

Kapittel 6. Volum og overflate



Mål for Kapittel 6, Volum og overflate.

Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- bruke og grunngi bruk av formlikhet, målestokk og Pytagoras' setning til beregninger i praktisk arbeid
- løse problem som gjelder lengde, vinkel, areal og volum

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- hvordan jeg regner mellom ulike volumenheter
- hvordan jeg finner volum til prismer, sylindre, pyramider, kjegler og kuler
- hvordan jeg beregner overflateareal

Etter dette kapittelet kan jeg forklare

- hva volum er
- hvorfor en regner ut volum for figurene etter de ulike formlene
- hva overflateareal er og hvorfor det er viktig å kunne noe om

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- sammenligne volum i ulike figurer
- gi praktiske eksempler på bruk av volum og overflateareal
- lage og løse sammensatte tekstoppgaver knyttet til volum og overflateareal
- se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- vurdere og sortere informasjon oppgitt i tekst

Utforskende oppgave – Bygg din egen figur

Du skal bygge en volumfigur, også kalt romfigur, med volum på 1,5 liter. Figuren skal ha form som et rektangulært prisme. Det vil si at bunnen skal være et rektangel, og de fire veggene skal stå rett opp.

Før du begynner byggingen må du gjøre noen beregninger. Før du begynner må du finne figurens mål.

- a) Skriv av dette regnearket:

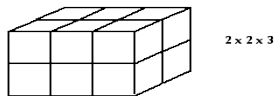
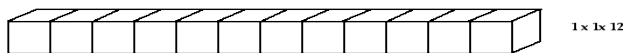
	A	B	C	D	E	F
1	DEN REKTANGULÆRE BUNNEN			Volumet til prismet		
2	Lengde	Bredde	Areal cm ²	Høyde	Volum cm ³	Volum L
3						

- b) Lag formler i de grå feltene.
- c) Prøv deg frem med ulike verdier i de gule feltene slik at du til slutt finner målene til et rektangulært prisme som har volum = 1,5 L.
- d) Klipp ut bunnen og alle sideveggene utfra målene du fant i oppgave c). Sett figuren sammen ved hjelp av tape.
- e) Test om ditt rektangulære prisme faktisk har volum på 1,5 L. Hvordan kan du gjøre dette?
- f) Hvordan ser din figur ut sammenlignet med figurene til de andre i klassen? Har alle figurene likt volum? Er alle figurene like?
- g) Hva tror du skjer med volumet til figuren din dersom du dobler enten lengden, bredden eller høyden? Hva tror du skjer med volumet dersom du dobler alle tre? Bruk regnearket til å finne det ut.

1. Hva er volum?

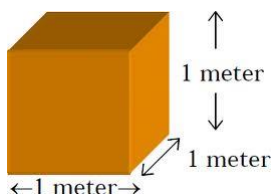
Volumet av en gjenstand viser hvor mye den rommer. Mer presist angir det hvor mange *enhetsterninger* som får plass i gjenstanden. Figuren under viser tre gjenstander som alle inneholder nøyaktig 12 enhetsterninger og derfor har like stort volum.

One cubic unit::



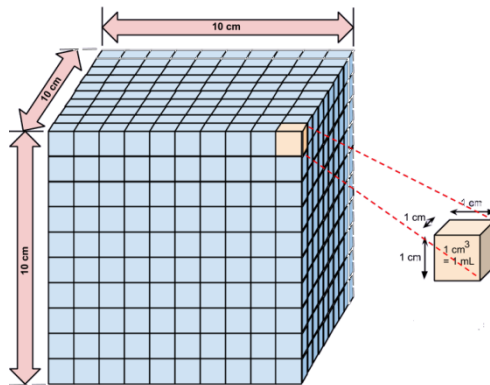
2. Volumenheter

En enhetsterning kan ha sidekant 1 mm, 1 cm, 1 dm eller 1 m. De tilsvarende volumene av enhetsterningen er da 1 mm^3 , 1 cm^3 , 1 dm^3 og 1 m^3 . Dette er altså de vanlige målenhetene for volum. 1 m^3 leser vi som «en kubikkmeter».



Denne terningen har et volum på 1 m^3 .

Av og til må du gjøre om fra en volumenhet til en annen. Da er det lett å lure seg selv. For eksempel er det 10 cm i 1 dm, men figuren nedenfor viser at det er 1000 cm^3 i 1 dm^3 .



Det er ofte mest praktisk å oppgi volumet av små gjenstander i dm^3 . Fordi dm^3 brukes så ofte, har vi et eget navn på denne enheten, nemlig *liter*. Både L og l brukes som forkortelse for liter. Liter, desiliter og milliliter brukes vanligvis for volum av *væsker*, mens vi gjerne bruker dm^3 og cm^3 for volumet av faste stoffer eller gjenstander.

1 liter (1 L) er det samme som 1 dm^3 .

1 desiliter (1 dL) = 0,1 L, slik at $1 \text{ L} = 10 \text{ dL}$.

1 centiliter (1 cL) = 0,01 L slik at $1 \text{ L} = 100 \text{ cL}$.

1 milliliter = 1 mL = 0,001 L (= 1 cm^3), slik at $1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$.

Her er eksempler på hvordan vi kan gjøre om mellom volumenheter:

$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$1 \text{ mm}^3 = 0,1 \text{ cm} \cdot 0,1 \text{ cm} \cdot 0,1 \text{ cm} = 0,001 \text{ cm}^3$$

Oppgave 1

- Gjør om 1 dm^3 til cm^3 . Vis utregningen på samme måte som i eksemplet ovenfor.
- Gjør om 1 dm^3 til m^3 . Vis utregningen på samme måte som i eksemplet ovenfor.

