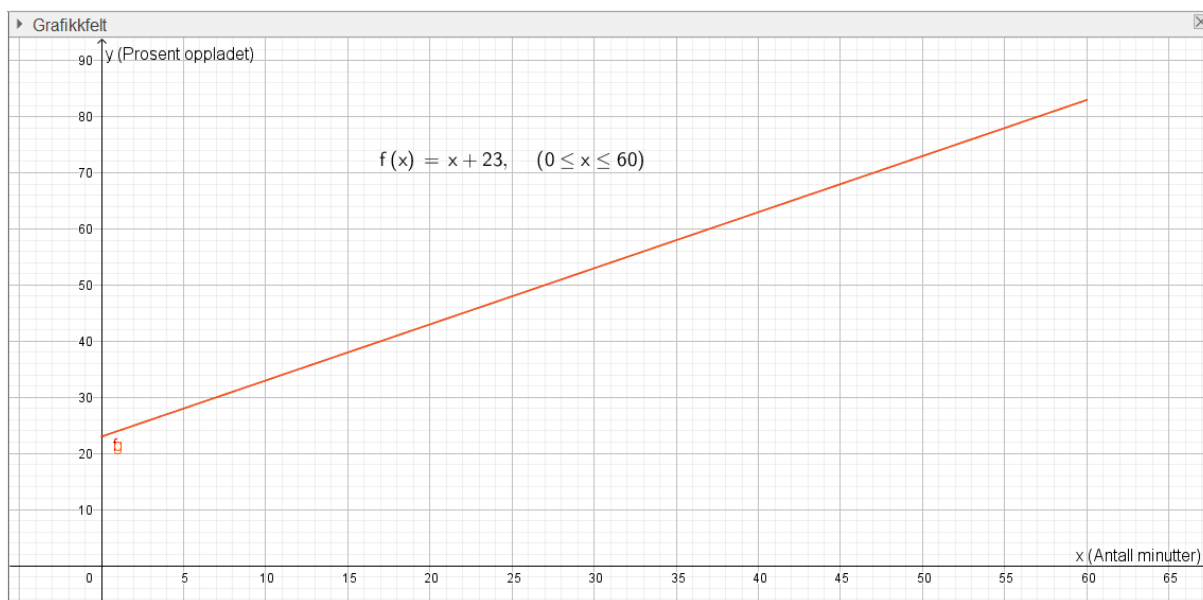


Vi stiller aksene med  og drar i x og y-aksen slik at grafen legger seg over x-aksen fra 0 til 60.

Vi setter navn på aksene ved å **høyreklikke i Grafikkfeltet**, velge **Grafikkfelt** og x- og y-akse etter tur. Der det står **Navn på aksene** skriver vi inn hva x og y er.



Da blir bildet i GeoGebra slik:



Oppgave 8

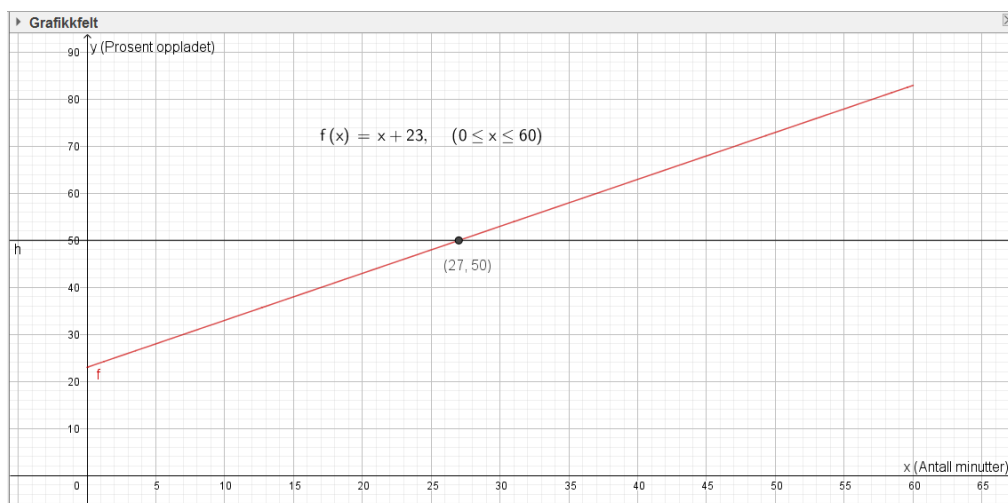
Bruk funksjonsuttrykkene til funksjonene i oppgave 1 og 2. Tegn dem i hvert sitt koordinatsystem i GeoGebra og la $0 \ll x \ll 10$.

Vi kan bruke grafen til å finne informasjon om situasjonen vi har tegnet.

Eksempel.

