

# Kapittel 4. Algebra



## Mål for kapittel 4:

### Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- gjøre overslag over svar, regne praktiske oppgaver, med og uten digitale verktøy, presentere resultatene og vurdere hvor rimelige de er
- tolke, bearbeide, vurdere og diskutere det matematiske innholdet i skriftlige, muntlige og grafiske fremstillinger
- forenkle flerleddet uttrykk og løse ligninger av første grad og enkle potensligninger

### Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- hvordan jeg regner ut verdien av en formel
- hva et bokstavuttrykk er
- hvordan jeg forenkler et bokstavuttrykk
- hva en ligning er
- hvordan jeg kan løse en ligning

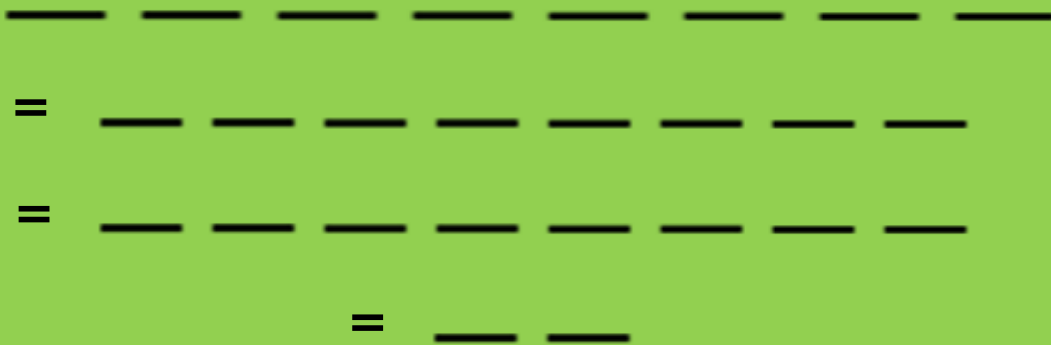
Etter dette kapittelet kan jeg forklare

- hvorfor jeg kan/bør forenkle et bokstavuttrykk
- hvordan jeg forenkler et bokstavuttrykk
- hvordan finne løsningen på en ligning

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- Gi praktiske eksempler på algebra i hverdagen
- Løse sammensatte oppgaver der en må lage en ligning og løse den
- Lage og løse en tekstoppgave der du må benytte algebra se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- vurdere og sortere informasjon oppgitt i tekst

## Utforskende oppgave – Bevegelse gjennom klasserommet



**Mål lengden på et steg og et hopp:**

**Steg:** \_\_\_\_\_ cm

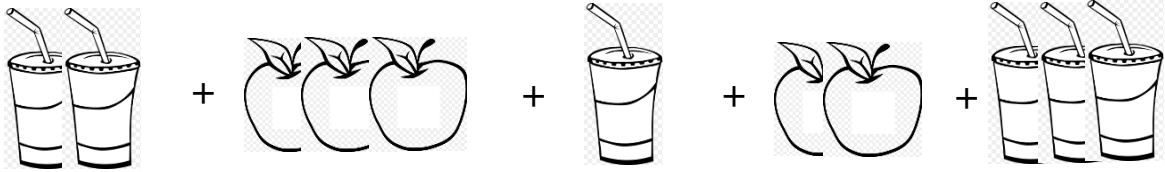
**Hopp:** \_\_\_\_\_ cm

Under finner du en liste med begreper som er viktige i dette kapittelet. Skriv en forklaring på hva begrepene betyr.

Begrep	Forklaring
Variabel	
Konstant	
Uttrykk	
Formel	
Mengde/størrelse	
Verdi	

## 1. Forenkling av bokstavuttrykk

### Oppgave 1



En mor hadde med sine barn til byen. Ovenfor ser du bilder av hva de kjøpte i løpet av byturen.

a) Kan du rydde i regnestykket?

Det viste seg at 1 brus kostet 20 kr og 1 eple kostet 5 kr.

b) Hvor mye brukte moren på brus og epler på den byturen?