Husk:

Lengder oppgis med *lengdeenheter*, for eksempel m.

Arealer oppgis med *arealenheter*, for eksempel m^2 .

Volumer oppgis med *volumenheter*, for eksempel m^3 .

3. Hvordan kan vi måle volum?

Volumet til små mengder av vann og av stoffer som flyter utover, kan vi måle ved å putte dem i en *målesylinder* eller et *målebeger*.



Målesylinder (gradert i mL)



Målebeger (litermål)

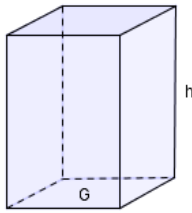
I matlaging brukes ofte *teskje*, som er 5 mL, eller *spiseskje*, som er 15 mL. For å finne volumet av små, uregelmessige gjenstander kan vi gjøre slik:



(Subtract betyr å trekke fra.)

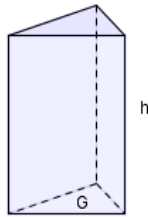
4. Volum av enkle gjenstander

For mange gjenstander kan vi finne *volumformler*. Her er de som er aktuelle i 1P:



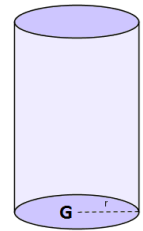
Firkantet prisme

$$V = G \cdot h$$



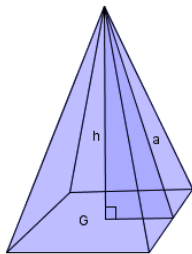
Trekantet prisme

$$V = G \cdot h$$



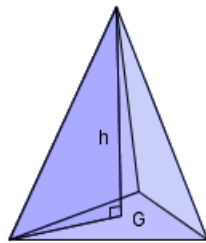
Sylinder
(sirkelprisme)

$$V = G \cdot h$$



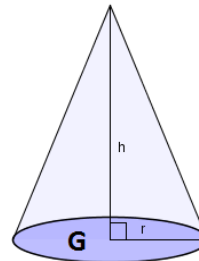
Firkantet pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



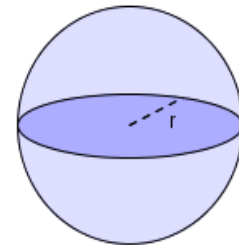
Trekantet pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



Kjegle

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



Kule

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

I disse formlene er G arealet av grunnflaten. Du ser at i figurene er grunnflaten et *rektangel*, en *trekant* eller en *sirkel*, og arealet av disse figurene skal du vite fra før hvordan du regner ut.

Legg merke at volumet av en pyramide er tredjedelen av et prisme med samme grunnflate og høyde som pyramiden, mens volumet av en kjegle er tredjedelen av en sylinder med samme grunnflate og høyde som kjeglen.

Eksempel 1

Figuren til høyre viser et trekantet, liggende, prisme.

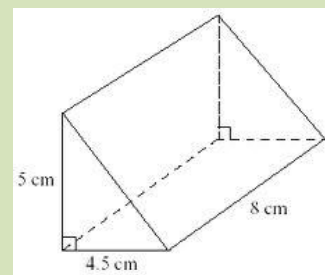
Grunnflaten er en trekant, og arealet av grunnflaten er da

$$G = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} = 11,25 \text{ cm}^2$$

Volumet av prismet blir

$$V = G \cdot h = 11,25 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^3$$

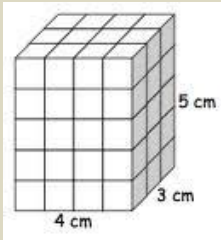
Legg merke til at vi tar med målenheter i hele regnestykket!



Oppgave 2

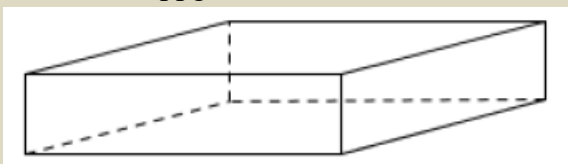
(Løs denne oppgaven uten kalkulator)

Finn volumet av prismet nedenfor. Ta med målenheter (cm, cm² og cm³) i hele regnestykket!



Oppgave 3

(Løs denne oppgaven uten kalkulator)



Et badebasseng har form som et rett firkantet prisme med lengde 6,0 meter, bredde 4,0 meter og høyde 1,5 meter.

a) Hvor stort volum har bassenget?

For å fylle bassenget med vann brukes en vannpumpe som gir 300 liter vann per minutt.

b) Hvor lang tid tar det å fylle bassenget?

Oppgave 4

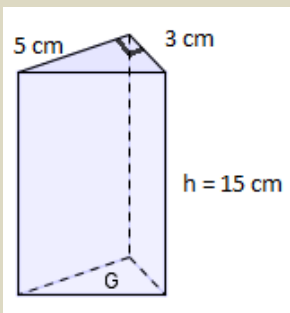
En kartong med appelsinjuice har målene:

Høyde 24,0 cm, bredde 6,6 cm og dybde 6,4 cm.

Hvor mye rommer juicekartongen? Gi svaret i liter.

Oppgave 5

Finn volumet av det trekantede prismet. Ta med målenheter i hele regnestykket!