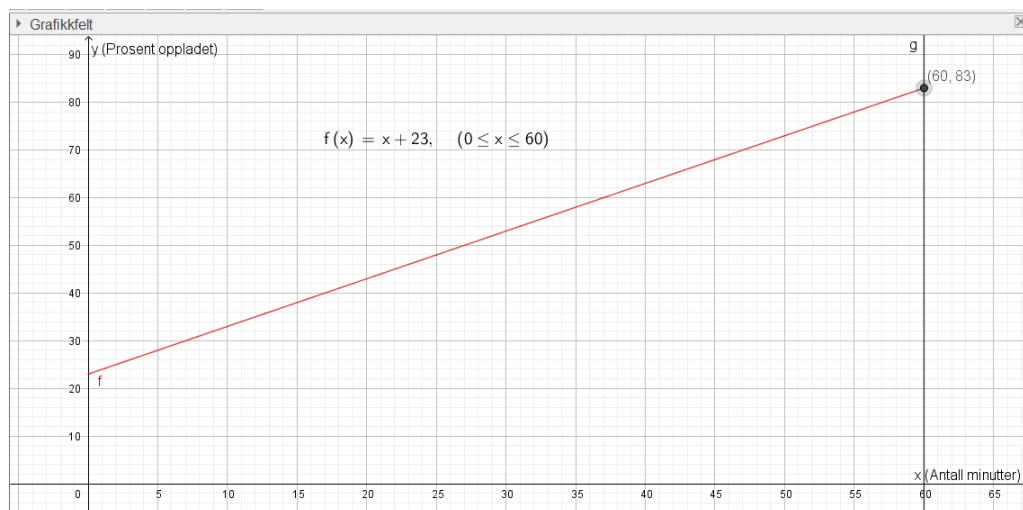
Ole lurer på når batterikapasiteten er på 50% og hvor mange prosent han har på batteriet etter 60 minutter.

Vi finner batterikapasiteten på y-aksen og skriver derfor inn $y = 50$ på **Skriv inn** og trykker enter. Vi får da frem en rett linje som krysser grafen. Vi leser av x-verdien i skjæringspunktet med grafen ved å bruke **Skjæring mellom to objekt**.



Vi ser at batterikapasiteten er 50% etter 27 minutter.

Når vi skal finne batterikapasiteten etter 60 minutter, gjør vi det samme som ovenfor. Men vi finner minuttene på x-aksen. Derfor skriver vi inn $x = 60$ på **Skriv inn** istedenfor. Vi leser så av y-verdien i skjæringspunktet med grafen.



Vi ser at batterikapasiteten er på 83% etter 60 minutter.

Du må alltid lime inn GeoGebra bildet i besvarelsen din og skrive svartekst og fremgangsmåte (hvilke kommandoer du har brukt i GeoGebra)

Sjekkliste for GeoGebra-oppgaver:

- ☐ Har jeg skrevet inn aksetitler?
- ☐ Har jeg trukket funksjonsuttrykket inn i koordinatsystemet?
- ☐ Har jeg trukket alle punktene inn i koordinatsystemet?
- ☐ Synes hele grafen på bildet?
- ☐ Har jeg skrevet framgangsmåte på alle deloppgavene?
- ☐ Har jeg skrevet en svarsetning på alle deloppgavene?
- ☐ Har jeg tydelig oppgavenummer?

Oppgave 9

Vi har en vekt og et begerglass. Vi slår på vekta og setter begerglasset på vekta. Vi legger i en og en terning og leser av hva vekta viser. Uttrykket

$$y = 5x + 100$$

viser vekta y når vi har lagt på x antall terninger.

- a) Tegn grafen til y når x er mellom 0 og 20
- b) Hva viser vekta når vi har lagt på 7 terninger?
- c) Hvor mange terninger ligger det på vekta når den viser 150 gram?
- d) Hvor krysser denne linja y -aksen? Hva forteller denne verdien?
- e) Hvor mye veier en terning?

Oppgave 10

Per fyller bensintanken helt full. Han vil se hvor langt han kan komme på en full tank. Uttrykket

$$y = -0,5x + 45$$

viser hvor mange liter han har igjen på tanken når han har kjørt x mil.

- a) Tegn grafen til y når x er mellom 0 og 100
- b) Hvor mye har Per igjen på tanken når han har kjørt 30 mil?
- c) Hvor langt har Per kjørt når det er 10 liter igjen på tanken?
- d) Hvor langt har han kjørt når tanken er tom?
- e) Hvor krysser denne linja y -aksen? Hva forteller denne verdien?
- f) Hvor mange liter bruker bilen per mil?

4. Polynomfunksjoner

“Polynom” betyr “flere ledd”. En polynomfunksjon består av en sum av potenser av x . Potensen med den største eksponenten bestemmer navnet på funksjonstypen.

Polynomfunksjonen $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ kalles en *andregradsfunksjon*

Polynomfunksjonen $g(x) = -x^3 + 2x^2 - 4$ kalles en *tredjegradsfunksjon*.