En annen familie kjøpte like mye brus og epler, men de brukte 200 kr.

c) Lag et forslag på hvor mye de betalte for 1 brus og 1 eple.

### Oppgave 2

Gjør disse uttrykkene enklere.

a)  $3a + 6a$     b)  $2x + 5x$     c)  $y + 3y$     d)  $7b - 2b$     e)  $2y + 5y - 3y$

Hva med  $2a + 3b$ ? Fordi  $a$  og  $b$  ikke behøver å ha samme verdi, går det *ikke* an å forenkle dette uttrykket. Ikke prøv å være kreativ her!

### Oppgave 3

Gjør disse uttrykkene enklere hvis det er mulig.

a)  $3x + 4y$     b)  $2a + 3b + 4a$     c)  $3x + 4y + x - 2y$

$3(x + 2y)$  er et uttrykk som kan skrives om ved å bruke regelen  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ . Her må vi bytte ut  $a$  med 3,  $b$  med  $x$  og  $c$  med  $2y$ . Vi regner slik:

$$3(x + 2y) = 3 \cdot x + 3 \cdot 2y = 3x + 6y$$

#### Oppgave 4

Skriv om uttrykkene ved å bruke regelen  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .

a)  $2(5 + 3)$    b)  $2(a + 3)$    c)  $2(b + c)$    d)  $3(2a + 4b)$    e)  $x(3 + 4y)$    f)  $x(2x - 4)$

Her er tre uttrykk hvor vi må bruke *flere* regler for å forenkle:

$$2x + 3(x + 1) + 4 = 2x + 3x + 3 + 4 = 5x + 7$$

$$3a + 4(b - 2) - b + 2a + 3 = 3a + 4b - 8 - b + 2a + 3 = 3a + 2a + 4b - b - 8 + 3 = 5a + 3b - 5$$

$$x^2 + xy + 3x(x + 2y) = x^2 + xy + 3x \cdot x + 3x \cdot 2y = x^2 + xy + 3x^2 + 6xy = 4x^2 + 7xy$$

#### Oppgave 5

Gjør disse uttrykkene enklere:

a)  $2 \cdot 3 + 2(3 + 4)$    b)  $2b + 2(b + 4)$    c)  $5(b - 1) + 8$    d)  $a(2 + 4) + 4a$

Hvis det står minus foran en parentes betyr det at tallet  $a$  i regelen  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$  er negativt, og vi må da *bytte fortegn når vi ganger ut parentesen*:

$$4x - 2(x - 4) = 4x - 2x + 8 = 2x + 8$$

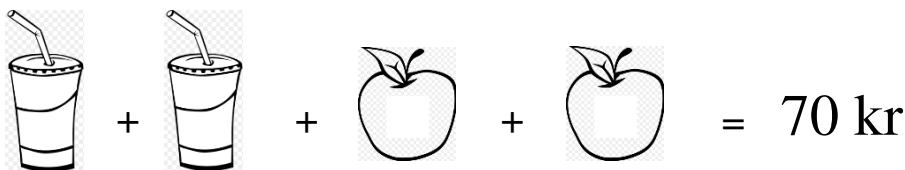
$$4a - (3a - 1) = 4a - 3a + 1 = a + 1$$

#### Oppgave 6

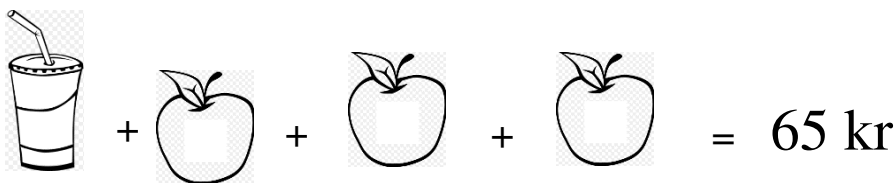
Gjør disse uttrykkene enklere:

a)  $6y - 3(y - 2)$    b)  $6x - (2x - 3)$    c)  $x^2 - 3x(x + y) - y(1 - 3x)$

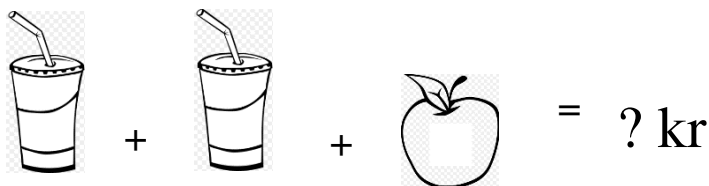
#### Oppgave 7



$2 \text{ smoothies} + 2 \text{ apples} = 70 \text{ kr}$



$1 \text{ smoothie} + 3 \text{ apples} = 65 \text{ kr}$



$2 \text{ smoothies} + 1 \text{ apple} = ? \text{ kr}$

## 2. Formelregning

Dersom du får vite hva bokstavuttrykket beskriver kalles dette en formel. En formel består av variabler, et likhetstegn og et bokstavuttrykk. For at man skal kunne bruke en formel til å løse praktiske problemer må det opplyses om hva variablene representerer.

Eksempler på formler:

Prisen  $P$  for en pose epler som veier  $v$  kilo når kiloprisen er 24 kr:  $P = 24v$

Omkretsen til en sirkel med radius  $r$ :  $o = 2\pi r$

Arealet  $A$  av en trekant med grunnlinje  $g$  og høyde  $h$ :  $A = \frac{g \cdot h}{2}$

I oppgaver hvor du skal regne ut verdien av en variabel vil oppgaven opplyse om verdien til alle andre variabler enn den du skal regne ut. En god start er å erstatte variablene i uttrykket med verdien oppgitt i oppgaven, og regne ut det du klarer.

Eksempel:

En lærer beveget seg i klasserommet etter formelen

$$L = 3h - s$$

Lærerens hopp og steg målte 1,2 meter og 0,6 meter. Hvor langt beveget læreren seg?

1. Skriver av formelen

$$L = 3h - s$$

2. Setter inn verdien til de oppgitte variablene

$$L = 3 \cdot 1,2 - 0,6$$

3. Regner ut

$$L = 3,6 - 0,6 \rightarrow \underline{L = 3}$$

Læreren beveget seg 3 meter.

### Oppgave 8

Regn ut lengden  $L$  du beveger deg når du bruker dine mål  $h$  hopp og  $s$  steg. Bruk formelen

$$L = 3h - s$$

Test om regningen stemmer, og drøft resultatet.

Eksempel:

En lærer beveget seg i klasserommet etter formelen

$$L = 3h - s$$

Læreren endte på 2,7 meter. Lærerens steg målte og 0,3 meter. Hvor langt var lærerens hopp?

1. Skriver av formelen

$$L = 3h - s$$

2. Setter inn verdien til de oppgitte variablene

$$2,7 = 3h - 0,3$$

3. Regner ut ved hjelp av likning

$$3h - 0,3 = 2,7 \rightarrow 3h = 2,7 + 0,3 \rightarrow 3h = 3 \quad | : 3$$

$$\underline{h = 1}$$

Lærerens hopp var 1 meter langt.

### Oppgave 9

Elevene i en klasse beveget seg i klasserommet etter formelen

$$L = 3h - s$$

a) En av eleven landet på 3,6 meter, og elevens steg målte 0,6 meter. Hvor langt var denne elevens hopp?

b) En annen elev hadde like lange steg som hopp, og landet på 2,8 meter. Hvor lange var denne elevens hopp og steg?

### Oppgave 10

Den elektriske effekten  $P$  til en lyspære er den elektriske energien som omdannes til lys og varme på ett sekund. Den måles i W (watt). Hvis vi kjenner spenningen  $U$  over pæra, målt i V (volt), og strømmen  $I$  gjennom pæra, målt i A (ampere) kan vi regne ut effekten med formelen

$$P = U \cdot I$$

a) Regn ut effekten til pæra når  $U = 230$  V og  $I = 0,17$  A.

b) Hvor stor strøm går gjennom en 60 W pære når spenningen er 230 V?

## Oppgave 11

Formlene nedenfor kan brukes for å anslå hvor høyt et barn vil bli i voksen alder.

**Gutt:** (fars høyde + mors høyde) · 0,5 + 7 cm

**Jente:** (fars høyde + mors høyde) · 0,5 – 7 cm

Mors og fars høyde oppgis i centimeter.

En familie består av mor, far og barna Ola og Kari.

Mor er 160 cm høy, og far er 180 cm høy.

a) Hvor høye vil Ola og Kari bli i voksen alder ifølge formlene ovenfor?

b) Hvor høy blir du ifølge formlene ovenfor?

En annen familie består av mor, far og sønnen Per, som nå er voksen. Far er 186 cm høy. Per er 189 cm høy.

c) Hvor høy er mor i denne familien ifølge den første formelen ovenfor?

## Oppgave 12

En formel er gitt ved

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

a) Bestem  $s$  når  $v_0 = 0$ ,  $t = 8$  og  $a = 10$

b) Bestem  $a$  når  $v_0 = 20$ ,  $t = 4$  og  $s = 144$

## Oppgave 13

Når babylonerne skulle finne kvadratroten av et tall  $T$ , fant de det kvadrattallet  $K$  som lå nærmest  $T$ , og brukte formelen:

$$\sqrt{T} \approx \frac{1}{2} \left( \sqrt{K} + \frac{T}{\sqrt{K}} \right)$$

### Eksempel

Vi skal finne  $\sqrt{31}$ .

36 er det kvadrattallet som er nærmest 31, og formelen gir oss:

$$\sqrt{31} \approx \frac{1}{2} \left( \sqrt{36} + \frac{31}{\sqrt{36}} \right) = \frac{1}{2} \left( 6 + \frac{31}{6} \right) = \frac{67}{12} \approx \underline{\underline{5,58}}$$

Bruk denne formelen til å regne ut en tilnærmet verdi for kvadratroten av 74.

## Oppgave 14

Vi slipper to objekter med massene  $m_1$  og  $m_2$  ut fra et fly. Etter kort tid vil objektene ligge oppå hverandre i fritt fall. Vi kan kalkulere summen av krefter  $F$ , målt i N (Newton), som virker på objektene med formelen

$$F = (m_1 + m_2) \cdot g_{\text{jorden}} - L$$

der  $g_{\text{jorden}}$  er gravitasjonskonstanten på jorden og  $L$  er kraften luftmotstanden utgjør.  $L$  er motsatt rettet av gravitasjonskraften og satt til 25N i denne oppgaven. Gravitasjonskonstanten  $g$  på jorden er  $g_{\text{jorden}} \approx 10 \text{ m/s}^2$ .

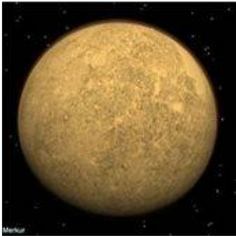

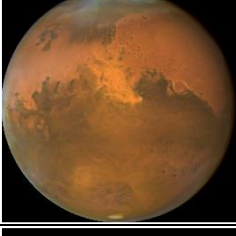

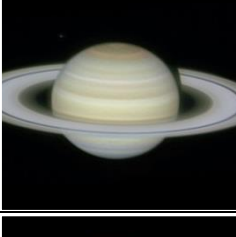
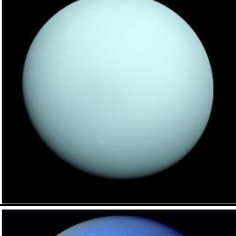

- a) Skriv av formelen, først slik det står. Deretter erstatter du konstantene med tallene som er oppgitt.
- b) Finn  $F$  når massen av de to objektene  $m_1$  og  $m_2$  er
  - i) 10 kg og 5kg
  - ii) 13 kg og 17 kg
  - iii) 25 kg og 45 kg
  - iv) 13,4 kg og 6,28 kg
- c) Finn summen av massene når
  - i)  $F = 150\text{N}$
  - ii)  $F = 270\text{N}$
  - iii)  $F = 105\text{N}$
  - iv)  $F = 28,5\text{N}$
- d) Finn  $m_1$  når
  - i)  $F = 250\text{N}$  og  $m_2 = 15 \text{ kg}$
  - ii)  $F = 300\text{N}$  og  $m_2 = 25 \text{ kg}$
  - iii)  $F = 350\text{N}$  og  $m_2 = 20 \text{ kg}$
  - iv)  $F = 278\text{N}$  og  $m_2 = 16,5 \text{ kg}$
- e) Etter en tid har farten til objektene i oppgave b) i) økt, og luftmotstanden,  $L$ , har derfor blitt større. Nå måler vi summen av krefter til å være 50 N, hvor stor er  $L$ ?

## Oppgave 15

Konstantene (verdiene) for gravitasjon og luftmotstand som vi brukte i oppgave 16 gjelder kun for jorden. Andre planeter har ulik gravitasjonskraft og ulik luftmotstand. Noen planeter har faktisk ingen luftmotstand, mens andre planeter har en tykk atmosfære som vil bremse fallet (husk at luftmotstanden virker i motsatt retning av gravitasjonen).

- a) På neste side finner du en oversikt over alle planetene i solsystemet vårt. Regn ut gravitasjonskonstanten på alle planetene.



Planet	Bilde	Gravitasjon i forhold til jorden $g_{\text{jorden}} \approx 10 \text{ /s}^2$	$g_{\text{planet}}$	L
Merkur		0,38		0
Venus		0,904		100
Mars		0,38		0,25
Jupiter		2,528		10
Saturn		1,065		10
Uranus		0,886		15
Neptun		1,14		15

- b) Velg deg en planet du reiser til. Ikke si høyt hvilken du velger, da oppgaven for en annen elev er å regne seg frem til hvilken planet du har valgt.

Tenk deg at du slipper ut to objekter med massene  $m_1 = 10$  kg og  $m_2 = 5$  kg. Regn ut  $F$  på din planet når du bruker gravitasjonskonstanten og luftmotstanden for denne planeten.

- c) Bytt svarene fra oppgave b) med andre elever. Klarer du å finne ut hvilken planet de har vært på?

### Oppgave 16

$$\begin{array}{l} \text{Drink} + \text{Drink} + \text{Apple} + \text{Apple} = 80 \text{ kr} \\ \text{Drink} + \text{Drink} + \text{Drink} + \text{Apple} = 100 \text{ kr} \\ \text{Drink} + \text{Apple} + \text{Apple} = ? \text{ kr} \end{array}$$

### 3. Potenslikninger ( $x^2 =$ )

#### Eksempel

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = 4 \quad \text{eller} \quad x = -\sqrt{16} = -4$$

#### Eksempel

$$2x^2 = 40$$

$$x^2 = \frac{40}{2}$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \sqrt{20} = 4,47 \quad \text{eller} \quad x = -\sqrt{20} = -4,47$$

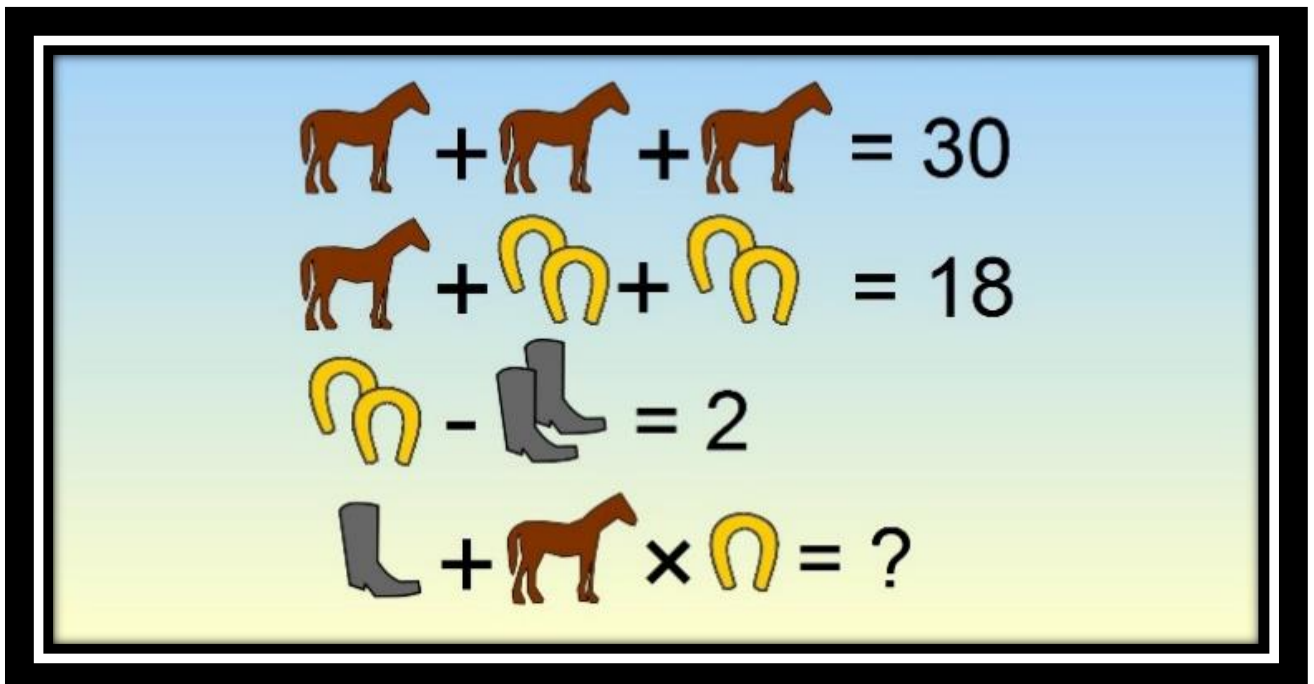
### Oppgave 26

Løs likningene.

a)  $x^2 = 25$    b)  $x^2 = 50$    c)  $4x^2 = 86$    d)  $3,14x^2 = 40$    e)  $x^2 = -9$

## Forberedelse til prøven

F1



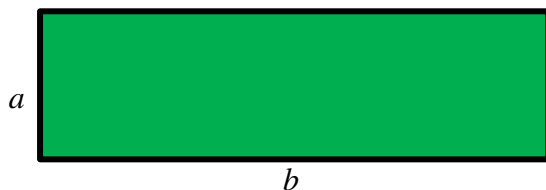
Hvilket tall skal stå istedenfor spørsmålsteget på siste linje?

F2

Gjør uttrykkene enklere:

- 1)  $a + a + 2a - 3a$
- 2)  $2x + 2(x - 3y) - (x + 3y)$

F3



Rektangelet ovenfor viser en hage med gjerdet rundt. Lengden på gjerdet kan beskrives ved formelen

$$L = (a + b) \cdot 2$$

- a) Hvor lang er  $b$  når  $a$  er 13,5 m og  $L$  er 82 m?
- b) Hvor lang er  $b$  når  $L$  er 120 m og  $a$  er halvparten av  $b$ ?

#### F4

Bevegelsesenergi,  $E$ , måles i joule (J) og kan regnes ut med formelen

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

der  $m$  er massen målt i kilogram (kg) og  $v$  er farten målt i meter per sekund (m/s).

- a) Hvor stor bevegelsesenergi har en bil på 2000 kg som kjører i en fart på 20 m/s?
- b) Hvor stor masse  $m$  har en fallende kule som har bevegelsesenergi på 8000 joule og som faller i 40 m/s?
- c) Hvor stor fart har en syklist som veier 80 kg og som har bevegelsesenergi på 5760 joule? Hva blir denne farten i km/h?
- d) Bruk formelen for bevegelsesenergi til å finne en formel for  $m$ .