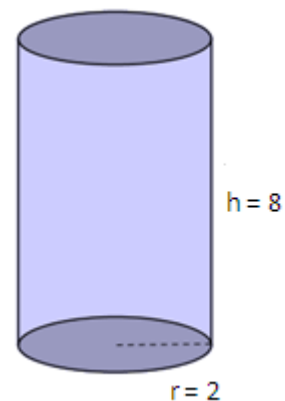
Eksempel 2

Figuren til høyre viser en sylinder. Arealet av grunnflaten er

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot (2 \text{ cm})^2 = 12,57 \text{ cm}^2$$

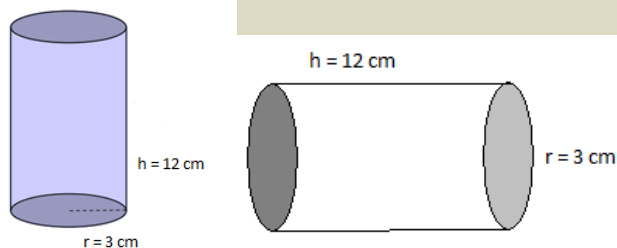
Volumet av sylindren:

$$V = G \cdot h = 12,57 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 100,5 \text{ cm}^3$$



Oppgave 6

Finn volumet av sylindren nedenfor.



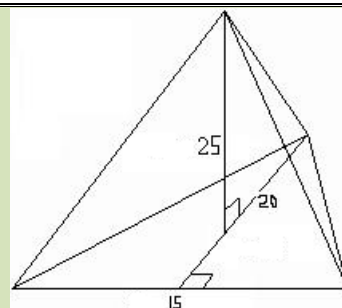
Eksempel 3

Figuren til høyre viser en trekantet pyramide. Målene er gitt i cm. Arealet av grunnflaten er

$$G = \frac{15 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

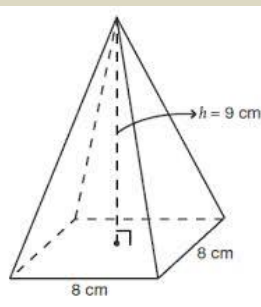
Volumet av pyramiden:

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{150 \text{ cm}^2 \cdot 25 \text{ cm}}{3} = 1250 \text{ cm}^3$$



Oppgave 7

Finn volumet av pyramiden nedenfor. Ta med målenheter i hele regnestykket!



Eksempel 4

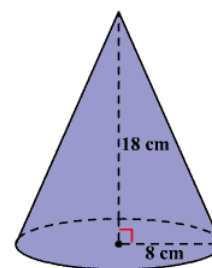
Figuren til høyre viser en kjegle.

Arealet av grunnflaten er

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot (8 \text{ cm})^2 = 201 \text{ cm}^2$$

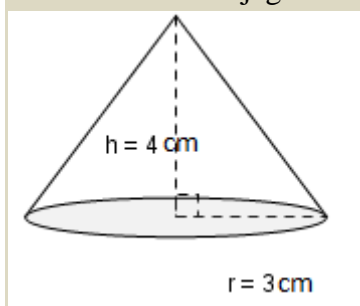
Volumet av kjeglen:

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{201 \text{ cm}^2 \cdot 18 \text{ cm}}{3} = 1206 \text{ cm}^3$$



Oppgave 8

Finn volumet av kjeglen nedenfor. Ta med målenheter i hele regnestykket!



Eksempel 5

For å regne ut volumet av kula til høyre, må vi først finne radien.

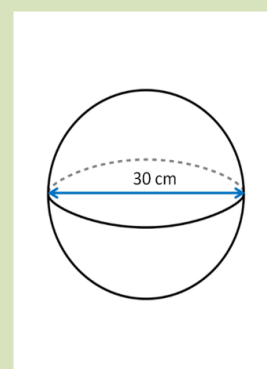
Radien er halvparten av diameteren slik at

$$r = d/2 = 30 \text{ cm}/2 = 15 \text{ cm}.$$

Volumet av kula:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi(15 \text{ cm})^3}{3} = 14140 \text{ cm}^3$$

Da $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$, kan vi også skrive $V = 14,140 \text{ dm}^3$



Oppgave 9



a) Finn volumet av to kuler med diameter 4 cm og diameter 8 cm.

b) Hva er forholdet mellom volumet av den største og volumet av den minste? Kunne du tenkt ut dette svaret *uten* å regne ut volumene?



5. Finne høyder eller radius i gjenstander med oppgitt volum

Eksempel 6

En boks har en kvadratisk bunn med side lik 7 cm. Hvor høy må den være for å romme 1 liter?

Da $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ må vi enten gjøre om volumet til cm^3 eller sidene til dm. Vi velger det første, slik at volumet av prismet er $V = 1000 \text{ cm}^3$.

Grunnflatearealet er $G = 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 49 \text{ cm}^2$.

Nå kjenner vi V og G og kan finne h ved å løse en enkel likning:

$$V = Gh$$

$$49 \cdot h = 1000$$

$$h = \frac{1000}{49} = 20,4$$

Høyden må være 20,4 cm for at boksen skal romme 1 L.

Vi kunne også funnet formelen $h = \frac{V}{G}$ og satt inn tallene i den.

Oppgave 10

Bildet viser en flaske Voss vann. Flasken er 18,4 cm høy og har en innvendig diameter på 5,1 cm.

- a) Vis at flasken rommer 375 mL vann. (Dette er det samme som å finne det innvendige volumet til flasken.)

I en flaske Voss vann er det igjen 250 mL vann.

- b) Hvor høyt i flasken står vannet?



Eksempel 7

En sylinderformet hermetikkboks har en høyde på 8 cm. Hva må den innvendige radien være for at den skal romme 300 mL?

Vi kjenner volumet og høyden og kan da finne grunnflatearealet G ved å løse en likning. Husk at $300 \text{ mL} = 300 \text{ cm}^3$.

$$V = Gh$$

$$G = \frac{V}{h} = \frac{300 \text{ cm}^3}{8 \text{ cm}} = 37,5 \text{ cm}^2$$

Grunnflaten er en sirkel slik at $G = \pi r^2$. For å finne r må vi løse en likning:

$$\pi r^2 = 37,5$$

$$r^2 = \frac{37,5}{\pi} = 11,94$$

$$r = \sqrt{11,94} = 3,45$$

Radien må være 3,45 cm for at volumet skal bli 300 mL.