Begrepet stigningstall brukes ikke for polynomfunksjoner fordi grafen ikke er en rett linje. Men også polynomfunksjoner har et konstantledd som gir skjæringspunktet med andreaksen. Konstantleddene er 1 og -4 for funksjonene f og g ovenfor.

Utforskende oppgave – Grafen til en polynomfunksjon

En lærer kaster en ertepose opp i lufta, og lar den lande på gulvet. Skisser en graf som beskriver erteposens bevegelse i koordinatet nedenfor. Hvilke navn skal x- og y-aksen?



Hvilke spørsmål kan vi stille til en slik graf?

Akseintervall	
Definisjons- område	
Toppunkt	
Bunnpunkt	
Nullpunkt	

4.1. Spørsmål til polynomfunksjoner

Vi kan stille de samme spørsmålene til polynomfunksjoner som til lineære funksjoner. Siden grafen til polynomfunksjoner endrer retning kan vi i tillegg stille noen andre spørsmål.

Eks:

Karl står på balkongen og kaster en ball opp i lufta. Etter x sekunder er ballen tilnærmet $h(x)$ meter over bakken, der

$$h(x) = -5x^2 + 10x + 15$$

Inntegning av grafen

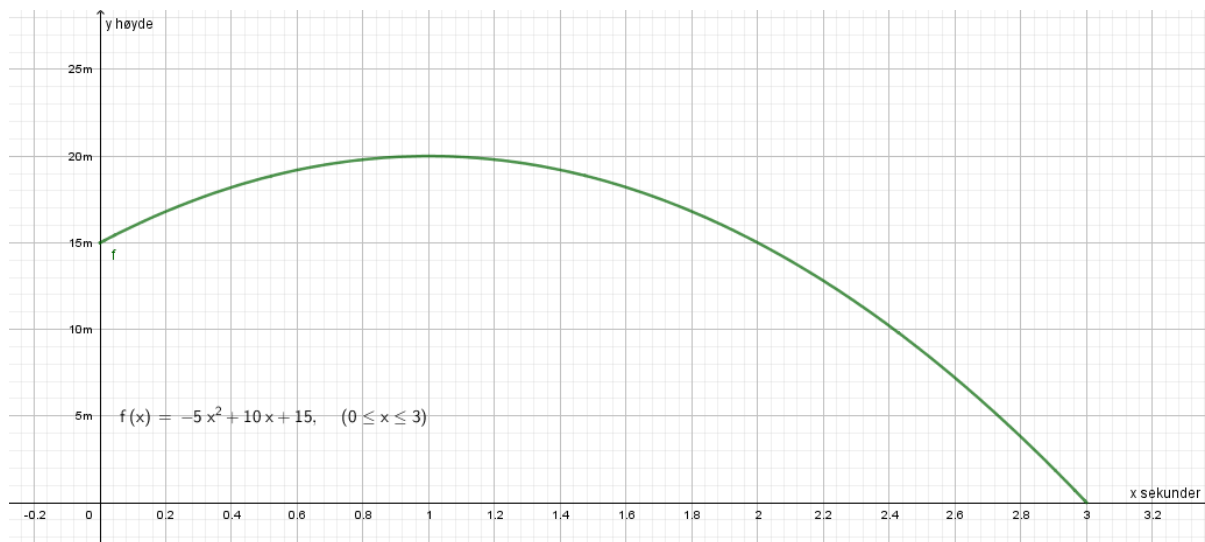
- a) Tegn grafen til h når x er mellom 0 og 3 sekunder. Hvor høyt står Karl?
Dette betyr at definisjonsområdet til funksjonen er 0 til 3. Dette kan skrives på andre måter.

Eks:

$$0 \leq x \leq 3$$

$$x \in [0,3]$$

Løsning:

