

Kapittel 3. Prosentregning



I dette kapitlet skal vi repetere og utvide prosentregningen fra grunnskolen.

Hovedemnene er:

- Forstå hva prosent er.
- Regne ut hvor mange prosent noe er av noe annet (finne prosenttallet).
- Regne ut hvor mye en bestemt prosent av noe er (prosenttallet er oppgitt).
- Regne ut hvilket tall en startet med hvis prosenttallet og prosenten er oppgitt.
- Bruke vekstfaktor for å finne ny verdi hvis noe øker eller minker med et bestemt prosenttall.
- Prosentpoeng.

Du får også bruk for prosentregning i de fleste av de andre kapitlene i boka.



Mål for kapittel 3.

Prosentregning



Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- regne med prosent og vekstfaktor, gjøre suksessive renteberegninger og regne praktiske oppgaver med eksponentiell vekst

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- hva prosent betyr
- hvordan jeg regner prosent av en mengde
- hvordan jeg finner ny verdi når prosentavslaget er gitt
- hvordan jeg finner gammel verdi fra nedsatt verdi og oppgitt prosentavslag
- hva vekstfaktor er og hvordan vi bruker den til å regne med renter og verdier som strekker seg over lang tid
- hvordan jeg legger inn prosentregningsformler i et regneark i Excel

Etter dette kapittelet kan jeg forklare

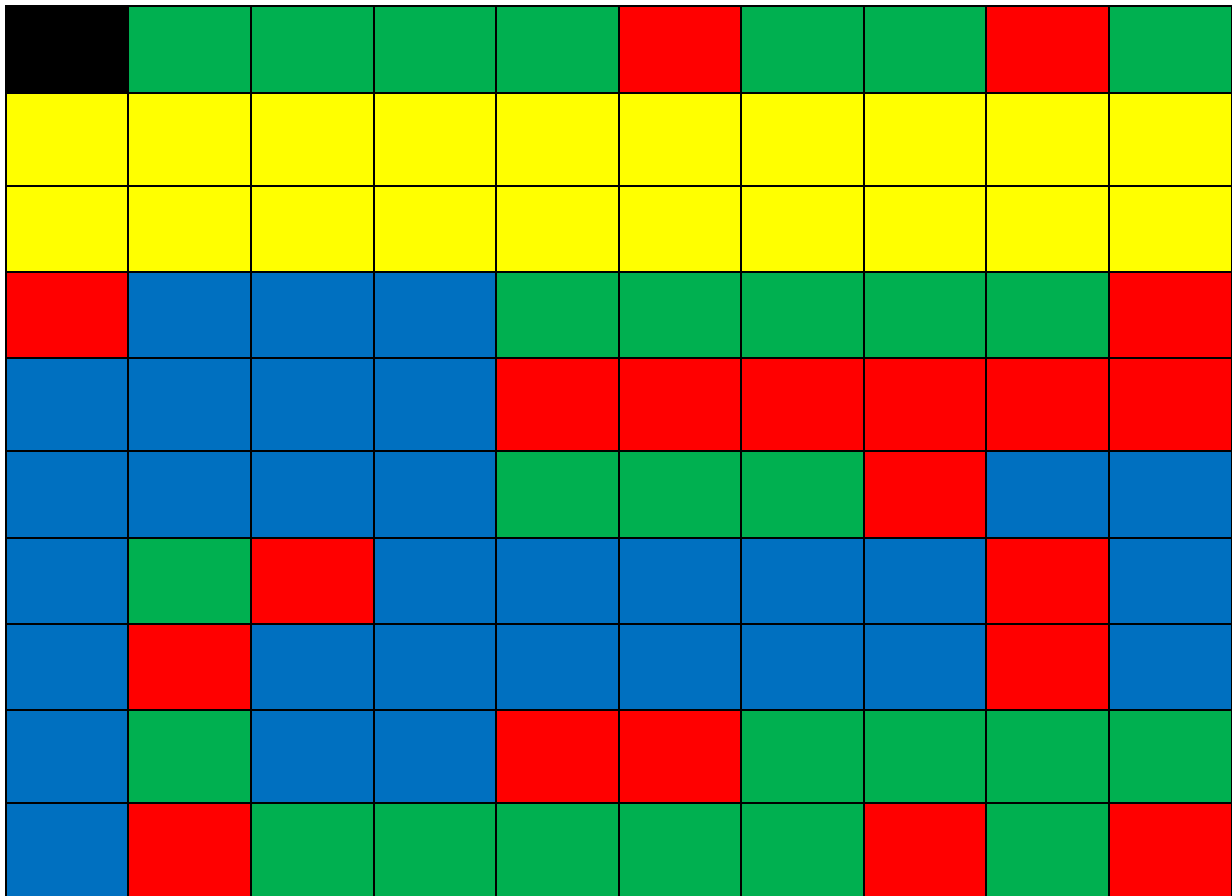
- hvorfor prosent er et nyttig verktøy
- hvorfor jeg kan finne ny og original verdi ved å få oppgitt prosentsats
- hvordan jeg kan bruke veien om 1% i prosentberegninger
- hva vi mener med eksponentiell vekst

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- gi eksempler på bruk av prosent og vekstfaktor i dagliglivet
- lage og løse tekstoppgaver knyttet til prosent
- delta i en diskusjon rundt endring i prosent/verdi og oppgi begrunnelse for argumentene dine
- se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- sortere informasjon oppgitt i tekst

1. Prosent betyr hundredeler.

Oppgave 1. Bruk fargene i rutenettet, og fyll ut tabellen nedenfor.

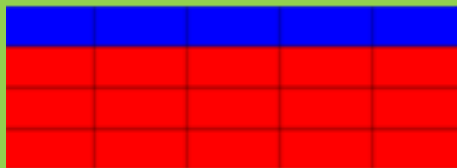


Farge	Antall av 100	Brøk	Desimal	Prosent
Blå				
Rød				
Grønn				
Sort				
Gul				

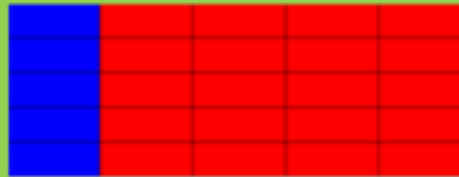
Utforskende oppgave – når det ikke er 100 ruter

Under ser du tabeller med ulikt antall ruter. Rutene i hver tabell er enten røde eller blå.

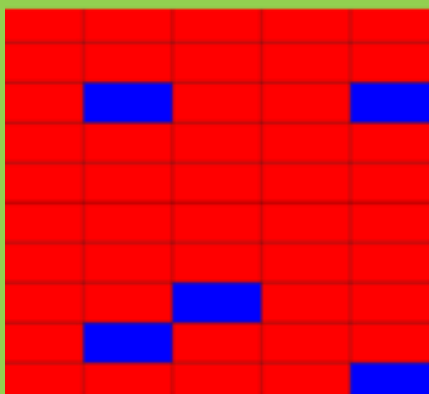
- Tell antall blå ruter og tell antall ruter til sammen i tabellen (både røde og blå). Skriv antall blå ruter i forhold til antall ruter til sammen som en brøk.
- Hvor mange kopier av hver tabell må du ta for å få 100 ruter? Hvor mange av de rutene vil være blå?



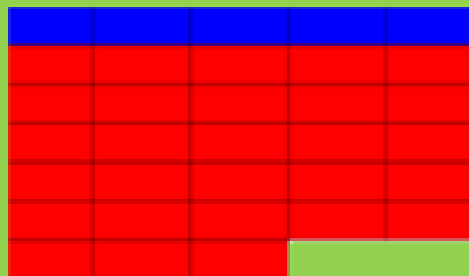
$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



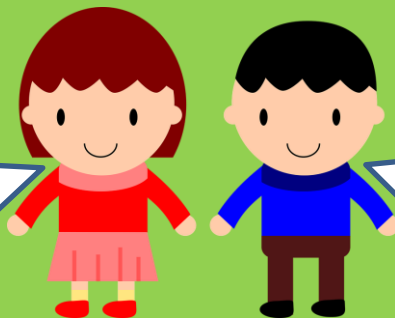
$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{4}{104} = \frac{1}{26}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

- Forklar hvordan disse to personene tenker:

I alle tabellene er det fargelagt like mange blå ruter.



Det er fargelagt flest blå ruter tabellen øverst til venstre.

2. Brøk – desimal – prosent

Øvingsoppgaver – Fyll ut tabellen. Disse sammenhengene er det forventet at du kan uten hjelpemidler.

Brøk	Likeverdige brøker	Desimal	Prosent
$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{5}$			
$\frac{1}{10}$			

Øvingsoppgaver – Fyll ut tabellen. På noen av disse oppgavene må du kanskje bruke kalkulator

Brøk	Desimal	Prosent		Brøk	Desimal	Prosent
$\frac{28}{100}$				$\frac{37}{56}$		
	0,48			$\frac{85}{127}$		
	0,61			$\frac{21}{18}$		
	0,7				0,8	
$\frac{5}{100}$					0,9	
		37 %				7 %
		8 %				113 %

3. Å regne ut prosenttallet.

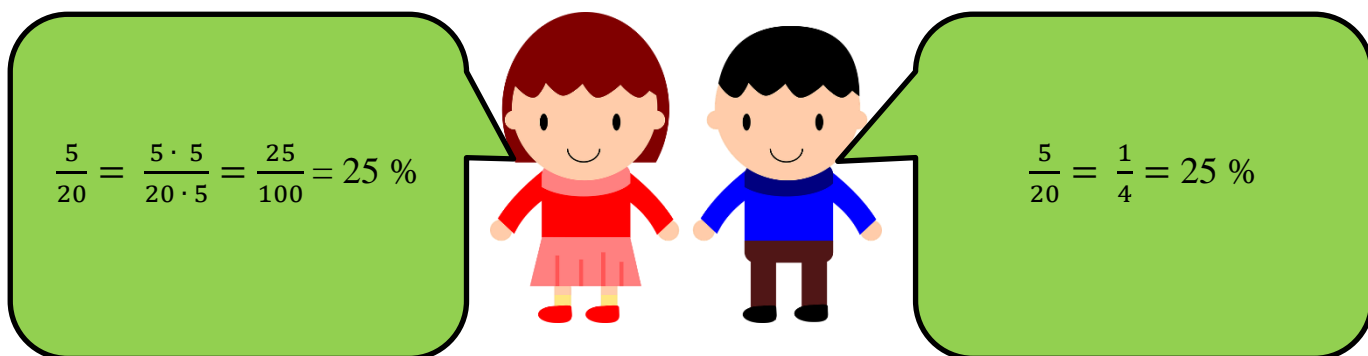
Prosentregningen i 1P er delt i to hoveddeler: det du skal klare uten hjelpemidler og det du skal klare med hjelpemidler. Delkapitlene 3.1 – 3.3 viser hvordan du kan regne uten hjelpemidler.

3.1 Utvide til hundredeler eller gjenkjenne brøker.

<u>Metode 1, trygg havn:</u>	<u>Metode 2, gjenkjenne brøker:</u>
$2 \cdot 50 = 100$	$\frac{1}{2} = 50 \%$
$3 \cdot 33 \approx 100$	$\frac{1}{3} \approx 33 \%$
$4 \cdot 25 = 100$	$\frac{1}{4} = 25 \%$
$5 \cdot 20 = 100$	$\frac{1}{5} = 20 \%$
$10 \cdot 10 = 100$	$\frac{1}{10} = 10 \%$

Eks:

I en klasse på 20 elever har 5 av elevene planlagt å reise bort i juleferien. Hvor mange prosent av klassens elever skal reise bort i juleferien?



Forklar hvordan disse to personene tenker, gjerne ved hjelp av rutenett. Hvilken metode likte du best? Hvilke begrensninger har metodene? Hva kan du gjøre om ingen av metodene fungerer?

Oppgave 1

I en klasse på 20 elever var det 14 jenter. Hvor mange prosent av elevene var jenter? Hvor mange var gutter?

Oppgave 2

I en klasse på 25 elever spiller 5 av elevene fotball. Hvor mange prosent av elevene i klassen spiller fotball? Hvor mange prosent spiller ikke fotball?

Oppgave 3

I september er det 20 skoledager. På 13 av disse dagen skinte sola. Hvor mange prosent av dagene var det ikke sol?

Oppgave 4

En elev trillet 10 terninger. 3 av disse landet på et oddetall. Hvor mange prosent av terningene viste partall?

Oppgave 5

I en klasse på 33 elever kom 3 av elevene for sent til første time. Omtrent hvor mange prosent av elevene kom tidsnok til timen?

Oppgave 6

I en gruppe med elever var det 8 jenter og 12 gutter. Hvor mange prosent av elevene i denne gruppa var gutter? Hvor mange prosent av elevene i denne gruppa var jenter?

VG3 ST består av to klasser; A- og B-klassen. Skolen arrangerer juleball for VG3, og påmeldingen viser at alle elevene i A-klassen og halvparten av elevene i B-klassen skal på juleballet. Hvor mange prosent av elevene på VG3 ST er påmeldt på juleballet?

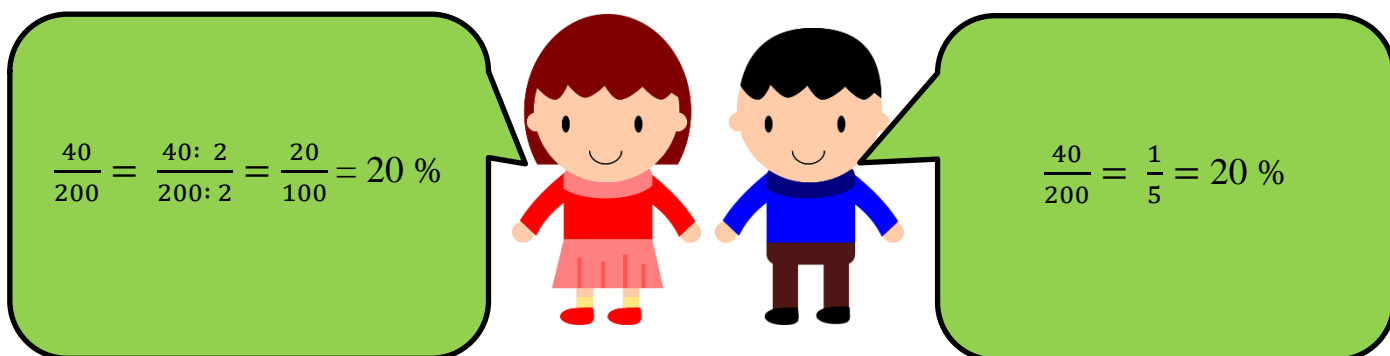
På VG1 var andelen gutter ca. 43 %. Bruk Excel til å lage minst tre forslag på antall gutter og jenter på dette trinnet.



3.2 Forkorte til hundredeler eller gjenkjenne brøker

Eks:

På en videregående skole er det 200 elever på VG1. 40 av disse elevene tar 1T. Hvor mange prosent av elevene tar 1T



Forklar hvordan disse to personene tenker, gjerne ved hjelp av rutenett. Hvilken metode likte du best? Hvilke begrensninger har metodene? Hva kan du gjøre om ingen av metodene fungerer?

Oppgave 7

Jonas skal kjøpe en bukse til 500 kroner. Han oppdager en liten flekk på buksa og blir derfor tilbudt 100 kr i avslag. Hvor mange prosent avslag blir han tilbudt?

Oppgave 8

På en videregående skole er det til sammen 1000 elever. 400 av disse går på VG3. Hvor mange prosent av elevene går på VG3? Hvor mange prosent av elevene går ikke på VG3?

Oppgave 9

Timelønnen til Tahir økte fra 160 kr til 176 kr. Hvor mange prosent økte lønnen?

Oppgave 10

I en gate bor det 400 mennesker. Av disse er 80 over 50 år. Hvor mange prosent av menneskene i denne gata er under 50 år?

Oppgave 11

I skobutikken selges et par sommersko til 360 kr. Tidligere hadde disse skoene kostet 600 kr. Hvor mange prosent rabatt får du på disse skoene?

Oppgave 12

I en klesbutikk på Tveita-senteret kostet en høstjakke 800 kr. Nå som det har blitt vinter selges denne jakka med en rabatt på 240 kr. Hvor mange prosent er rabatten på?

Prisen på en bukse var 799 kr, men ble solgt med rabatt. Bruk Excel til å lage minst tre forslag til rabatten i kroner og prosent.



3.3 Når vanskegraden øker

Oppgave 13

I en klasse på 30 elever valgte 9 av elevene 1T. Hvor mange prosent av klassens elever valgte 1T?

Oppgave 14

Et trinn besto av 120 Elever. Av disse gikk 80 elever på ST. Hvor mange prosent av elevene på trinnet gikk på ST?

Oppgave 15

Timelønnen til Tahir økte fra 160 kr til 176 kr. Hvor mange prosent økte lønnen?

Oppgave 16

I en gate bor det 400 mennesker. Av disse er 80 over 50 år. Hvor mange prosent av menneskene i denne gata er under 50 år?

Oppgave 17

I skobutikken selges et par sommersko til 360 kr. Tidligere hadde disse skoene kostet 600 kr. Hvor mange prosent rabatt får du på disse skoene?

Oppgave 18

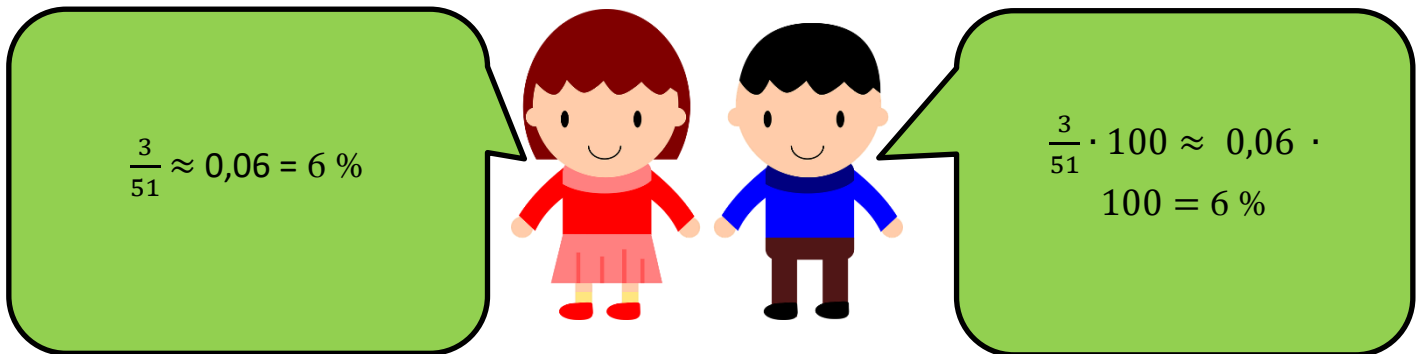
I en klesbutikk på Tveita-senteret kostet en høstjakke 800 kr. Nå som det har blitt vinter selges denne jakka med en rabatt på 240 kr. Hvor mange prosent er rabatten på?

3.4 Med kalkulator eller regneark

Noen utregninger er såpass vanskelige at det er lurt å bruke hjelpemidler.

Eks:

I en boks med kalkulatorer fungerer 48 slik de skal og 3 mangler batteri. Hvor mange prosent av kalkulatorene er ikke klare for bruk?



Forklar hvordan disse to personene tenker. En av metodene kalles prosentformel, en av metodene kalles prosentfaktor. Hvem bruker hvilken metode? Hvilken likte du best?

Oppgave 19

I 2010 var det ca. 4 860 000 innbyggere i Norge. Av disse var 637 356 mellom 10 og 19 år. Hvor stor prosent av befolkningen var mellom 10 og 19 år?

Oppgave 20

2817 av 11 200 velgere stemte på AP i et kommunevalg. Hvor mange prosent stemte AP?

Oppgave 21

En flaske rommer 0,75 L. Trine heller 0,63 L vann i flasken. Hvor mange prosent av volumet i flasken utgjør dette?

Oppgave 22

En murer blander betong. Til dette bruker han 2,4 kg sand + 1,2 kg sement + 1,5 kg pukk. Hvor mange prosent av blandingen er sand? Hvor mange prosent av blandingen utgjør sement? Hvor mange prosent av blandingen utgjør pukk?

På Hellerud VG1 går 62 % av elevene på ST, 21 % på MK og 17 % på BA. Bruk Excel til å lage minst 2 forslag til antall elever på de ulike studieretningene.



4. Å regne ut delen.

Prosentregningen i 1P er, som nevnt tidligere, delt i to hoveddeler: det du skal klare uten hjelpemidler og det du skal klare med hjelpemidler. Delkapitlene 4.1 – 4.2 viser hvordan du kan regne uten hjelpemidler.

4.1 Å gå fra 100 % til...

Hvordan komme fra start til mål ved å kun bruke multiplikasjon og/eller divisjon?						
Start	Fremgangsmåte	Mål		Start	Fremgangsmåte	Mål
100 %		1 %		100 %		30 %
100 %		10 %		100 %		40 %
100 %		50 %		100 %		60 %
100 %		33 %		100 %		75 %
100 %		20 %		100 %		15 %
100 %		25 %		100 %		12,5 %
100 %		5 %		100 %		Velg % selv

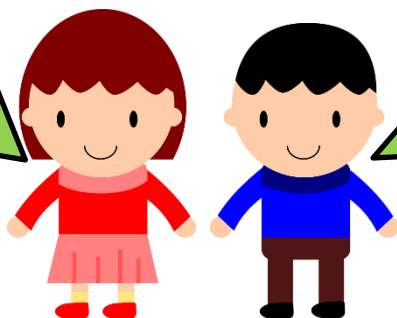
4.2 Å regne delen uten kalkulator

Eks:

Et brød besto av 35 brødskiver. Til frokost spiste familien 20 % av brødsnivene. Hvor mange brødskiver ble spist til frokost?

$$20\% = \frac{100\%}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

7 brødskiver ble spist til frokost



$$\frac{20}{100} \cdot 35 = 0,2 \cdot 35 = 7$$

9 brødskiver ble spist til frokost

Forklar hvordan disse to personene tenker, gjerne ved hjelp av rutenett. Hvilken metode likte du best? Hvilke begrensninger har metodene? Hva kan du gjøre om ingen av metodene fungerer?

Oppgave 23

På et håndballag med 20 jenter har 25 % av jentene allerede hatt bursdag. Hvor mange av jentene har hatt bursdag? Hvor mange av jentene har ikke hatt bursdag?

Oppgave 24

På Meny er en sjokolade, som egentlig kostet 50 kr, satt ned med 10 %r. Hvor mye er avslaget på? Hvor mye må du betale for sjokoladen?

Oppgave 25

En flaske med saft kostet egentlig 48 kr, men ble solgt med 33 % avslag. Hvor mye må du betale for flaska med saft?

Oppgave 26

I en klasse på 25 elever var 20 % av elevene syke. Hvor mange av klassens elever var friske?

Magnus er deltidsansatt på Meny, og har dermed timelønn. Fra 2018 til 2019 steg lønna hans med noen kroner. Bruk Excel til å lage minst tre forslag på hva den gamle timelønna var og hvor mye den steg med i prosent.



Oppgave 27

Opprinnelig pris på en genser er 600 kr. På grunn av en liten flekk selges denne med 5 % rabatt. Hvor stor er rabatten? Hvor mye må du betale for genseren?

Oppgave 28

En skobutikk selges et par sommersko med opprinnelig pris på 360 kr med 40 % rabatt. Hvor mye utgjør dette? Hva må du betale for skoene?

Oppgave 29

På en videregående skole er det til sammen 800 elever. 30 % av disse går på VG1. Hvor mange elever går på VG1?

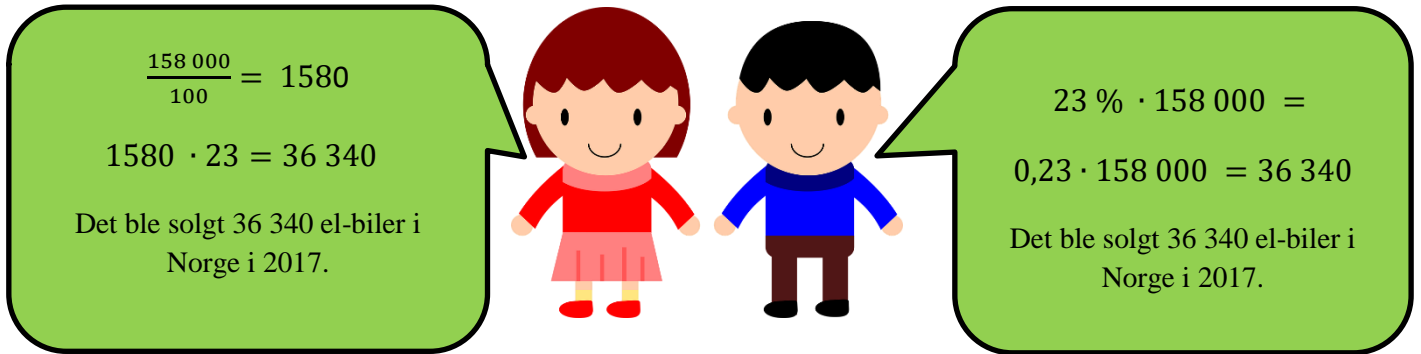
Oppgave 30

75 % av elevene på skolen i oppgave c) går på VG1 og VG2. Hvor mange elever er dette?

4.3 Med kalkulator eller regneark

Eks:

I 2017 ble det solgt ca. 158 000 nye biler i Norge. 23 % av disse var el-biler. Hvor mange el-biler ble solgt i Norge i 2017?



The illustration shows a girl and a boy standing between two green speech bubbles. The girl's bubble on the left shows a two-step calculation: first, dividing 158 000 by 100 to get 1580, and then multiplying 1580 by 23 to get 36 340. The boy's bubble on the right shows a direct calculation: multiplying 23% by 158 000, which is equivalent to 0,23 multiplied by 158 000, resulting in 36 340. Both bubbles conclude that 36 340 electric cars were sold in Norway in 2017.

$$\frac{158\,000}{100} = 1580$$
$$1580 \cdot 23 = 36\,340$$
Det ble solgt 36 340 el-biler i Norge i 2017.

$$23\% \cdot 158\,000 =$$
$$0,23 \cdot 158\,000 = 36\,340$$
Det ble solgt 36 340 el-biler i Norge i 2017.

Forklar hvordan disse to personene tenker. En av metodene kalles «veien om 1 %», en av metodene kalles prosentfaktor. Hvem bruker hvilken metode? Hvilken likte du best?

Oppgave 31

I en klasse på 25 elever kom 13 % av elevene for sent. Hvor mange elever kom for sent?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 32

På en skole med 548 elever gikk 31 % av elevene på Vg1. Hvor mange elever gikk på Vg1?

(Husk at det kun finnes hele elever)

Oppgave 33

I en klasse på 30 elever sluttet 13,3 % i løpet av skoleåret. Hvor mange av elevene i klassen sluttet?

Oppgave 34

Vilde hadde en timelønn på 192 kr. Når hun jobber lørdager skal hun ha 28 % tillegg. Hvor mange kroner tillegg har hun på lørdager?

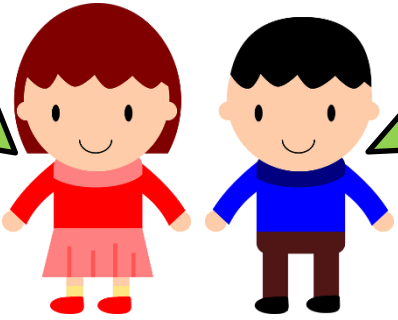
Det viser seg at Magnus fikk et lønnstillegg på 6 kr. Bruk Excel til å komme med minst tre forslag på hva den gamle timelønna var og hvor mange prosent lønnsøkning han fikk.



5. Å finne 100 %

Eks:

På et VG1-trinn valgte 20 % av elevene 1T. Dette utgjorde 32 elever. Hvor mange elever gikk på VG1-trinnet på den skolen?



20 % · 5 = 100 %
32 · 5 = 160

Det gikk 160 elever på VG1-trinnet på den skolen.

20 % = 32
1 % = $32/20 = 1,6$
100 % = $1,6 \cdot 100 = 160$

Det gikk 160 elever på VG1-trinnet på den skolen.

Forklar hvordan disse to personene tenker. En av metodene kalles «veien om 1 %». Klarer du å se hvem som bruker denne metoden? Hvilken likte du best? Har noen av metodene noen begrensninger?

Oppgave 35

Prisen på en vare økte med 500 kr. Dette utgjorde en prisøkning på 10 %. Hvor mye kostet varen før og etter prisøkningen?

Oppgave 36

En TV ble satt ned med 20 %. Da ble den 1000 kr billigere. Hvor mye kostet den før den ble satt ned?

Oppgave 37

12,5 % av elevene på en skole spiller fotball på fritiden. Dette utgjør 60 elever. Hvor mange elever er det på skolen?

Oppgave 38

Verdien på en aksje steg med 7 %. Dette gjorde at aksjen ble 16,94 kr dyrere. Hvor mye kostet aksjen før verdistigningen?

Trine fikk et lønnstillegg på 8 kr. Bruk Excel til å komme med minst tre forslag på hvor mange prosent dette utgjorde, og hvor høy den opprinnelige timelønna var.



Utfyllingsoppgave – prosentregning

I denne oppgaven skal du reflektere litt rundt prosentbegrepet og bruke dette i utregninger

1. Hva betyr prosent?
2. Skriv som hundredeler, desimaltall og prosent:

Brøk	Hundredeler	Desimaltall	Prosent
$\frac{1}{2}$	= $\frac{\quad}{100}$	=	=
$\frac{1}{3}$	=	=	=
$\frac{1}{4}$	=	=	=
$\frac{1}{5}$	=	=	=
$\frac{4}{200}$	=	=	=

3. 5 av 25 elever spiser matpakka i kantina. Hvor mange prosent tilsvarer det?
4. Hanna har 1000 kr i banken. Etter at hun har satt inn bursdagspengene fra mormor har hun 1250 kr i banken. Hvor mange prosent mere penger har Hanna i banken nå?
5. I en kasse er det 1000 legoklosser. 15% av klossene er røde.
 - a) Hvor mange klosser er 10%?
 - b) Hvor mange klosser er 5%?
 - c) Kan du bruke svaret i a) og b) til å finne hvor mange klosser som er røde? Vis.

6. Ole kjøper en skjorte på salg. Skjorta kostet før salget 500 kr. Den er nå på salg til 30% rabatt.
- Hvor mange prosent er 500 kr her? _____
 - Forklar hvorfor den nye prisen på skjorta er 70% av den opprinnelige prisen
 - Hvor mange kroner er 10%?
 - Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hva Ola må betale for skjorta på salg? Vis.
7. Caspian har spilt med Pokemon kortene sine og tapt 5% av dem. Han har nå 475 kort igjen.
- Hvor mange prosent er 475 kort her?
 - Hvor mange kort er 1%?
 - Hvor mange prosent kort hadde han før han startet å spille? _____
 - Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hvor mange kort han hadde før han startet å spille? Vis.
8. Dag har kjøpt nye skjorter. Han har økt antallet skjorter med 10% og har nå 22 skjorter i skapet.
- Hvor mange prosent er 22 skjorter her?
 - Hvor mange skjorter er 1%?
 - Hvor mange prosent skjorter hadde han før han kjøpte de nye? _____
 - Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hvor mange skjorter han hadde i skapet før han kjøpte nye? Vis.

6. Å finne ny verdi

6.1 Negativ vekst

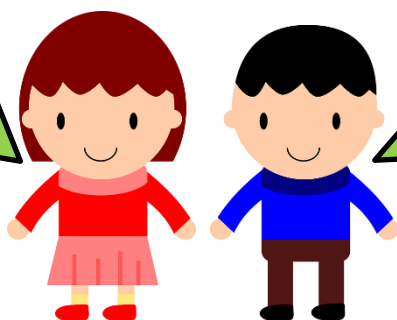
Eks:

På starten av skoleåret hadde matematikklæreren en bunke med 120 kladdebøker. Når høstferien kom hadde læreren delt ut 25 % av disse. Hvor mange bøker var det igjen i bunken?

$$100 \% - 25 \% = 75 \% = 0,75$$

$$120 \cdot 0,75 = 90$$

Læreren hadde igjen 90 kladdebøker.



$$25 \% \text{ av } 120 = 0,25 \cdot 120 = 30$$

$$120 - 30 = 90$$

Læreren hadde igjen 90 kladdebøker.

Forklar hvordan disse to personene tenker. En av metodene kalles vekstfaktor. Hvem bruker denne metoden? Hvilken likte du best?

$$- 7 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 18 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 7,5 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 18,3 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 10,2 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 17,5 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 10 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 20 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 30 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 40 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 50 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- 60 \% = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Verdien på en moped sank med 12 %. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage minst tre forslag på nypris og verdien etter ett år.



Oppgave 39

En ny bil koster 420 000 kr. Etter ett år er verdien redusert med 15 %. Hva er verdien til bilen om ett år?

Oppgave 40

Ved skolestart høsten 2018 begynte 550 elever på en VGS. I løpet av skoleåret hadde 10 % sluttet. Hvor mange elever fullførte skoleåret?

Oppgave 41

Nypris på en moped var 12 000 kr. Etter ett år hadde verdien sunket med 20 %. Hva var verdien på mopeden etter ett år?

Oppgave 42

En familie skulle kjøre fra Oslo til Trondheim, en strekning som er ca. 500 km lang. Etter 2 timer hadde de kjørt 30 % av avstanden. Hvor mange km har de igjen å kjøre?

Oppgave 43

Prisen på en aksje var 68 kr. Dagen etter hadde verdien sunket med 2,8 %. Hva ble den nye verdien på denne aksjen?

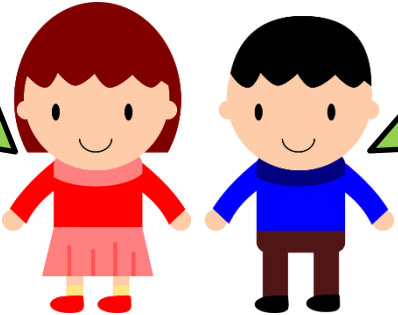
Fra 2018 til 2019 sank antallet reinsdyr i en flokk med noen prosent. I 2019 var det kun 158 dyr igjen. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage minst tre forslag på hvor mange reinsdyr det var i flokken i 2018 og hvor mange prosent bestanden sank med.



6.2 Positiv vekst

Eks:

I 2014 hadde en VGS 50 primærøkere. I 2018 hadde dette tallet steget med 20 %. Hvor mange primærøkere hadde denne skolen i 2018?



100 % + 20 % = 120 % = 1,2
 $50 \cdot 1,2 = 60$
Skolen hadde 60 primærøkere i 2018.

20 % av 50 = $0,2 \cdot 50 = 10$
 $50 + 10 = 60$
Skolen hadde 60 primærøkere i 2018.

Forklar hvordan disse to personene tenker. En av metodene kalles vekstfaktor. Hvem bruker denne metoden? Hvilken likte du best?

+15 % = _____ = _____	+20 % = _____ = _____
+25 % = _____ = _____	+40 % = _____ = _____
+ 7% = _____ = _____	+ 9 % = _____ = _____
+17,5 % = _____ = _____	+27,4 % = _____ = _____
+ 8,3 % = _____ = _____	+ 9,54 % = _____ = _____
+ 2,1 % = _____ = _____	+ 0,8 % = _____ = _____

Verdien på en leilighet steg med 8 %. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage minst tre forslag på dagens verdi på leiligheten og verdien etter ett år.



Oppgave 44

En ny bil koster 420 000 kr. Etter ett år er verdien redusert med 15 %. Hva er verdien til bilen om ett år?

Oppgave 45

I 2017 var prisen på en jakke 1400 kr. I 2018 ble prisen satt opp med 10 %. Hvor mye kostet jakka i 2018?

Oppgave 46

Elevtallet på en VGS var 600. Året etter steg elevtallet med 7 %. Hvor mange elever gikk på skolen året etter?

Oppgave 47

Hanne har en timelønn på 160 kr. Hun blir lovet en lønnsøkning på 4,3 %. Hva blir den nye timelønna hennes?

Oppgave 48

På mandag kostet bensin 12,53 kr/L. Tirsdag hadde prisen økt med 2,3 %. Bruk vekstfaktor til å regne ut hvor mye bensinen kostet per liter på tirsdagen?

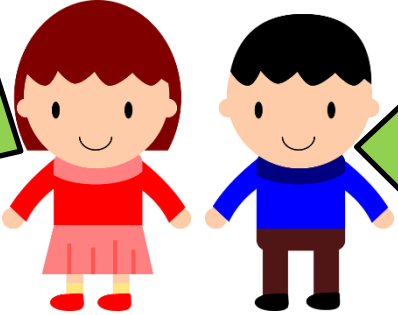
Befolkningen i Norge vokser med en liten prosent hvert år. I 2018 bodde det ca. 5,2 millioner mennesker i Norge. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage minst tre forslag på innbyggertallet i 2017 og hvor mange prosent befolkningen steg med.



6.3.1 Flere prosentvise endringer

Eks:

Prisen på utenlandske penger (ofte kalt valutakurs) forandrer seg hver dag. 3. juni 2018 var prisen på Euro 9,53 kr. Dagen etter gikk prisen opp med 3 %, deretter steg prisen med ytterligere 5 % før den falt med 2 %. Hva var prisen på Euro etter disse tre endringene?



The image shows two cartoon characters, a girl with red hair and a boy with black hair, standing between two green speech bubbles. The left bubble contains the following calculations:
 $+ 3 \% = 103 \% = 1,03$
 $+ 5 \% = 105 \% = 1,05$
 $- 2 \% = 98 \% = 0,98$
 $9,53 \cdot 1,03 \cdot 1,05 \cdot 0,98 = 10,10$
Prisen på aksjen var kr 10,10 etter disse tre endringene.

The right bubble contains the following calculations:
 $+ 3 \% = 103 \% = 1,03$
 $9,53 \cdot 1,03 = 9,81$
 $+ 5 \% = 105 \% = 1,05$
 $9,81 \cdot 1,05 = 10,30$
 $- 2 \% = 98 \% = 0,98$
 $10,30 \cdot 0,98 = 10,10$
Prisen på aksjen var kr 10,10 etter disse tre endringene.

Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvilken likte du best? Hva om det er enda flere endringer?

Hellerud VG1 består av 5 ST-klasser. I løpet av VG1 sluttet en liten prosentandel. Året etter, da disse elevene gikk på VG2, steg antall elever med noen få prosent, og det samme skjedde da elevene gikk på VG3. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage minst tre forslag på hvor mange elever som startet på VG1 og som fullførte VG3.



På Tveita-senteret er det to matbutikker. I dag koster en saftflaske det samme på begge butikkene. Butikk A øker først prisen med 10 %, deretter med 10 % en gang til. Butikk B øker prisen med 20 %. Vil butikkene fortsatt ha lik pris på saftflaska etter disse prisendringene?

På Tveita-senteret er det to matbutikker. I dag koster en saftflaske det samme på begge butikkene. Butikk A øker først prisen med 20 %, deretter setter den ned prisen med 10 %. Butikk B setter først ned prisen med 10 %, deretter setter den opp prisen med 20 %. Vil butikkene fortsatt ha lik pris på saftflaska etter disse prisendringene?

Oppgave 49

Hanne har en timelønn på 160 kr. Første året økte timelønnen med 3,8 %, deretter økte den med 2,7 %, og det tredje året økte lønnen med 3,1 %. Hva ble den nye timelønna hennes etter disse tre endringene?

Oppgave 50

På mandag kostet bensin 12,53 kr/L. Tirsdag hadde prisen sunket med 2 %. Onsdag sank prisen med ytterligere 3,7 % før den steg med 4,1 % på torsdag. Bruk vekstfaktor til å regne ut hvor mye bensinen kostet per liter etter torsdagens prisøkning.

Befolkningen i Snillfjord kommune endres med en liten prosentandel hvert år. Fra 2015 til 2016 økte antallet innbyggere, mens det sank fra både 2016 til 2017 og fra 2017 til 2018. I 2018 var innbyggertallet 982. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage et forslag på innbyggertallet i 2015 og hvor mange prosent innbyggertallet endret seg med.



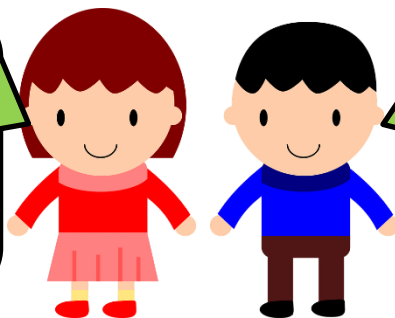
6.3.2 Flere like prosentvise endringer

Eks:

I dag kan en leilighet selges for 2,1 millioner kroner. Det er forventet at verdien på leiligheten stiger med 8 % hvert år de neste fire årene. Hvor mye kan leiligheten selges for om 4 år dersom dette stemmer?

$$2,1 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08 = 2,86$$

Leiligheten kan selges for 2,86 millioner kroner om 4 år.



$$2,1 \cdot 1,08^4 = 2,86$$

Leiligheten kan selges for 2,86 millioner kroner om 4 år.

Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvilken likte du best? Hva om det er enda flere endringer?

Oppgave 51

Hvis vi setter for eksempel 10 000 kr i banken 1. januar, vil vi etter ett år få *renter* av pengene slik at beløpet på kontoen øker. Renten er en viss prosent av det beløpet vi har på kontoen. Hvor mye vil vi ha på kontoen om 5 år dersom renten er på 3 %? Hvor mye har vi etter 10 år og 15 år?

Oppgave 52

En bærbar PC koster 9800 kr som ny. Vi regner med at verdien minker med 25 % i året, inntil ingen vil ha den lenger når den blir mer enn fem år. Hvor mye er PC-en verdt etter 5 år?

Oppgave 53

Knut kjøper en bil, og han vet at bilens verdi synker en viss prosentandel hvert år. Han ser for seg å beholde bilen i noen år, og han lager følgende regnestykke for å beregne hvor mye han kan selge bilen for:

$$\text{Salgspris} = 320\,000 \cdot 0,85^5$$

Hvor mye kjøpte Knut bilen for, hvor mange prosent antar Knut at verdien synker hvert år, og hvor mange år tenker Knut å beholde bilen før han selger den?

Hvor mye regner Knut å selge bilen for?

7. Å finne gammel verdi

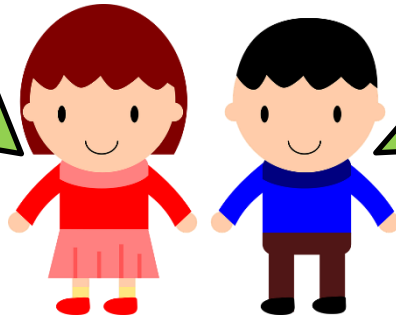
7.1 En prosentvis endring

Eks:

På 17. mai solgte en kiosk 1260 is. Dette var en nedgang på 10 % fra i fjor. Hvor mange is solgte kiosken i fjor?

$$\begin{aligned} 100\% - 10\% &= 90\% = 0,9 \\ x \cdot 0,9 &= 1260 \\ x &= \frac{1260}{0,9} \\ x &= 1400 \end{aligned}$$

Kiosken solgte 1400 is på 17. mai i fjor.



$$\begin{aligned} 100\% - 10\% &= 90\% = 0,9 \\ \text{Salg av is i fjor} &= \frac{1260}{0,9} \end{aligned}$$

Kiosken solgte 1400 is på 17. mai i fjor.

Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvilken likte du best? Kan man tippe seg frem til svaret? Hvordan hadde regnestykket blitt dersom issalget hadde økt med 10 %?

Oppgave 54

Prisen på en bukse ble satt ned med 15 %. Nå koster buksa 765 kr. Hvor mye kostet buksa før prisreduksjonen?

Oppgave 55

Elevtallet på en VGS økte med 4 % fra august 2017 til august 2018? I august 2018 var elevtallet ved skolen 582. Hvor høyt var elevtallet i august 2017?

Oppgave 56:

På 16-årsdagen sin kjøpte Mariam en moped. Det er vanlig at verdien til mopeder går det med en viss prosent hvert år. På 17-årsdagen sin setter hun opp følgende regnestykke:

$$\text{Nypris på moped} = \frac{14450}{0,85}$$

Hvor mye antar Mariam at verdien til mopeden er på 17-årsdagen hennes? Hvor mange prosent antar hun at verdien synker hvert år?

Hvor mye kostet mopeden da den var ny?

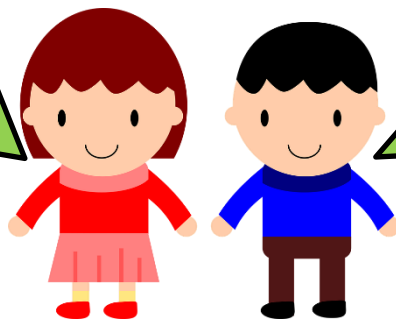
7.2 Flere prosentvise endringer

Eks:

Prisen på Euro gikk opp 10 %, deretter sank den med 8 % før den steg med 7 %. Nå koster 1 Euro 9,59 kr. Hvor mye kostet den før prisendringene?

$$\begin{aligned}x \cdot 1,1 \cdot 0,92 \cdot 1,07 &= 9,59 \\x \cdot 1,083 &= 9,59 \\x &= \frac{9,59}{1,083}\end{aligned}$$

1 Euro kostet 8,85 kr før prisendringen



$$\begin{aligned}9,59 : 1,07 &= 8,96 \\8,96 : 0,92 &= 9,73 \\9,73 : 1,1 &= 8,85\end{aligned}$$

1 Euro kostet 8,85 kr før prisendringen

Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvilken likte du best? Kan man gjøre metode 2 raskere?

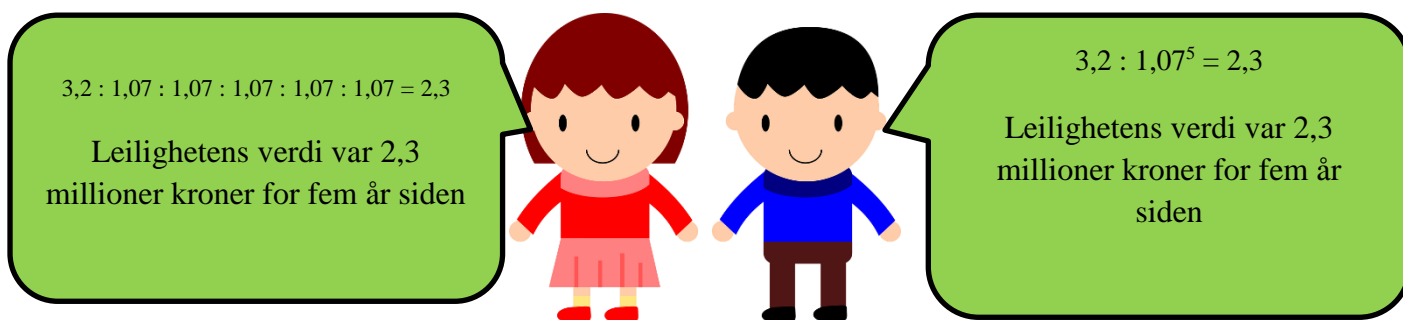
Inntakstallet på Hellerud VGS har endret seg (både opp og ned) med en viss prosentandel fra år til år de siste tre årene. I august i år begynte 620 elever på Hellerud. Bruk Excel og vekstfaktor til å lage et forslag på prosentvis endring de siste tre årene og hvor mange elever som begynte på Hellerud for tre år siden.



7.3 Flere like prosentvise endringer

Eks:

I dag kan en leilighet selges for 3,2 millioner kroner. Man antar at verdien til denne leiligheten har steget med 7 % hvert år de siste fem årene. Hvor mye var leiligheten verdt for fem år siden?



Forklar hvordan disse to personene tenker. Hvilken likte du best? Hva om det er enda flere endringer?

Oppgave 55

For fire år siden satte Espen inn et beløp i banken. Pengene har stått urørt med 3 % årlig rente. I dag har han kr 112 550,88 på kontoen. Hvor stort var beløpet Espen satt inn for fire år siden?

Oppgave 56

Verdien til en aksje har sunket med 2,5 % seks dager på rad. I dag kan aksjen kjøpes for kr. 128,86. Hva var verdien til aksjen for seks dager siden?

Oppgave 57:

I en kommune ble det hvert år laget en telling av antall hjort, og nye tellinger har blitt laget hvert år etter. Det viser seg at antall hjort i kommunen synker med en fast prosent hvert år. Du finner følgende regnestykke som gjelder for i år:

$$\text{Antall hjort ved første telling} = \frac{850}{0,95^3}$$

Hvor mange hjort er i kommunen ved årets telling, hvor mange år er det siden første telling, og hvor mange prosent synker hjortebestande med hvert år?

Hvor mange hjort var det ved første telling?

Utfyllingsoppgave – Prosentvis endring i flere perioder

I denne oppgaven skal du reflektere litt rundt vekstfaktorer og bruke dette i utregninger

1. Regn ut

$$4 \cdot 1 =$$

$$4 \cdot 1,5 =$$

$$4 \cdot 0,5 =$$

2. Her har vi multiplisert 4 med ulike tall.

a) Hva skjer med et tall når det multipliseres med noe som er større enn 1?

b) Hvor mye endres det når det multipliseres med 1,5?

c) Hva skjer med et tall som multipliseres med noe som er mindre enn 1?

d) Hvor mye endres det når det multipliseres med 0,5?

3. Finn vekstfaktoren til noe som øker med 3%

4. Finn vekstfaktoren til noe som avtar med 8%

5. Fyll ut tabellen

- a. Regn først ut vekstfaktorene ut fra endringen i prosent
- b. Regn så ut ny pris på en vare som koster 2500 kr i utgangspunktet.

Endring	Utregning = Vekstfaktor	Utregning = Ny pris
+200 %		
+100 %		
+ 50 %		
+ 30 %		
+12,5 %		
+10 %		
+ 1 %		
+ 0,1 %		
0,0 %		
-0,1 %		
-1 %		
-10 %		
-12,5 %		
-30 %		
-50 %		
-100 %		

6. Berit har 25 000 kr i banken. Hun setter ikke inn flere penger og tar heller ikke ut noe. Hun får 1,5% rente per år.

a) Hva er vekstfaktoren i denne situasjonen her?

b) Hvor mye har Berit i banken om 1 år?

c) Hvor mye har Berit i banken om 10 år?

7. En bil som ble kjøpt for 5 år siden er i dag verdt 155 297 kr. Verdien har avtatt med 15% hvert år siden den var ny. Vi antar at verdien vil fortsette å avta på samme måte de neste årene fremover.

a) Hva er vekstfaktoren i denne situasjonen her?

b) Hva kostet bilen da den var ny?

c) Når er bilen verdt mindre enn vrakpanten på 3000 kr?

8. Noe å tenke på:

Hvorfor er $4 \cdot 1,5^{-1}$ mindre enn 4? Skriv ned forklaringen din.

Blandede oppgaver prosentregning

B1

(Eksamen 1P høsten 2012, Del 1)

Tidligere kostet en vare 50 kroner. Nå koster varen 90 kroner.
Hvor mange prosent har prisen økt med?

B2

Tidligere kostet en vare 90 kroner. Nå koster varen 50 kroner.
Hvor mange prosent har prisen minket med?

B3

(Eksamen 1P høsten 2011, Del 1)

I løpet av noen år steg Gretes lønn fra 160 kroner per time til 184 kroner per time.
Hvor mange prosent steg timelønnen?

B4

(Eksamen 1P våren 2015, Del 1)

Skriv som prosent

- a) 0,451
- b) $\frac{5}{25}$

B5

(Eksamen 2P våren 2015, Del 1)

En vare koster i dag 240 kr. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen **før** prisen ble satt ned?

B6

(Eksamen 2P våren 2016, del 1)

I butikk A koster en vare 150 kroner. I butikk B koster den samme varen 120 kroner.

- a) Hvor mange prosent høyere er prisen i butikken A sammenlignet med prisen i butikk B?
- b) Hvor mange prosent lavere er prisen i butikk B sammenlignet med prisen i butikk A?

B7

(Eksamen 2P høst 2016, del 1, 1p)

Ved en skole er det 135 jenter og 115 gutter.

Hvor mange prosent av elevene er jenter?

B8

(Eksamen 2P høst 2016, del 1, 1p)

En vare kostet like mye i butikk A og butikk B. Så ble prisen endret.

I butikk A ble prisen først satt opp med 10 %. Senere ble prisen satt ned med 10 %. I butikk B ble prisen først satt ned med 10 %. Senere ble prisen satt opp med 10 %.

Avgjør hvilken av de tre påstandene nedenfor som er riktig.

Påstand 1: Varen koster nå minst i butikk A.

Påstand 2: Varen koster nå minst i butikk B.

Påstand 3: Varen koster nå like mye i de to butikkene.

B9

- a) I et borettslag ble det stemt over et forslag som krevde $\frac{2}{3}$ flertall for å bli vedtatt. 46 av 74 stemte for forslaget. Ble forslaget vedtatt?
- b) I et annet borettslag stemte 81 for og 39 mot et forslag som også krevde $\frac{2}{3}$ flertall. Ble dette forslaget vedtatt?

B10

(Eksamen 1P våren 2014, Del 1)

Det bor ca. 7,2 milliarder mennesker på jorda. 15 % har ikke tilgang til rent vann. Omtrent hvor mange mennesker har ikke tilgang på rent vann?

B11

(Eksamen 2P våren 2008, Del 2)

I butikker ser en ofte tilbud av typen ”Ta tre, betal for to”.
Du får altså tre varer til prisen for to.

a) En klesbutikk hadde et slikt tilbud på T-skjorter. Der kostet én T-skjorte 129 kroner. Hvor mange prosent avslag vil du få ved å benytte deg av tilbudet ”Ta tre, betal for to”?

b) 🤔 I tegneseriestripen nedenfor har Pondus tolket tilbudet annerledes. Hvor mange prosent avslag fikk han?



B12



Hos en frisør betaler du full pris for de fire første klippene, men får 50 % rabatt på det femte. Hvor mange prosent rabatt får du hvis du ser på disse fem klippene samlet?


B13

(Eksamen 2P våren 2011, Del 1)

Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din og fyll inn det som mangler.

Prosentvis endring	Vekstfaktor
+ 2 %	
- 68 %	
	0,25
	2

B14

- a) I følge Aftenposten 20. juni 2013 har antall leverte brev per postkasse gått ned fra 750 i år 2000 til 450 i 2012. Hvor mange prosent har antall brev per postkasse minket?
- b)  Posten antar at i 2020 vil antall brev ha falt til 230 per postkasse i året. De sier at da har to tredjedeler av posten forsvunnet på 20 år. Undersøk om denne påstanden er riktig.

B15

(Eksamen våren 2013, Del 1) 

En vare koster nå 210 kr. Prisen er da satt ned med 30 %.
Hva kostet varen før prisen ble satt ned?

B16

I mai 2013 eksporterte norske bedrifter varer og tjenester for 72,9 milliarder kroner. Dette var 11,2 % mindre enn i mai 2012. Hvor stor var eksporten i mai 2012?

B17

(Eksamen 1P høsten 2012, Del 2)

Siri setter inn 12 000 kroner på en ny bankkonto. Hun lar pengene stå urørt og får 4,5 % rente per år.
Hvor mye vil hun ha på kontoen etter 15 år?

B18

(Eksamen 1P våren 2010, Del 1)

Stian har en bil som i dag er verdt 270 000 kroner. Verdien til bilen har avtatt med 10 % det siste året. Vi antar at verdien vil fortsette å avta med 10 % hvert år i årene framover.

- 1) Hvor mye vil bilen være verdt om ett år?
- 2) Hvor mye var bilen verdt for ett år siden?

B19

(Eksamen 1P våren 2011, Del 1)



En vare selges i to forskjellige butikker. Prisen er den samme i begge butikkene. I butikk A settes prisen opp med 20 %. I butikk B settes prisen først opp med 10 % og så etter noen dager med 10 % til. Marit påstår at prisen da fremdeles er den samme i begge butikkene.

Forklar Marit hvorfor dette ikke er riktig. Bruk gjerne et eksempel når du forklarer.

B20

(Eksamen 1P våren 2012, Del 1)

En bil koster 250 000 kroner. Bilens verdi avtar med 15 % per år.

Forklar hvilket av regnestykkene nedenfor som kan brukes for å finne hvor mye bilen er verd etter 10 år.

- 1) $250\,000 - 10 \cdot \frac{250\,000 \cdot 15}{100}$
- 2) $250\,000 \cdot 0,15^{10}$
- 3) $250\,000 \cdot 0,85^{10}$

B21

Fra 2009 til 2012 steg norske boligpriser i gjennomsnitt med 8,3 % hvert år. Hvor mange prosent steg boligprisene totalt fra 2009 til 2012? (Nei, svaret er ikke 24,9 %!)

B22

(Eksamen 1P våren 2010, Del 2)



Ola skal bygge hus. Huset vil koste 2 300 000 kroner. Han har 150 000 kroner i banken. Resten må han låne. I Husbanken får han låne 80 % av det huset vil koste. Renten i Husbanken er 4 % per år. Resten av pengene må han låne i en privat bank til 6 % rente per år.

- Hvor mye penger får Ola låne i Husbanken, og hvor mye må han låne i den private banken?
- Hvor mange kroner må han til sammen betale i renter i Husbanken og den private banken det første året?

Ola kan trekke fra 28 % av rentekostnadene på skatten. Dette kalles et skattefradrag.

- Hvor store blir renteutgiftene til Ola det første året, dersom vi tar hensyn til skattefradraget?

B23

En bensinstasjon reklamerer for bilvask: "Kjøp kupongkort med 5 vask, betal for 3. Spar 40 %." Stemmer dette?


B24

(Eksamen 1P våren 2014, Del 2)

Prisen på en vare er satt opp 10 % fem ganger. Opprinnelig kostet varen 246 kroner.

- Hvor mye koster varen nå?
- Hvor mange prosent er prisen totalt satt opp?

Prisen på en annen vare også satt opp 10 % fem ganger. Nå koster varen 550 kroner.

-  Hva kostet denne varen opprinnelig?

B25

(Eksamen 2P høst 2016, del 2, 6p)

1. september 2016 kjøpte Monica en hytte. Hun lånte da 1 000 000 kroner av foreldrene.

De inngikk følgende avtale:

- Renten på lånet skal være 2,5 % per år.
- Tilbakebetalingen skal skje ved at Monica overfører 100 000 kroner til foreldrenes konto 1. september hvert år til lånet er nedbetalt.
- Første overføring skal skje 1. september 2017.

I denne oppgaven skal du lage et regneark som viser

- hvor mye Monica skylder foreldrene etter hver overføring fram til lånet er nedbetalt
- hvor mye Monica betaler i renter, og hvor mye hun betaler i avdrag hvert år
- hvor mye Monica totalt vil ha betalt i renter i løpet av nedbetalingstiden

Nedenfor ser du et eksempel på hvordan de første radene i regnearket kan se ut. Husk at du i størst mulig grad skal benytte formler, slik at løsningen blir dynamisk, og at formlene som er brukt, skal komme klart fram i besvarelsen din.

	A	B	C	D	E	F
1	Lån - Hytte					
2	Lånebeløp:	kr 1 000 000,00				
3	Rente (%):	2,5			Vekstfaktor:	1,025
4	Innbetaling:	kr 100 000,00				
5						
6	Dato:	Skyldig beløp før innbetaling:	Innbetaling:	Skyldig beløp etter innbetaling:	Betalt i avdrag:	Betalt i renter:
7	01.09.2016	kr 1 000 000,00	kr 0,00	kr 1 000 000,00	kr 0,00	kr 0,00
8	01.09.2017	kr 1 025 000,00	kr 100 000,00	kr 925 000,00	kr 75 000,00	kr 25 000,00

Fasit øvingsoppgaver prosentregning

Fasit blandede oppgaver prosentregning

B1 80 % B2 44,4% B3 15 % B4 a) 45,1 % b) 20 B5 300 kr B6 a) 25 % b) 20 % B7 54 % B8 Påstand 3 B9 a) Nei b) Ja B10 1,08 milliarder B11 a) 33,3 % b) 60 % B12 10 % B13 1,02 0,32 -75% +100% B14 a) 40 % b) Ja, omtrent B15 300 kr	B16 82,1 milliarder B17 23223,39 kr B18 1) 243 000 kr 2) 300 000 kr B19 Pris: 100,- gir A=120,- og B=121,- (110+11 for andre økningen i B) B20 Alternativ 3 B21 27,0 % B22 a) 1 840 000 kr, 310 000 kr b) 92 200 kr c) 66384 kr B23 Ja B24a) 396 kr b) 61 % c) 341 kr B25 renter totalt: 163 740,03
---	--