Oppgave 11

I en målesylinder er høyden av vannet lik 18 cm når volumet av vannet er 120 mL.

Finn diameteren i sylindereen.



Eksempel 8

En sandhaug har omtrent form som en kjegle med diameter 3,0 m i bunnen, og høyde 0,9 m. Sanden legges jevnt ut over en rektangulær plass med mål 6 x 8 m. Hvor dypt blir sandlaget?

Volumet av sandhaugen:

$$V = \frac{Gh}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot (1,5 \text{ m})^2 \cdot 0,9 \text{ m}}{3} = 2,12 \text{ m}^3$$

Arealet av plassen: $G = 6 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 48 \text{ m}^2$.

Høyden av sandlaget:

$$h = \frac{V}{G} = \frac{2,12 \text{ m}^3}{48 \text{ m}^2} = 0,044 \text{ m} = 4,4 \text{ cm}$$



Oppgave 12

Keopspyramiden i Egypt har en kvadratisk grunnflate med side 230 m og høyde 147 m.

Tenk deg at all steinen i pyramiden legges jevnt utover et kvadratisk område som er 1 km på hver side. Hvor tykt ville steinlaget blitt? Vi ser bort fra hulrom inne i pyramiden.



6. Volum av sammensatte gjenstander

Eksempel 9

Hva er volumet av figuren til høyre? Målene er i cm.

Figuren består av et rett prisme og et trekantet, liggende prisme.

Arealet av grunnflaten i det rette prismet er 80 cm^2 .

Volumet av det rette prismet er $80 \text{ cm}^2 \cdot 7 \text{ cm} = 560 \text{ cm}^3$.

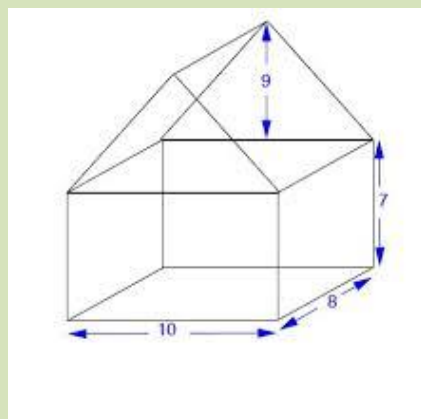
Arealet av grunnflaten i det trekantede prismet er

$$\frac{10 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}}{2} = 45 \text{ cm}^2.$$

Volumet av det trekantede prismet er

$$45 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 360 \text{ cm}^3.$$

Volumet av hele figuren: $560 \text{ cm}^3 + 360 \text{ cm}^3 = 920 \text{ cm}^3$.



Oppgave 13

Vi antar at isen til venstre består av en kjeks-kjegle fylt med is og en halvkule av is på toppen. Høyden i kjekskjeglen 12 cm og radien på toppen av kjeglen (og dermed også i halvkulen) er 3 cm.

Finn det samlede volumet av isen i kjeglen og i halvkula.



Eksempel 10

Figuren viser en bit av et metallrør. Den ytre radien er 2,4 cm og den indre radien 2,0 cm. Lengden av rørbiten er 10 cm. Hva er volumet av metallet i rørbiten?

Volumet av metallet er volumet av sylindere med størst radius minus volumet av hullet i midten, som også er en sylinder.

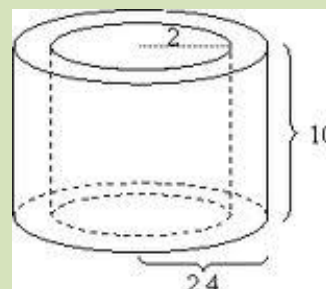
Volumet av den største sylindere:

$$G \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot (2,4 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} = 181 \text{ cm}^3.$$

Volumet av hullet i midten:

$$G \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot (2,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} = 126 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volumet av metallet i røret: } 181 \text{ cm}^3 - 126 \text{ cm}^3 = 55 \text{ cm}^3.$$



Oppgave 14

Figuren viser tre betongrør. Den ytre radien er 0,4 m og tykkelsen av betongveggen er 0,1 m. Lengden av hvert rør er 1,5 m.

Finn det samlede volumet av betongen i alle tre rørene.



Oppgave 15

Figuren viser et stearinlys med et sylinderformet hull i midten. Den ytre radien er 4 cm og radien av hullet i midten er 2 cm. Høyden av lyset er 10 cm, og dybden av hullet i midten er 4 cm.

Regn ut volumet av all stearinen i lyset.



7. Areal av overflater

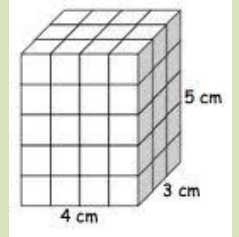
Grensen mellom en gjenstand og omgivelsene rundt kaller vi *overflaten* til gjenstanden.

Eksempel 11

Overflaten av det rette prismet til høyre består av 6 rektangler. To og to av rektanglene er like.

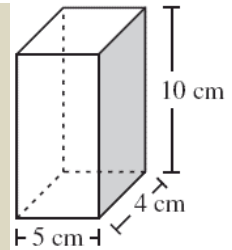
Arealet av overflaten kan vi da finne slik:

$$2 \cdot (4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) =$$
$$2 \cdot (20 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2) = 2 \cdot 47 \text{ cm}^2 = 94 \text{ cm}^2.$$



Oppgave 16

Figuren til høyre viser en liten pappboks med både bunn og topp. Hvor mange cm^2 papp måtte brukes for å lage boksen?

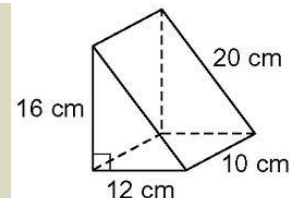


Oppgave 17



a) Sjekk at det stemmer at hypotenusen i trekantene i prismet til høyre er 20 cm, gitt lengdene av katetene.

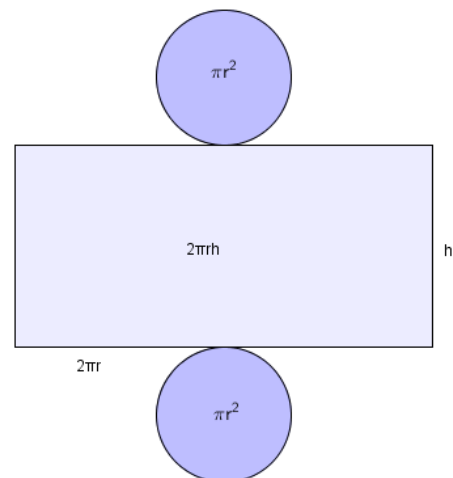
b) Regn ut arealet av overflaten til det trekantede prismet.



Overflaten til en sylinder består av to sirkler (hvis sylindren har både topp og bunn) og et rektangel. Den ene siden i rektangelet er lik omkretsen i bunnen, nemlig $2\pi r$. Den andre siden i rektangelet er lik høyden til sylindren.

Arealet av overflaten blir altså

$$2\pi rh + 2\pi r^2$$



NB! I noen oppgaver er sylindren en gjenstand uten topp og/eller bunn. Da blir det selvfølgelig ikke *to* sirkler å beregne arealet av. Tenk alltid før du regner!

Oppgave 18

Hermetikkboksen til høyre har *diameter* 11 cm og høyde 15 cm.

- Hva er arealet av papiret som er limt rundt boksen?
- Hva er arealet av metallplaten som boksen består av?

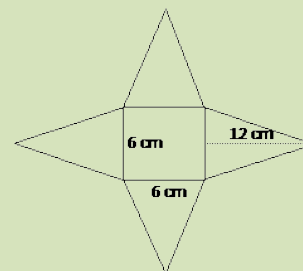
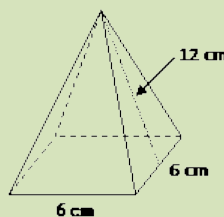


Eksempel 12

Hvis vi bretter ut en kvadratisk pyramide, ser vi at den består av et kvadrat og fire trekanter.

Hvis vi er så heldige at høyden i trekanten er oppgitt, er det lett å finne arealet av overflaten.

For pyramiden til høyre er overflatearealet



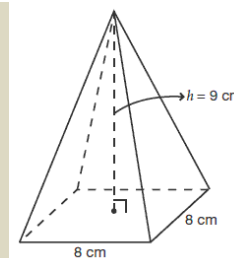
$$6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} + 4 \cdot \frac{6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}}{2} =$$

$$36 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2 = 180 \text{ cm}^2$$

Oppgave 19

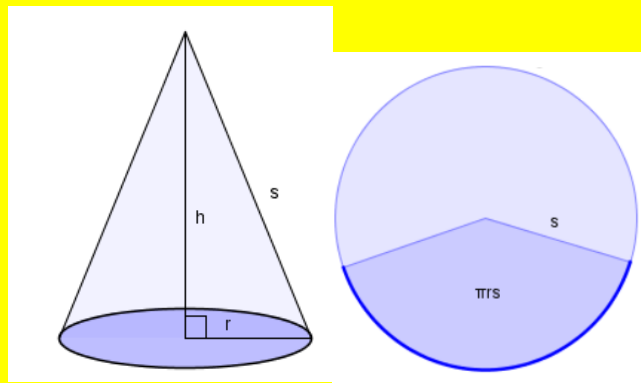


- Bruk Pytagoras' setning til å finne høyden i *trekantene* i pyramiden til høyre. (Høyden i *pyramiden* er, som du ser, 9 cm.)
- Hva er arealet av overflaten av pyramiden?



Arealet av sideflaten til en kjegle:

Sideflaten er en del av sirkel hvis den brettes ut og arealet er $\pi \cdot r \cdot s$.



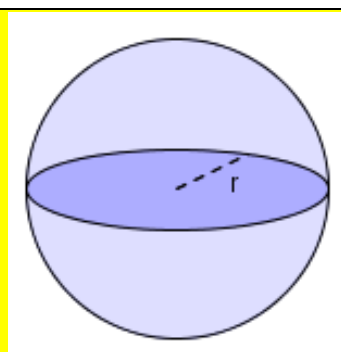
Eksempel 13

En kjegle har radius 5 cm og høyde 10 cm. Regn ut arealet av sideflaten.

Først finner vi lengden s (se figuren) ved hjelp av Pytagoras:

$$s = \sqrt{5^2 + 10^2} \text{ cm} = \sqrt{125} \text{ cm} = 11,2 \text{ cm}.$$

Arealet av sideflaten er da $\pi r s = \pi \cdot 5 \text{ cm} \cdot 11,2 \text{ cm} = 176 \text{ cm}^2$.



Arealet av overflaten til ei kule er gitt ved formelen

$$4\pi r^2$$

8. Flere eksempler på oppgaver med volum og overflate

Prøv å løse disse oppgavene selv før du ser på løsningen!

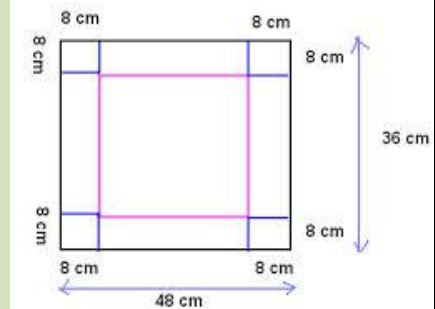
Eksempel 14

Vi skal lage en pappeske ved å klippe vekk de fire kvadratene i hjørnene på papp-platen til høyre og deretter brette opp sidene og lime dem sammen. Hvor mange liter vil esken romme?

Sidene i grunnflaten blir $48 \text{ cm} - 8 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$.
Fordi vi skal ha volumet i liter, som er det samme som dm^3 , gjør vi om siden til $3,2 \text{ dm}$. Høyden i esken blir $8 \text{ cm} = 0,8 \text{ dm}$.

Grunnflaten blir $3,2 \text{ dm} \cdot 3,2 \text{ dm} = 10,24 \text{ dm}^2$.

Volumet blir $10,24 \text{ dm}^2 \cdot 0,8 \text{ dm} = 8,2 \text{ dm}^3 = 8,2 \text{ L}$.



Eksempel 15

Tversnittet av en biltunnel er tilnærmet en halvsirkel med radius $5,0 \text{ m}$. Tunnelen er $1,6 \text{ km}$ lang.

- a) Hvor mange kubikkmeter fjellmasse ble fjernet under byggingen av tunnelen?
b) 1 m^3 stein veier ca. 2800 kg . En lastebil kan frakte 30 tonn stein. Hvor mange billass tilsvareer steinen som ble fjernet?



- a) Volumet av steinen som er tatt ut må være lik volumet av tunnelen. Tunnelen er en liggende, halv sylinder.

Grunnflaten av tunnelen er $\frac{\pi \cdot (5,0 \text{ m})^2}{2} = 39,3 \text{ m}^2$.

«Høyden» av halvsylinderen er lengden av tunnelen, altså $1,6 \text{ km} = 1600 \text{ m}$.

Volumet av tunnelen blir $39,3 \text{ m}^2 \cdot 1600 \text{ m} = 62900 \text{ m}^3$.

- b) $2800 \text{ kg} = 2,8 \text{ t}$ (tonn). Steinen som ble tatt ut veier

$62900 \text{ m}^3 \cdot 2,8 \text{ t/m}^3 = 176000 \text{ t}$.

Antall lass blir $176000 \text{ t} : 30 \text{ t} = 5900$ (passe avrundet).

Eksamensoppgaver

E1

(Høst 2011, Del 1)

En pakke melis har tilnærmet form som et rett prisme med lengde 8 cm, bredde 6 cm og høyde 16 cm.

Vil melisen få plass i en sylindrerformet boks med diameter 12 cm og høyde 10 cm? (*Overslagsregning!*)



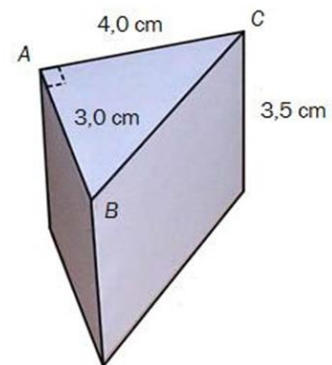
E2

(Vår 2011, Del 1)

En kloss har form som et rett trekantet prisme. $\angle A = 90^\circ$,

$AB = 3,0$ cm, $AC = 4,0$ cm og høyden er 3,5 cm. Se skissen til høyre.

- 1) Regn ut volumet av klossen. (Ikke kalkulator!)
- 2) Regn ut overflaten av klossen. (Ikke kalkulator!)



E3

(Høst 2012, Del 2)

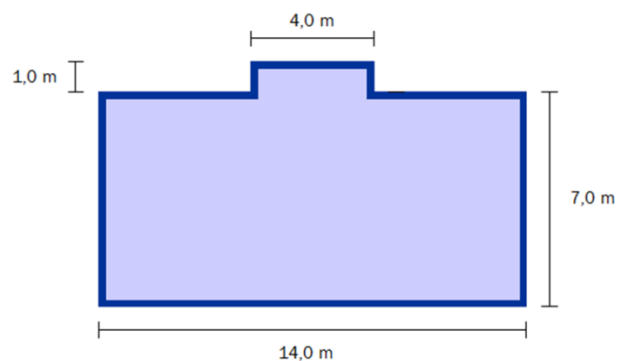


Svein skal bygge hytte. Han skal lage grunnmur og gulv av betong. Se figuren ovenfor. Det mørkeblå området er grunnmuren. Denne skal være 0,25 m bred.

- a) Bestem arealet av det lyseblå og av det mørkeblå området på figuren.

I det lyseblå området skal Svein legge et 10 cm tykt betonglag. Grunnmuren skal være 40 cm høy.

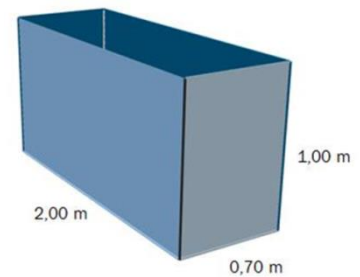
- b) Hvor mange kubikkmeter betong trenger han?



E4

(Vår 2013, Del 2)

Familien Hansen har hytte på fjellet. I kjelleren har de en beholder der de samler opp regnvann. Beholderen har form som et rett firkantet prisme. Se skissen ovenfor.



a) Hvor mange liter rommer beholderen?

Når det regner, vil alt vannet som treffer hyttetaket, bli ledet ned i beholderen. Hyttetaket er tilnærmet horisontalt og har et areal på 70 m^2 . En dag da familien reiser fra hytta, er beholderen tom. I løpet av den neste uken regner det 12 mm.

b) Hvor høyt i beholderen står vannet når familien kommer tilbake etter denne uken?