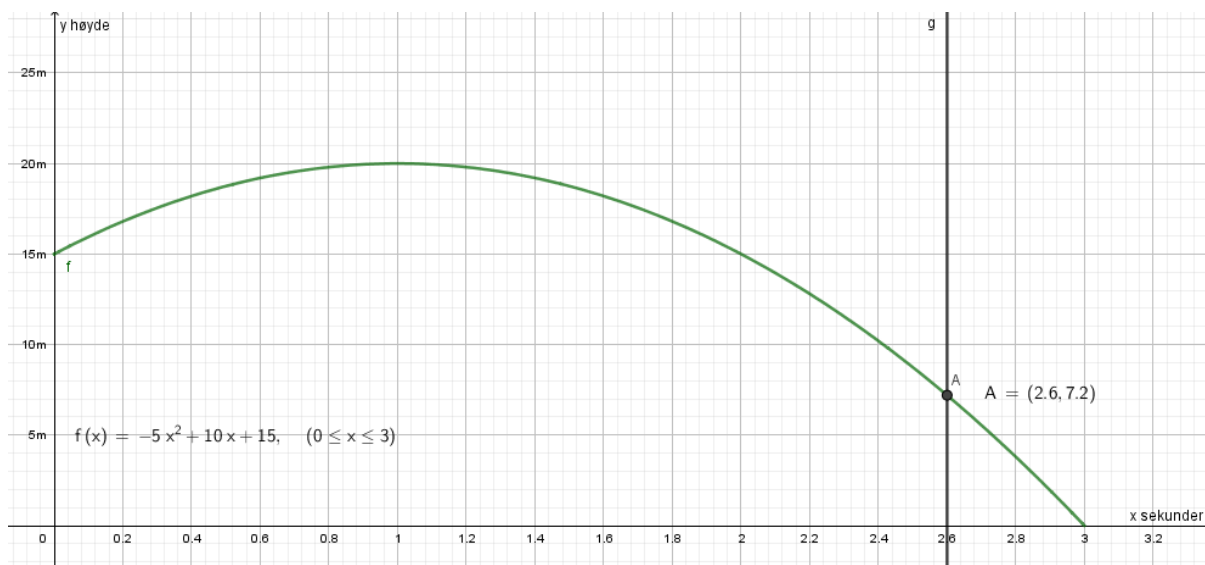


Svar: Karl står 15 meter over bakken. Dette er konstantleddet til funksjonen, og kan enten finnes i funksjonsuttrykket eller der grafen skjærer y-aksen.

Finne en y-verdi når x-verdien er oppgitt – skjæring mellom to objekt

b) Hvor høyt er ballen etter 2,6 sekunder?

2,6 sekunder er x-verdi. Høyden (som vi skal finne) er den tilhørende y-verdien.



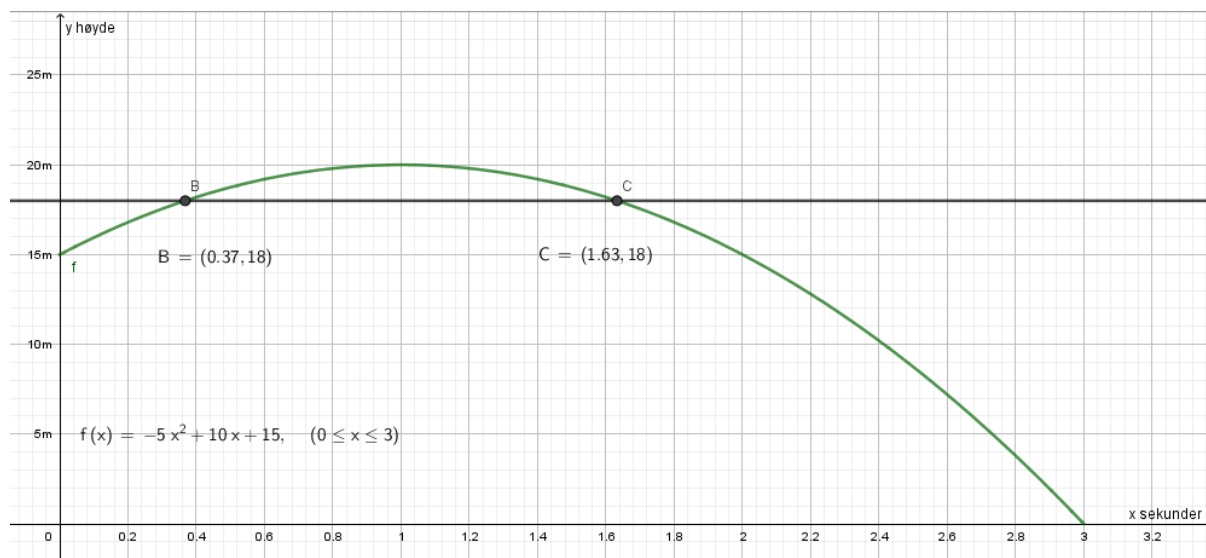
Svar: etter 2,6 sekunder er ballen 7,2 meter over bakken.

Fremgangsmåte: skrev $x = 2.6$, brukte «skjæring mellom to objekt», fikk punkt A.

Finne en eller flere x-verdier når y-verdien er oppgitt

c) Når er ballen 18 meter over bakken?

18 meter er y-verdi. Siden ballen er 18 meter over bakken både på vei opp og ned vil denne y-verdien ha 2 tilhørende x-verdier.



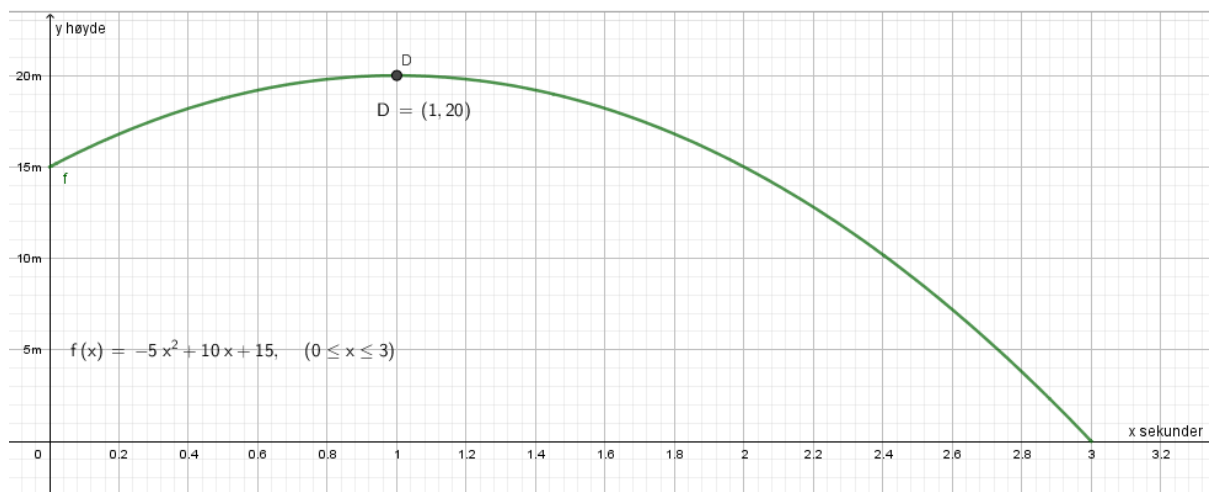
Svar: Ballen vil være 18 meter over bakken etter 0,37 og 1,63 sekunder.

Fremgangsmåte: skrev $y = 18$, brukte «skjæring mellom to objekt», fikk punktene B og C.

Finne topp- og bunnpunkter - ekstremalpunkt

d) Når er ballen på sitt høyeste? Hvor høyt er den da?

«Ekstremalpunkt» finner punktet der grafen endrer retning. Ofte er dette på det laveste/høyeste punktet. Derfor kan vi ofte bruke ekstremalpunkt for å finne topp- eller bunnpunkt (men ikke alltid).



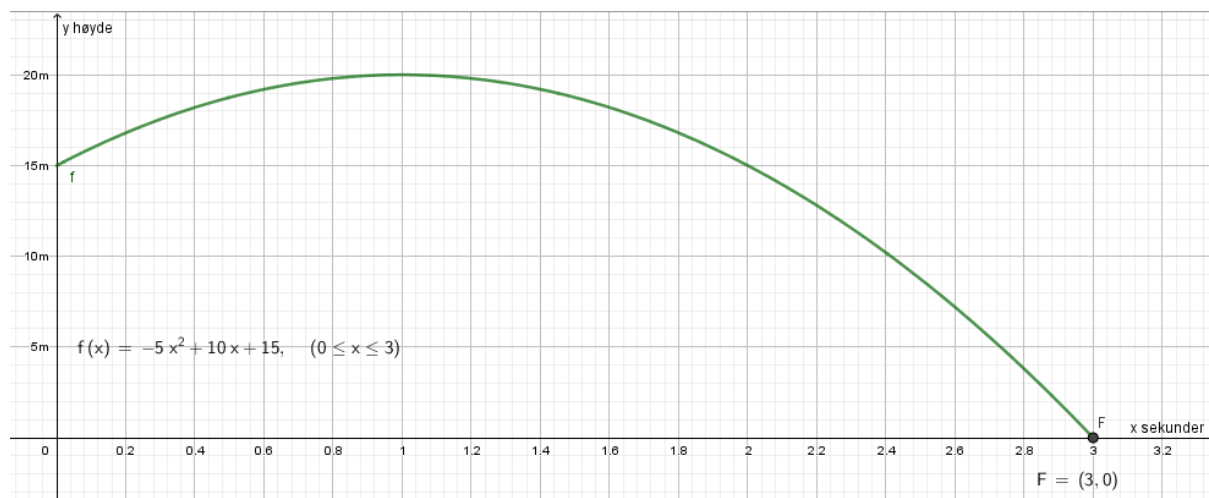
Svar: Ballen er på sitt høyeste etter 1 sekund. Da er ballen 20 meter over bakken.

Fremgangsmåte: brukte «ekstremalpunkt», fikk punkt D.

Finne nullpunkter - nullpunkt

e) Når treffer ballen bakken?

Når grafen skjærer x-aksen er y-verdien = 0. Dette kalles nullpunkt.