En annen dag familien reiser fra hytta, står vannet 10 cm høyt i beholderen. Når de kommer tilbake, står vannet 85 cm høyt.

c) 🤔 Hvor mange millimeter har det regnet den tiden de var borte?

E5

(Vår 2012, Del 2)

Kåre har kjøpt en sparedusj. Når han brukte det gamle dusjhodet, tok det 35 s å fylle en tilters bøtte med vann. Når han bruker sparedusjen, tar det 65 s å fylle den samme bøtta.

Kåre dusjer i åtte minutter hver dag.

a) Vis at Kåre brukte ca. 137 L vann hver dag når han dusjet med det gamle dusjhodet, og at han bare bruker ca. 74 L hver dag når han bruker sparedusjen.

For å varme opp én liter vann til normalt varmt dusjvann, kreves en energimengde på 0,035 kWh. Kåre må betale 1,10 kroner for 1 kWh.

b) Hvor mye kostet det per år for Kåre å dusje med det gamle dusjhodet?

Sparedusjen Kåre kjøpte, kostet 400 kroner.

c) 🤔 Hvor lang tid går det før han har spart inn denne investeringen?

Kåre har også et badekar. Badekaret har form som et rett firkantet prisme med lengde 140 cm og bredde 50 cm. Kåre fyller badekaret slik at vannhøyden er 30 cm.

d) 🤔 Hva koster det Kåre å fylle badekaret med normalt varmt dusjvann?

E6

(Vår 2013, Del 2)

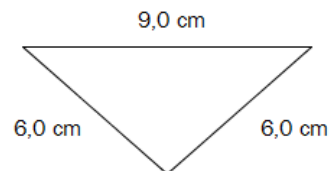


En haug med tørr sand har form tilnærmet lik en kjegle. Radius i kjeglen er 1,5 ganger så stor som høyden i kjeglen.

- Bestem volumet av haugen med tørr sand dersom radius i kjeglen er 1,35 m.
- Bestem hvor høy kjeglen er dersom haugen med sand har et volum på $8,0 \text{ m}^3$.

E7

(Høst 2012, Del 2)



Til venstre ovenfor ser du et glass med stett. Vi regner at den delen av glasset som fylles med drikke, har form som en kjegle. Diameteren i toppen av kjeglen er 9,0 cm, og sidekantene er 6,0 cm. Se tverrsnittet til høyre ovenfor.

- Bestem høyden i kjeglen.
- Hvor mange centiliter vann er det plass til i glasset?

E8

(Vår 2010, Del 2)



Bildet viser en sylinderveformet lagertank for diesellolje. Omkretsen til tanken er 48 meter. Personen på bildet er 184 cm høy.

- a) Omtrent hvor høy er tanken?
- b) Omtrent hvor stort volum har tanken?

Tanken skal males utvendig. Det går med 1 liter maling til 10 m^2 .

Omtrent hvor mange liter maling går det med til å male tanken?




E9

(Høst 2010, Del 2)

En ost har form som en sylinder. Den er 34,0 cm i diameter og 4,0 cm høy. Osten veier 3,0 kg.

- a) Finn volumet av osten.
- b) Osten har en 2 mm tykk skorpe.
- c) Hvor stor del av osten utgjør skorpen?

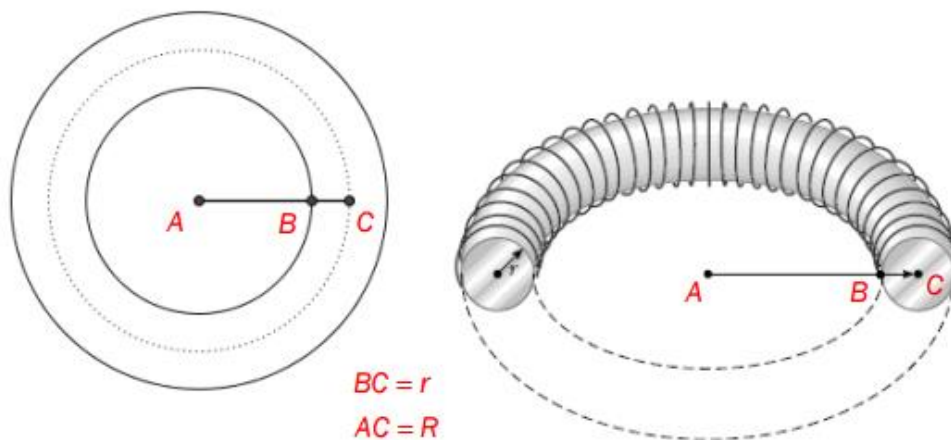
Gunnar kjøper 250 g ost. Han får et ostestykke formet som en sirkelsektor.

- c)  Hvor mange grader er denne sirkelsektoren?



E10

(Vår 2016, Del 2)



Bildet ovenfor viser en torus. Torusen er laget av et aluminiumsrør. Figurene viser tverrsnitt av torusen.

Volumet V av en torus er gitt ved

$$V = \pi r^2 \cdot 2\pi R$$

Der $BC = r$ er radius i aluminiumsrøret og $AC = R$ er avstanden fra sentrum i det sirkelformede hullet i midten av torusen til sentrum i aluminiumsrøret.

I en torus er $r = 5,1$ cm og $R = 20,4$ cm

a) Bestemt volumet av denne torusen. Gi svaret i liter.

I en annen torus er $R = 10,2$ cm. Torusen har $V = 8,6$ L.

b) Bestem omkretsen av sirkelen med radius AB .

E11

(Høst 2011, Del 2)

Kari vil bake en kake. Hun finner oppskrifter på tre runde kaker i ulike størrelser. Alle kakene har tilnærmet form som sylindre med høyde 7 cm.



Liten kake:
- Diameter 20 cm
- Beregnet til
10 personer



Medium kake:
- Diameter 26 cm
- Beregnet til
16 personer



Stor kake:
- Diameter 30 cm
- Beregnet til
25 personer

a) For hvilken kakestørrelse er det beregnet mest kake per person?

Kakene er dekket med marsipan på toppen og på siden. Marsipanlaget er tilnærmet 3 mm tykt.

b) 🤔 Omtrent hvor mye marsipan går med for å lage den store kaken?

Kari går til butikken for å kjøpe marsipan. En marsipanpølse har form som en sylinder med diameter 4 cm og lengde 20 cm.

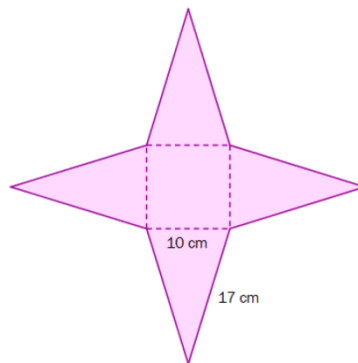
c) 🤔 Hvor mange marsipanpølser må Kari kjøpe for å ha nok marsipan til den store kaken?

E12

(Vår 2012, Del 2)



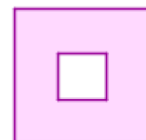
Mary har laget et pyramidekort. Grunnflaten i kortet er et kvadrat. Sidene i pyramiden er likebeinte trekanter. Under ser du mønsteret hun brukte.



I tillegg til selve pyramiden har hun laget en kvadratisk ramme, som hun kan tre ned over pyramiden for å holde den sammen.

- Vis ved regning at høydene i de fire likebeinte trekantene på figuren over er ca. 16 cm, og bruk dette til å regne ut overflaten til pyramidekortet. (Vi ser her bort fra rammen som er tredd over kortet.)
- Vis at pyramidekortet er ca. 15 cm høyt.

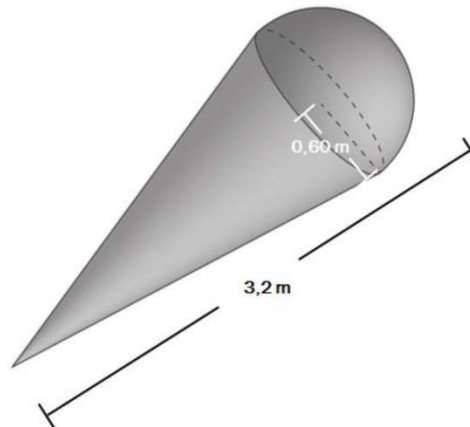
Hullet i rammen som tres over kortet, er et kvadrat. Hullet skal være så stort at rammen blir liggende 10 cm over grunnflaten i pyramiden.



- Regn ut hvor stort hullet i rammen må være.

E13

(høst 2013, Del 2)



Tore har laget en stor modell av en kuleis. Modellen har tilnærmet form som en kjegle med en halvkule i enden. Toppen av kjeglen har radius 0,60 m, og modellen er 3,2 m lang. Se skissen ovenfor.

a) Regn ut volumet av modellen.

Modellen skal lakeres. En boks lakk er nok til $2,2 \text{ m}^2$.

b) Hvor mange bokser vil gå med for å lakkere modellen?

Fasit øvingsoppgaver

- Oppgave 1 a) 1000 cm^3 b) $0,001 \text{ m}^3$
Oppgave 2 60 cm^3
Oppgave 3 a) 36 m^3 b) $120 \text{ min} = 2 \text{ h}$
Oppgave 4 1 L
Oppgave 5 $112,5 \text{ cm}^3$
Oppgave 6 $339,12 \text{ cm}^3$
Oppgave 7 192 cm^3
Oppgave 8 $37,7 \text{ cm}^3$
Oppgave 9 a) $33,5 \text{ cm}^3, 268 \text{ cm}^3$ b) 8
Oppgave 10 b) $12,2 \text{ cm}$
Oppgave 11 $2,9 \text{ cm}$
Oppgave 12 $2,6 \text{ m}$
Oppgave 13 $170 \text{ cm}^3 = 1,7 \text{ dL}$
Oppgave 14 $0,99 \text{ m}^3$
Oppgave 15 450 cm^3
Oppgave 16 220 cm^2
Oppgave 17 b) 672 cm^2
Oppgave 18 a) 518 cm^2 b) 708 cm^2
Oppgave 19 a) $9,85 \text{ cm}$ b) 222 cm^2

Fasit eksamensoppgaver

E1 Ja

E2 1) 21 cm^3 2) 54 cm^2

E3 a) $90,3 \text{ m}^2$ $11,7 \text{ m}^2$ b) $13,5 \text{ m}^3$

E4 a) 1400 L b) $0,60 \text{ m}$ c) 15 mm

E5 b) 1925 kr c) 165 d d) $8,10 \text{ kr}$

E6 a) $1,72 \text{ m}^3$ b) $1,5 \text{ m}$

E7 a) $4,0 \text{ cm}$ b) $85 \text{ cm}^3 = 8,5 \text{ cL}$

- a) ca. 10 m b) ca. 1800 m^3 (avhengig av svaret i a) c) ca. 66 L
E9 a) $3630 \text{ cm}^3 = 3,63 \text{ dm}^3$ b) ca. 12% c) 30°
E10 a) Ca. $10,5 \text{ L}$ ($\approx 10\,475 \text{ cm}^3$) b) Ca. 35 cm
E11 a) Medium b) ca. 400 cm^3 c) 2
E12 a) 420 cm^2 c) $3,8 \text{ cm}$
E13 a) $1,43 \text{ m}^3$ b) 4 bokser