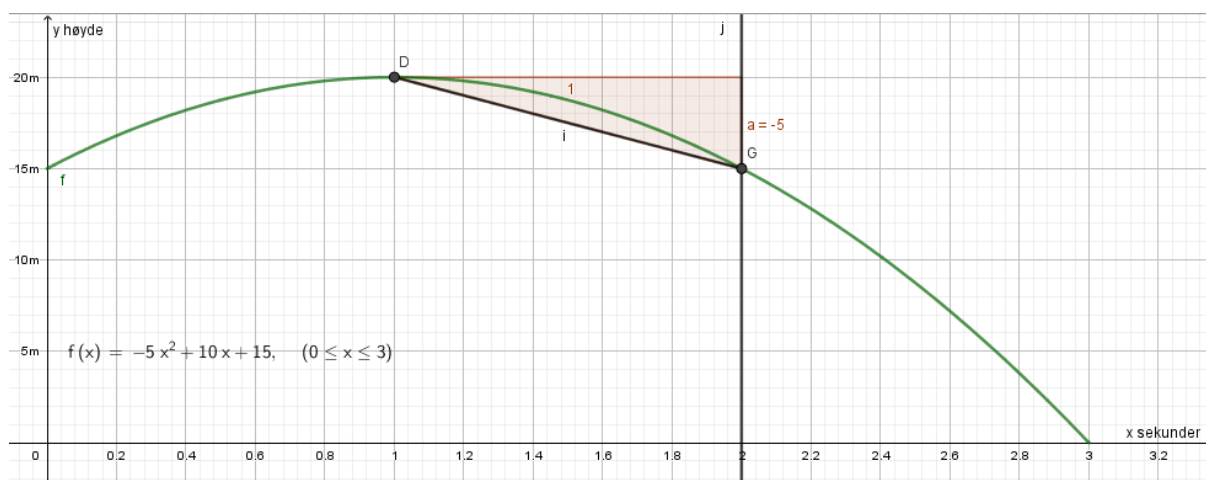
Svar: ballen treffer bakken etter 3 sekunder.

Fremgangsmåte: brukte «nullpunkt», fikk punkt F.

Finne gjennomsnittlig endring i y-verdi mellom to x-verdier

f) Finn gjennomsnittlig endring i ballens høyde mellom 1 og 2 sekunder.

Gjennomsnittlig endring = lik (konstant) endring = lineær funksjon. Vi er ute etter stigningstallet til den rette linja mellom de to oppgitte punktene.



Svar: ballen sank i gjennomsnitt 5 meter per sekund mellom 1 og 2 sekunder.

Fremgangsmåte: skrev $x = 2$, brukte «skjæring mellom to objekt», fikk punkt G, brukte «linjestykke mellom to punkt», fikk linje i, brukte «stigning».

4.2. Praktisk bruk av polynomfunksjoner

Sjekkliste for GeoGebra-oppgaver:

- ☐ Har jeg skrevet inn aksetitler?
- ☐ Har jeg trukket funksjonsuttrykket inn i koordinatsystemet?
- ☐ Har jeg trukket alle punktene inn i koordinatsystemet?
- ☐ Synes hele grafen på bildet?
- ☐ Har jeg skrevet framgangsmåte på alle deloppgavene?
- ☐ Har jeg skrevet en svarsetning på alle deloppgavene?
- ☐ Har jeg tydelig oppgavenummer?

Oppgave 11

Funksjonen h gitt ved $h(t) = 3,35t^3 - 50t^2 + 170t + 700$ var en god modell for hjortebestanden i en kommune i perioden 1990 – 2000.

Ifølge modellen var det $h(t)$ hjort i kommunen t år etter 1. januar 1990.

- a) Tegn grafen til h for $0 \leq t \leq 10$.
- b) Når var hjortebestanden størst, og hvor mange hjorter var det i kommunen da? Når var hjortebestanden på sitt laveste, og hvor mange hjorter var det i kommunen da?
- c) Løs likningen $h(t) = 850$ grafisk, og forklar hva løsningen forteller om hjortebestanden.
- d) Hvor stor var den gjennomsnittlige endringen i antall hjort per år i perioden 1. januar 1994 – 1. januar 1998?



Oppgave 12

Funksjonene G og J gitt ved

$$G(x) = 0,0030x^3 - 0,088x^2 + 1,17x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$J(x) = 0,0017x^3 - 0,057x^2 + 0,93x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser hvordan vekten til to babyer, Geir og Janne, utviklet seg det første leveåret.

Geir veide $G(x)$ kilogram, og Janne veide $J(x)$ kilogram x måneder etter fødselen.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til G og grafen til J i samme koordinatsystem.
- Hvor mange kilogram veide hver av de to babyene etter 8 måneder?
- Når passerte vekta til hver av de to babyene 7 kilogram?
- Hvor mye vokste Geir og Janne i gjennomsnitt per måned det første leveåret?

Oppgave 13

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0,0000028x^3 + 0,001x^2 - 0,025x + 3,8 \quad 0 \leq x \leq 300$$

Viser temperaturen $f(x)$ grader celsius i sjøen et sted på Sørlandet x dager etter 31. desember 2013

- Bruk graftegner til å tegne grafen til f
- Noen sørlendinger bader når sjøtemperaturen er høyere enn 14°C . Når kunne de gjøre dette ifølge modellen?
- Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste temperatur.
- Bestem $f(100)$ og den gjennomsnittlige endringen i temperatur per dag de første 100 dagene i 2014.

Oppgave 14

Funksjonen f gitt ved $f(x) = -9x^3 + 270x^2 - 1400x + 3000$ viser hvor mange personer som var logget på en nettside x timer etter midnatt et gitt døgn.

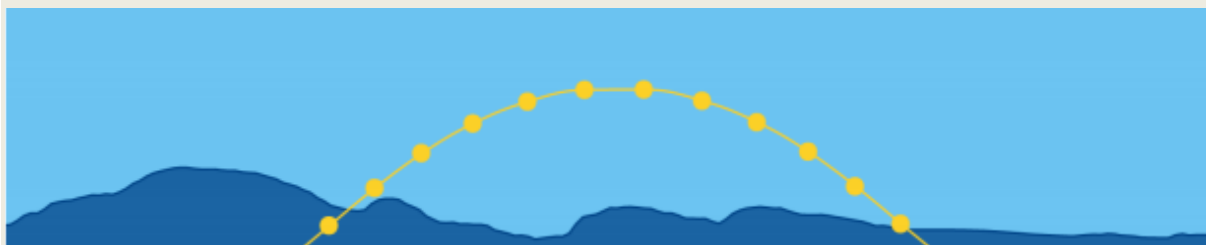
- Tegn grafen til f for $0 \leq x \leq 24$.
- Hvor mye var klokka da det var flest personer logget på nettsiden? Hvor mange personer var logget på nettsiden da?
- Når var færrest personer logget på nettsiden? Hvor mange personer var logget på nettsiden da?
- Når var flere enn 1500 personer logget på nettsiden?
- Bestem den gjennomsnittlige endringen i antall påloggete per time fra kl. 06.00 til kl. 14.30.

Oppgave 15

Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 0,006x^4 - 0,33x^3 + 5,7x^2 - 32,1x + 59,3 \quad 5 \leq x \leq 23$$

viser hvor mange grader $B(x)$ sola stod over horisonten x timer etter midnatt i Bergen 21. juni 2015.



- Bruk graftegner til å tegne grafen til B .
- Hvor mange grader stod sola over horisonten da den var på sitt høyeste?
- Når stod sola 20 grader over horisonten?
- Hvor mange grader steg sola i gjennomsnitt per time fra klokka 05.00 til klokka 11.45?

GeoGebra – fremgangsmåte

Lage graf for et bestemt definisjons-område	
Lage graf utfra punkter	
Skrive inn aksetitler	
Tilpasse x- og y-aksen	
Svare på oppgaver	
Finne en x- eller y-verdi når den andre er oppgitt	
Finne topp- og bunnpunkt	
Finne nullpunkt	
Finne gjennomsnittlig endring mellom to x-verdier	
Finne momentan endring/vekstfart	

4.3. Polynomfunksjoner for hånd

Oppgave 16

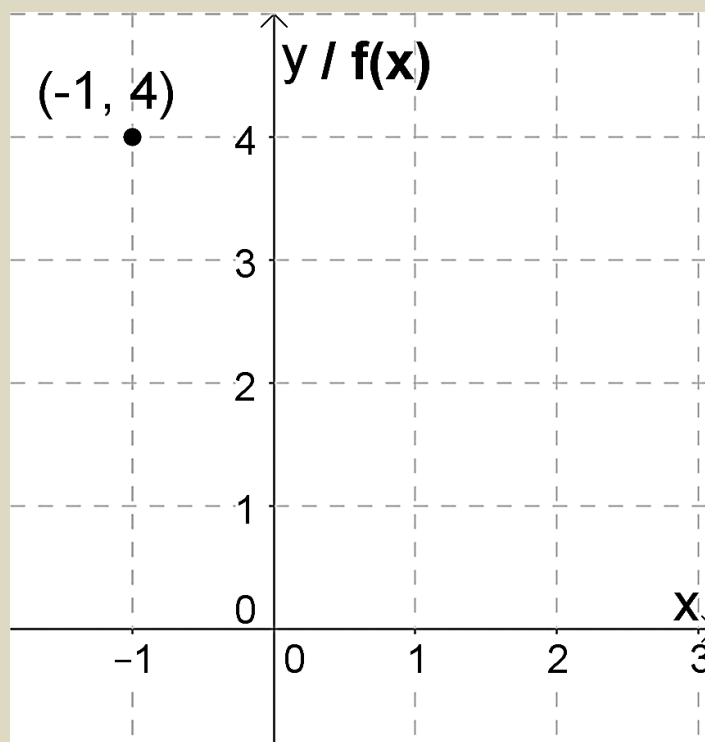
Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

a) Hva kan vi si om hvordan grafen vil se ut før vi tegner den?

b) Gjør utregninger og fyll ut resten av tabellen:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4				

c) Marker resten tallene fra tabellen som punkter i koordinatsystemet og skisser grafen i koordinatsystemet nedenfor.



d) Skriv funksjonsuttrykket inn i GeoGebra. Bruk samme la grafen gå mellom x-verdiene -1 og 3. Likner grafen på den du lagde?

Oppgave 17

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

a) Gjør utregninger og fyll ut verditabellen nedenfor

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

b) Tegn grafen til f i kladdeboka di.

Oppgave 18

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4$$

a) Gjør utregninger og fyll ut verditabellen nedenfor

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

b) Tegn grafen til f i kladdeboka di.

Oppgave 19

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - x + 4$$

a) Gjør utregninger og fyll ut verditabellen nedenfor

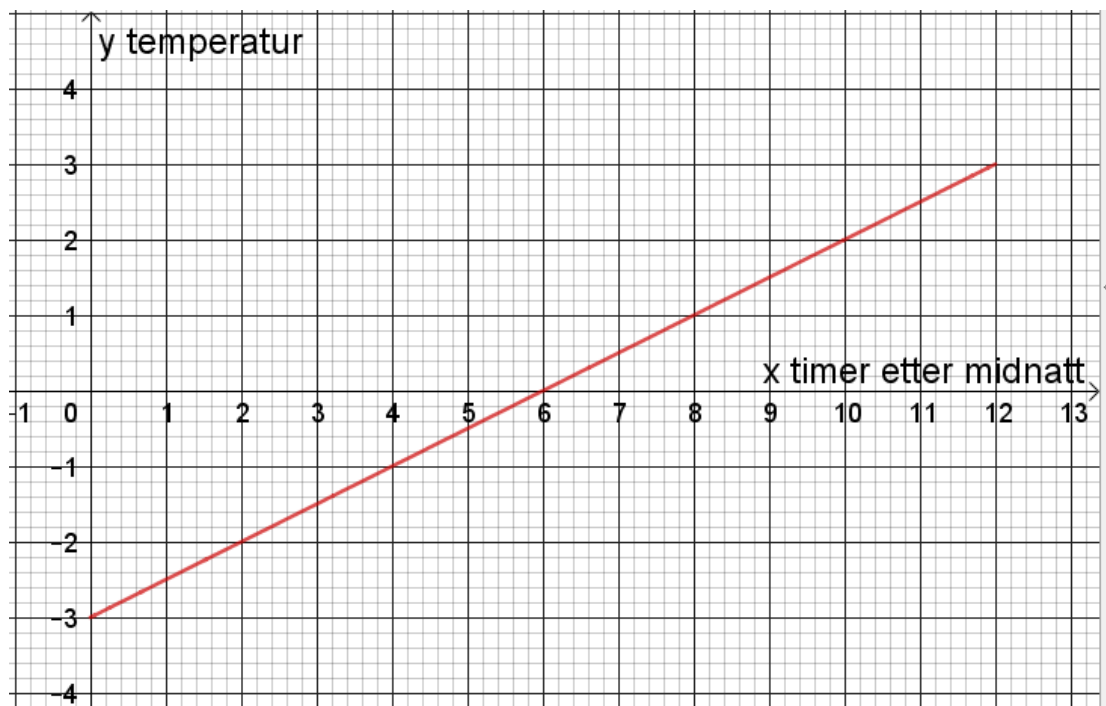
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

b) Tegn grafen til f i kladdeboka di.

Forberedelse til prøven

F1

Grafen nedenfor viser gjennomsnittlig endring i temperatur fra midnatt til kl. 12.00 en tilfeldig valgt dag i mars.



Bruk grafen til å besvare spørsmålene nedenfor

- Hvordan kan vi se at dette er en lineær funksjon?
- Hva var temperaturen ved midnatt?
- Når var temperaturen 0 grader?
- Hvor mye stiger temperaturen i gjennomsnitt per time?
- Sammenhengen ovenfor mellom temperatur y og timer etter midnatt x kan skrives på formen

$$y = ax + b$$

Bestem tallene a og b , og skriv uttrykket til funksjonen.

F2

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

- a) Gjør utregninger og fyll ut verditabellen nedenfor

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

- b) Tegn grafen til f i kladdeboka di.

F3 - Utfyllingsoppgave

Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = -0,08x^3 + 1,29x^2 - 3,9x + 1,2, \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser temperaturen i grader Celsius $T(x)$ på Hellerud 1. april et år x timer etter midnatt

- a) Bruk graftegner til å tegne grafen til T .

Fremgangsmåte:

- b) Når var temperaturen over 10°C ?

Svartekst:

Fremgangsmåte:

- c) Hva var temperaturen kl 01:00?

Svartekst:

Fremgangsmåte:

- d) Når var temperaturen 0°C ?

Svartekst:

Fremgangsmåte:

- e) Hva var den laveste og den høyeste temperaturen disse timene?

Svartekst:

Fremgangsmåte:

- f) Hvor mange grader økte temperaturen med i gjennomsnitt per time fra den var på det laveste til den var på det høyeste?

Svartekst:

Fremgangsmåte:

Lim inn bilde fra GeoGebra her: