Kapittel 5. Lengder og areal

Mål for Kapittel 5, Lengder og areal.

Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- bruke og grunngi bruk av formlikhet, målestokk og Pytagoras' setning til beregninger i praktisk arbeid
- løse problem som gjelder lengde, vinkel, areal og volum

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- ☐ hvordan jeg regner om mellom ulike lengdeenheter
- ☐ hva omkrets er og hvordan jeg beregner det for ulike figurer (enkle og sammensatte)
- ☐ hvordan jeg regner ut en ukjent side i en rettvinklet trekant ved bruk av Pytagoras
- ☐ hvordan jeg regner arealet av de grunnleggende figurene kvadrat, rektangel, trekant, parallellogram, rombe, trapes og sirkel
- ☐ hva formlikhet er og hvordan løse en oppgave baret på formlikhet

Etter dette kapittelet kan jeg forklare

- ☐ hvorfor Pytagoras ligning stemmer
- ☐ hvorfor formelen for arealer av figurene stemmer
- ☐ hvorfor formlikhet er nyttig i dagliglivet og hvordan formlikhet knyttes til målestokk hvorfor å løse oppgaver med areal av sammensatte figurer kan løses på ulike måter

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- ☐ sammenligne areal av ulike figurer og løse oppgaver knyttet til dette.
- ☐ lage og løse oppgaver knyttet til omkrets, areal og formlikhet
- ☐ forklare nytten ved kunnskap om areal og lengder i dagliglivet
- ☐ se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- ☐ vurdere og sortere informasjon oppgitt i tekst

Utforskende oppgave – Størrelse på en formløs figur

Ovenfor ser du et område. Det er ikke lett å vite nøyaktig hvor stort dette området er.

Området er i hvert fall større enn:_______________

og i hvert fall mindre enn:______________________

Dette området er ca:____________ stort

Målenheter for lengde

Vi repeterer først lengdeenheter. Grunnenheten for lengde er meter. Ofte er det mer praktisk å bruke mm, cm, dm eller km. Se tabellen nedenfor.

Forstavelse	Betydning	Eksempel
milli (m)	Tusendel = 1/1000 = 0,001	3 mm = 0,003 m
centi (c)	Hundredel = 1/100 = 0,01	4 cm = 0,04 m
desi (d)	Tidel = 1/10 = 0,1	2,5 dm = 0,25 m
kilo (k)	Tusen = 1000	3,4 km = 3400 m

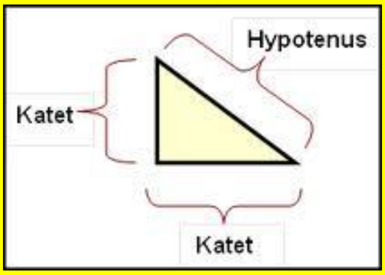
For avstander brukes også mil. 1 mil = 10 km.

1. Beregning av sidelengder i rettvinklede trekanter

I en *rettvinklet* trekant er *katetene* de to sidene som danner vinkelen på 90°.
Den tredje (og lengste) siden, heter *hypotenusen.*

Pytagoras' setning sier at

hypotenus^2 = *katet*^{2} + *katet*^{2}



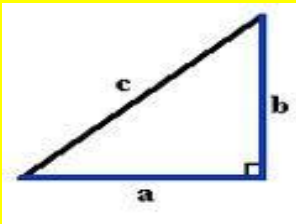
Hvis vi kaller lengdene av de to katetene for *a* og *b*, og lengden av hypotenusen for *c* (se figuren under), kan vi skrive setningen på en kortere måte:

Pytagoras' setning:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

eller

$$a^2 + b^2 = c^2$$



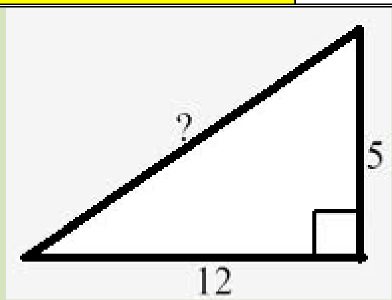
Eksempel 1

Se figuren til høyre. Vi kjenner katetene og skal finne hypotenusen.

Her er a = 12 og b = 5. Da finner vi hypotenusen slik:

$$c^2 = 12^2 + 5^2$$
$$c^2 = 144 + 25$$
$$c^2 = 169$$
$$c = \sqrt{169} = 13$$

c er 13 cm

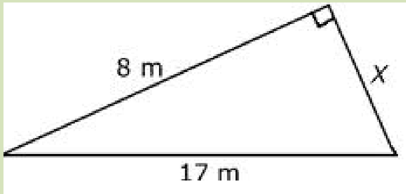


Oppgave 1

Katetene i en rettvinklet trekant er 7 cm og 8 cm. Hvor lang er hypotenusen? Tegn en pen figur før du løser oppgaven.

Eksempel 2

Her skal vi finne den ukjente kateten på figuren til høyre. Ikke la deg forvirre av at trekanten er snudd på figuren!



Vi kaller lengden av den ukjente kateten for x og bruker Pytagoras. Her er det lurt å sette hypotenusen på *høyre* side av likningen slik at den ukjente kommer på *venstre* side.

$$x^2 + 8^2 = 17^2$$
$$x^2 + 64 = 289$$
$$x^2 = 289 - 64$$
$$x^2 = 225$$
$$x = \sqrt{225} = 15$$

Den andre kateten er 15 m.

Oppgave 2

I en rettvinklet trekant er hypotenusen 20 cm. Den ene kateten er 10 cm. Hvor lang er den andre kateten? Tegn en pen figur før du løser oppgaven.

2. Omkrets

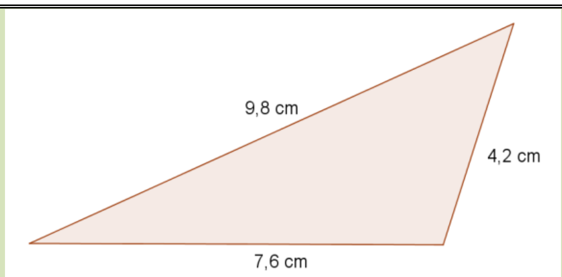
Omkretsen av en figur viser hvor langt det er rundt hele figuren.

Omkretsen av en trekant eller en firkant kan vi finne ved å legge sammen lengdene av alle sidene.

Eksempel 3

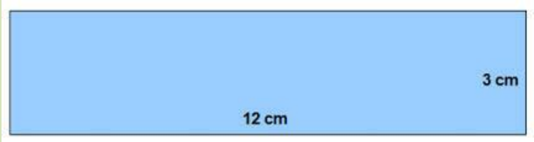
Omkretsen av trekanten til høyre er

7,6 cm + 4,2 cm + 9,8 cm = 21,6 cm.



Eksempel 4

Omkretsen av rektangelet til høyre er



12 cm + 12 cm + 3 cm + 3 cm = 30 cm.

Pass på at alle lengdene du legger sammen har *samme målenhet*!

Oppgave 3

a) På en rektangelformet tomt er to av sidene 20 m og 30 m. Hvor stor er omkretsen av tomta?

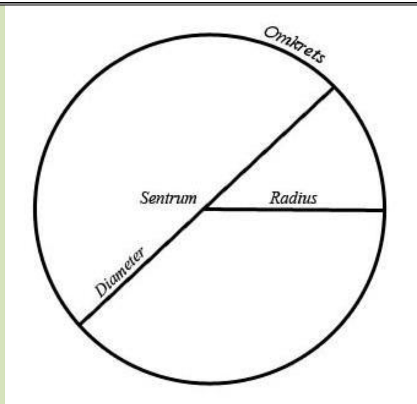
b) I en trekant er lengden av sidene 6 cm, 1,5 dm og 0,20 m. Finn omkretsen.

c) I en rettvinklet trekant er hypotenusen 5 cm, og den ene kateten er 4 cm. Finn omkretsen av trekanten.

d) I et rektangel er den korteste siden 6 cm. Forholdet mellom den lengste og den korteste siden er 3 : 2. Finn omkretsen av rektangelet.

Omkretsen av *sirkel* kan vi regne ut med formelen $o = \pi d = 2\pi r$.
Her er r radien i sirkelen, $d = 2r$ er diameteren, og π (pi) er det berømte tallet 3,1415....
Se om du finner π på en egen tast på kalkulatoren.

Eksempel 5



I sirkelen til høyre er radien 6 cm.
Diameteren er da $6 \text{ cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm}$.

Omkretsen kan vi regne ut slik:

$$o = \pi d = \pi \cdot 12 \text{ cm} = 37{,}7 \text{ cm}$$

eller slik:

$$o = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm} = 37{,}7 \text{ cm}$$

Eksempel 6

Omkretsen av en trestamme er 182 cm. Hvor stor er radien av treet hvis vi regner med at tverrsnittet av treet er en perfekt sirkel?

Her er omkretsen oppgitt og radien er ukjent. Hvis vi bruker formelen for omkretsen av en sirkel, får vi en likning som vi løser slik:

$$2\pi r = o$$

$$2 \cdot \pi \cdot r = 182$$

$$r = \frac{182}{2\pi} = 29,0$$

Radien til trestammen er 29,0 cm.

Når du regner ut $\frac{182}{2\pi}$ må du taste det inn slik på kalkulatoren: 182 : (2* π). Sjekk at du får ca. 29,0 på din egen kalkulator!

Oppgave 4

a) Radien til en tallerken er 13 cm. Hvor stor er omkretsen av tallerkenen?

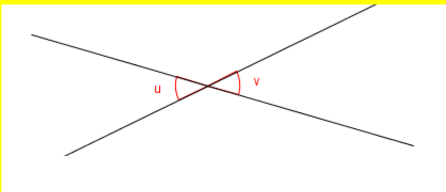
b) Du har 2,0 m dekorasjonsbånd som du vil sy fast som en sirkel til pynt på en duk. Hvor stor blir radien og diameteren i denne sirkelen?

4. Formlike figurer

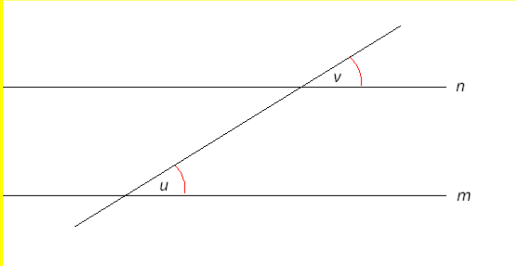
To geometriske figurer er *formlike* hvis vi kan forstørre den ene figuren slik at den blir nøyaktig lik den andre. To sirkler er alltid formlike. Det samme er to kvadrater. Her skal vi bare se på formlike *trekanter*.

Vinkler i formlike trekanter

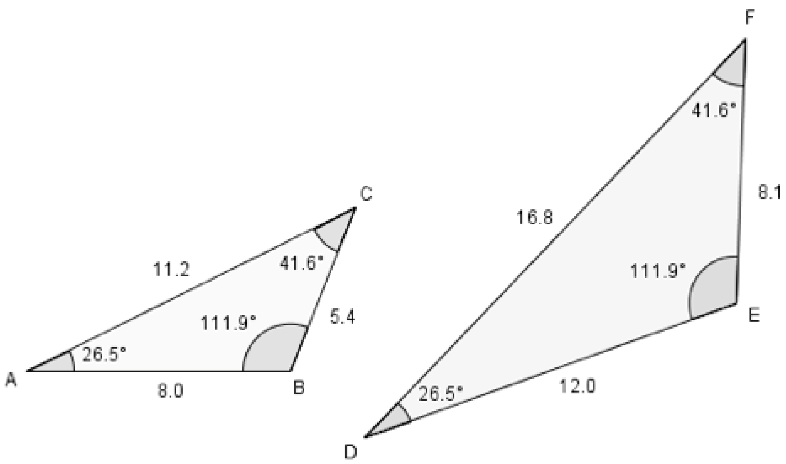
- Vinklene i trekantene er parvis like store
- Summen av vinklene i en trekant er alltid 180°
- Toppvinkler er like store



- Samsvarende vinkler ved parallelle linjer er like store



De to trekantene nedenfor er altså formlike.



På denne figuren sier vi at vinkel D er *samsvarende* med vinkel A, og siden DF er samsvarende med siden AC.

Nå regner vi ut ***forholdet*** mellom de tre parene med samsvarende sider:

$$\frac{DF}{AC}=\frac{16,8}{11,2}=1,5 \qquad \frac{DE}{AB}=\frac{12,0}{8,0}=1,5 \qquad \frac{EF}{BC}=\frac{8,1}{5,4}=1,5$$

Dette betyr at hver side i den største trekanten er 1,5 ganger så lang som den samsvarende siden i den minste trekanten.

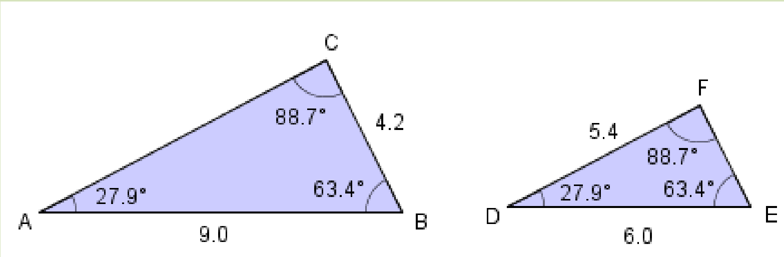
For to formlike trekanter ABC og DEF er

$$\frac{DF}{AC}=\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC}$$

Vinkel D må da samsvare med vinkel A og vinkel E med vinkel B.

Det er samme ***forholdstall*** mellom de samsvarende sidene. Du lærte om ***forhold*** i kapittel 3, og kan bruke samme metode her.

Eksempel 7



a) Regn ut lengden av siden *AC* i trekanten ovenfor.
Vi ser at de to trekantene er formlike og at lengden av siden *DF*, som samsvarer med *AC*, er oppgitt. Vi lager tabell og setter opp ***forholdslikning*** som i kapittel 3. Du kan kalle AC for x.

	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant ABC	AC	AB
Trekant DEF	DF	DE

	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant ABC	x	9,0
Trekant DEF	5,4	6,0

$$\frac{x}{5,4} = \frac{9,0}{6,0}$$

$$x = \frac{9,0 * 5,4}{6,0} = 8,1\ cm$$

b) Regn ut lengden av siden *EF* i trekanten ovenfor. Vi bruker tabell for å sette opp en ***forholdslikning***. Skriv navn på trekantene og sidene i tabellen:

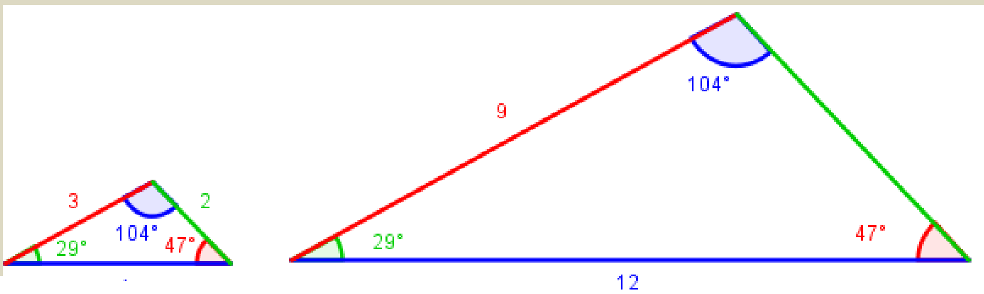
	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant	$EF = x$	6,0
Trekant	$BC = 4,2$	9,0

$$\frac{x}{4,2} = \frac{6,0}{9,0}$$

$$x = \frac{6,0 * 4,2}{9,0} = 2,8\ cm$$

Oppgave 5

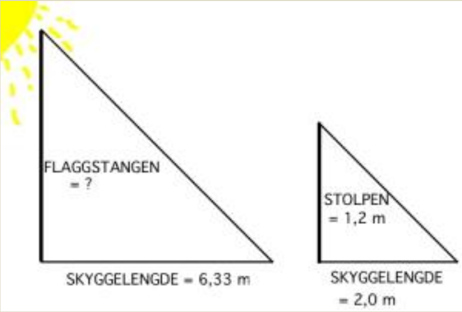
Regn ut lengden av de to ukjente sidene i trekantene nedenfor. Sett navn (bokstaver) på hjørnene i trekantene. Lag gjerne din egen tabell og forholdslikning.



Oppgave 6

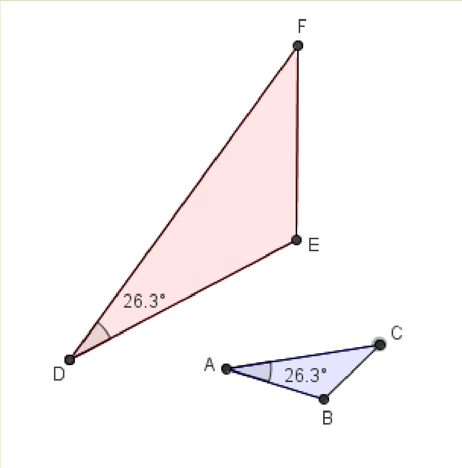
Finn og Torleif kranglet høylydt. Det var 17. mai, og saken gjaldt en flaggstang. Finn mente at den ikke kunne være høyere enn 4 meter, mens Torleif var bomsikker på at den måtte være minst 5 meter! Så kom de på den "lyse" ideen å se på en gjerdestolpe i nærheten. Den var 1,2 meter høy, og kastet en skygge som var 2 meter lang. Flaggstangens skygge var 6,33 meter. Hvem av de to hadde rett?

En figur viser at oppgaven kan løses ved å bruke formlike trekanter:



Det kan hende at du må *forklare* hvorfor to oppgitte trekanter er formlike.

Eksempel 8



Her får du i tillegg vite at vinkel B = $109{,}7^o$ og vinkel F = $44{,}0^o$. Forklar at trekantene er formlike.

Vi må nå undersøke om vinkel E er lik vinkel B, og om vinkel C er lik vinkel F. Vi kan regne ut den manglende vinkelen i hver trekant ved å bruke at *summen av alle tre vinklene i en trekant alltid er 180^o*. Da finner vi

Vinkel E = $180^o - 26{,}3^o - 44{,}0^o = 109{,}7^o$

Vinkel C = $180^o - 26{,}3^o - 109{,}7^o = 44{,}0^o$

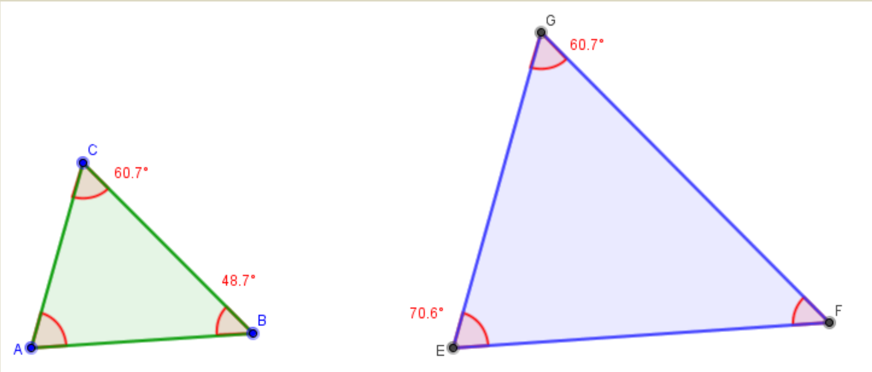
Altså er vinklene i de to trekantene parvis like store og trekantene er formlike.

Oppgave 7

a) Finn $\angle A$

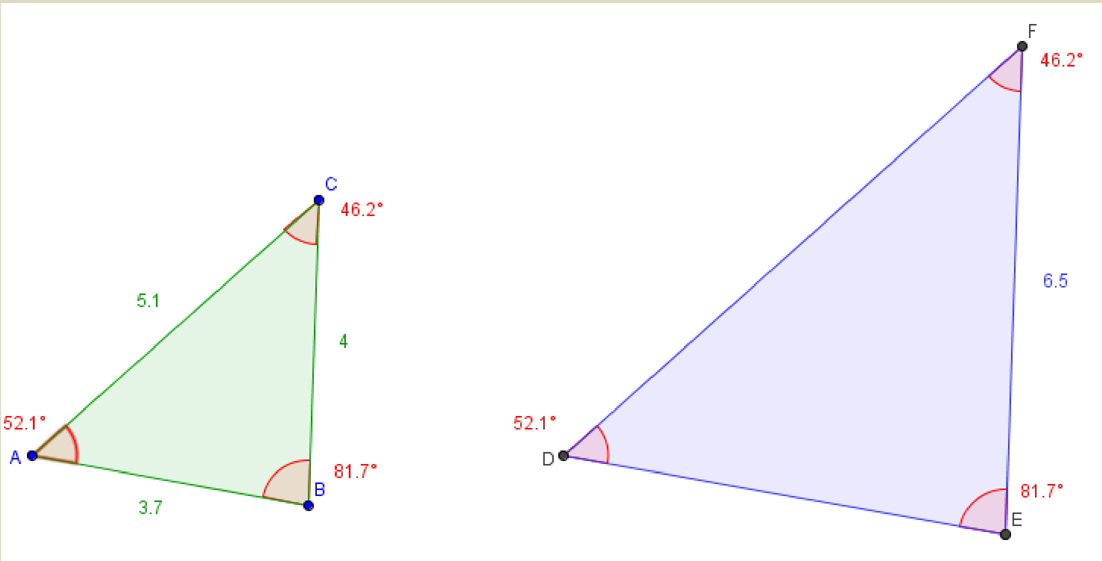
b) Finn $\angle F$

c) Forklar at $\triangle ABC$ og $\triangle EFG$ er formlike



Oppgave 8

Trekantene ABC og DEF er formlike.



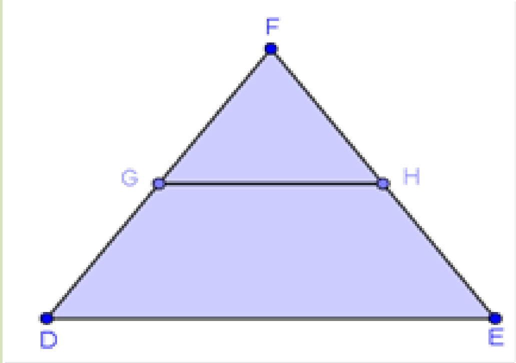
a) Hvor lang er DE? Fyll ut tabellen og lag ***forholdslikning***:

	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant		
Trekant		

b) Hvor lang er DF? Fyll ut tabellen og lag ***forholdslikning***:

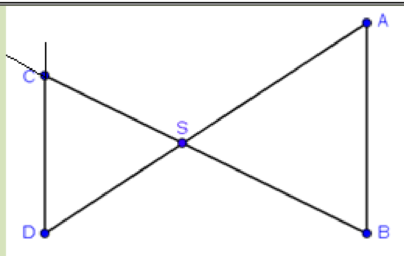
	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant		
Trekant		

Eksempel 9
På figuren til høyre er sidene DE og GH parallelle. Forklar at trekantene DEF og GHF er formlike.



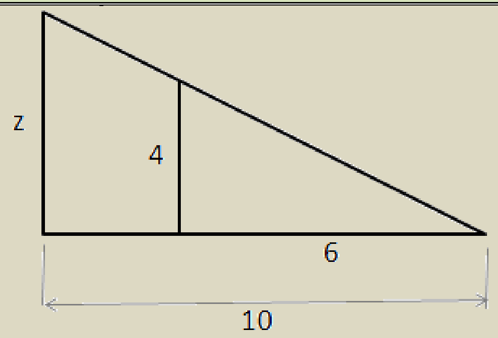
Fordi DE og GH er parallelle, må vinkel G og vinkel D være like store. Det samme gjelder vinkel H og vinkel E. Vinkel F er felles for begge trekantene. Altså er de formlike.

Eksempel 10
På figuren til høyre er AB og CD parallelle. Forklar at ABS og CDS er formlike.



De to vinklene i hjørnet S er opplagt like store. Ved å forlenge sidene SC og DC, ser vi at vinkel B og vinkel C er like store. Da to vinkler i de to trekantene er parvis like store må også den tredje vinkelen være det, og trekantene er formlike.

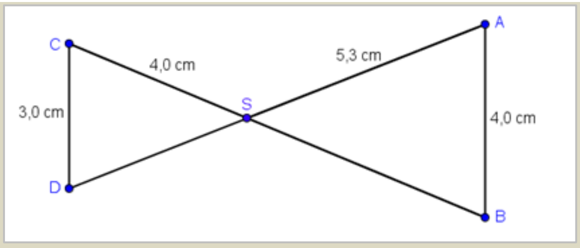
Oppgave 9
Bruk formlikhet til å finne lengden z på figuren til høyre. Fyll ut tabellen og lag ***forholdslikning***.



	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant		
Trekant		

Oppgave 10
Regn ut lengdene av DS og BS.

Fyll ut tabellen og lag ***forholdslikning***.



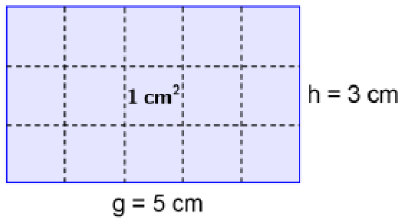
	Samsvarende sider	Samsvarende sider
Trekant		
Trekant		

5. Areal av enkle figurer

Arealet av en figur viser hvor stor figuren er. De vanligste målenhetene for areal er cm^2, dm^2, m^2 og km^2.

Hvis arealet av ei hustomt er 550 m^2, betyr det at det er plass til 550 kvadrater, hvert med sidekant 1 m, på tomta. Hvert av disse kvadratene har et areal på 1 m^2.

Vi kan regne ut arealet av "pene", regelmessige figurer hvis vi har nok opplysninger om figuren. Det er enklest å regne ut arealet av et *rektangel*.



I et rektangel som har en grunnlinje på 5 cm og en høyde på 3 cm, kan vi få plass til $3 \cdot 5 = 15$ kvadrater som hver har et areal på 1 cm^2. Det betyr at arealet er 15 cm^2. Se figuren.

Vi kan altså finne arealet til et rektangel ved å multiplisere grunnlinjen med høyden. (Ofte sier vi heller lengde og bredde istedenfor grunnlinje og høyde.)

Vi får da formelen $A = g \cdot h$ for arealet til et rektangel.

<u>*Eksempel 11*</u>

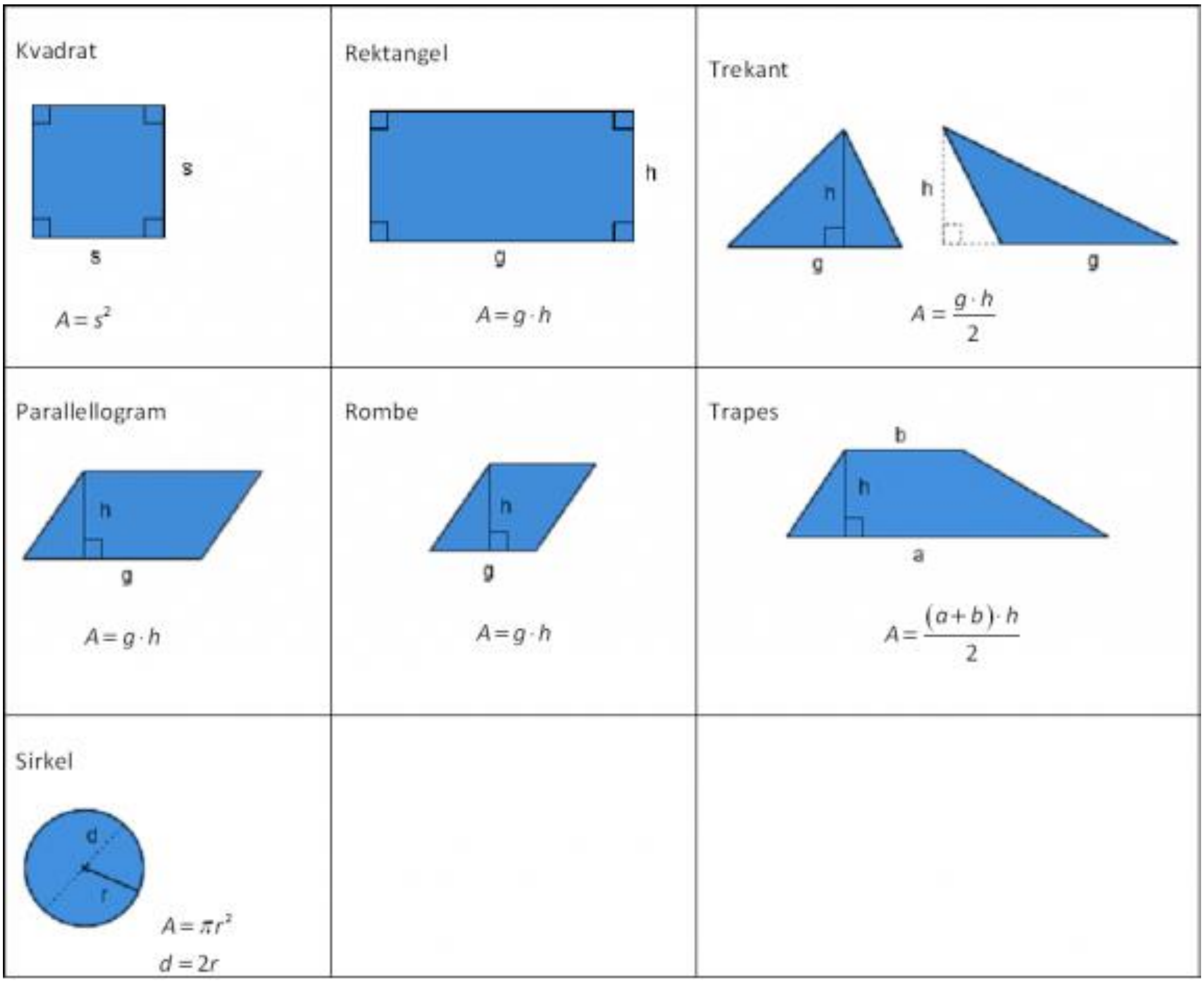
Arealet av rektangelet til høyre er

$A = g \cdot h = 12 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$.

Legg merke til at vi tar med *målenheter både i formelen og svaret*.

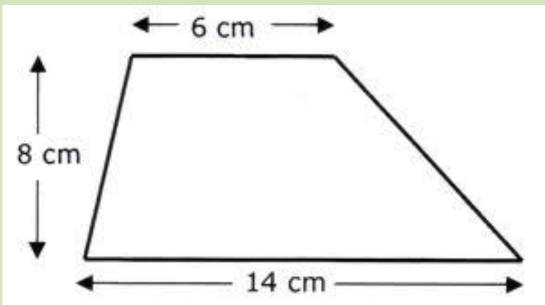
Du må aldri bruke cm, m eller andre *lengde*-enheter som målenhet for *areal*. Det er nesten like galt som å måle høyden din i sekunder!

Vi repeterer navn og arealformler på noen figurer du skal ha sett på ungdomsskolen...



__Eksempel 12__

Et trapes er en firkant hvor to av sidene er *parallelle*. Arealet av trapeset til høyre er

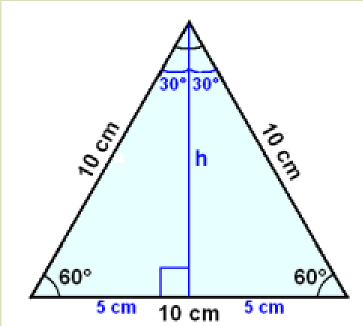


$$A = \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{(14\text{ cm} + 6\text{ cm})\cdot 8\text{ cm}}{2} =$$

$$\frac{20\text{ cm}\cdot 8\text{ cm}}{2} = 80\text{ cm}^2$$

Eksempel 13

Figuren viser en *likesidet* trekant. I en likesidet trekant er alle tre sidene like lange, og alle vinklene er 60°. For å regne ut arealet av trekanten må vi først finne høyden. Da bruker vi Pytagoras slik som i eksempel 2:



$$h^2 + 5^2 = 10^2$$

$$h^2 = 100 - 25$$

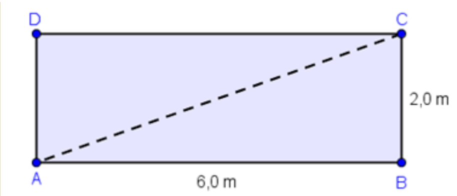
$$h^2 = 75$$

$$h = \sqrt{75} = 8,66$$

Arealet av trekanten er:

$$\frac{gh}{2} = \frac{10 \text{ cm} \cdot 8,66 \text{ cm}}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$$

Oppgave 11

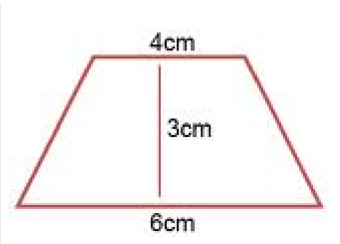


Regn ut arealet og omkretsen av rektangelet *ABCD* og av trekanten *ABC*.

Oppgave 12

Lokket på en hermetikkboks er en sirkel med radius 2,8 cm. Finn arealet og omkretsen av lokket.

Oppgave 13



Regn ut arealet av trapeset ovenfor uten å bruke kalkulator.

Oppgave 14

Finn arealet av en likebent trekant hvor de to like sidene er 6 cm og den tredje siden er 8 cm.

Eksempel 14

Hva er grunnlinjen i en trekant som har areal 20 cm^2 og høyde 5 cm?

Vi bruker formelen for arealet av en trekant og setter opp og løser en likning:

$$\frac{g \cdot h}{2} = A$$

$$\frac{g \cdot 5}{2} = 20$$

$$5g = 20 \cdot 2 = 40$$

$$g = \frac{40}{5} = 8$$

Grunnlinjen er 8 cm.

Oppgave 15

Hva er lengden av et rektangel som har areal 56 cm^2 og bredde 7 cm?

Oppgave 16

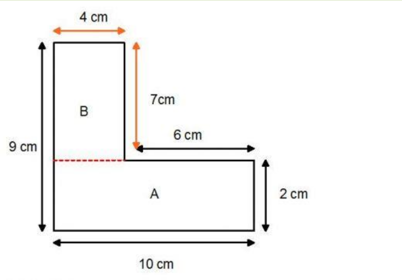
Hva er radien i en sirkel med areal 100 cm^2?

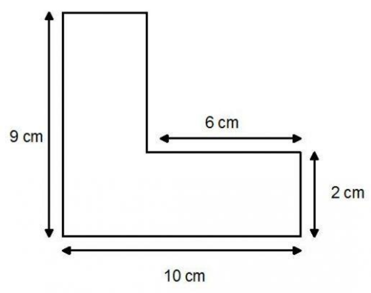
6. Areal av sammensatte figurer

Med "sammensatt figur" mener vi her en figur som ikke er med i oversikten på side 7, men som vi kan dele opp slik at arealet av figuren likevel kan beregnes med disse arealformlene.

Eksempel 15

Vi vil beregne arealet av figuren til høyre. Da kan vi først dele den opp i to rektangler og finne sidene i begge rektanglene:



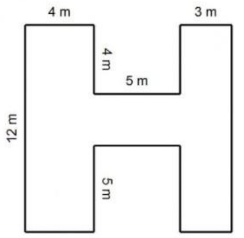


Arealet blir

$10\,\text{cm} \cdot 2\text{ cm} + 4\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 20\text{ cm}^2 + 28\text{ cm}^2 = 48\text{ cm}^2$.

Oppgave 17

Beregn arealet av figuren til høyre.

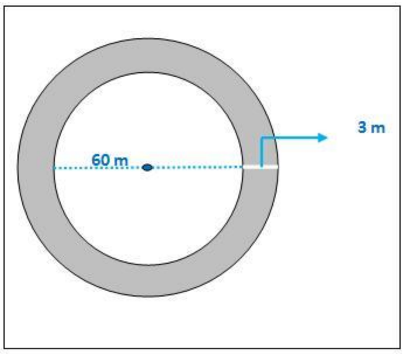


 *Eksempel 16*

Rundt en sirkelformet park med diameter 60 m skal det legges en tre meter bred grusvei. Finn arealet av veien.

Radien til parken er 60 m : 2 = 30 m.

Arealet av veien blir arealet av en sirkel med radius 33 m minus arealet av en sirkel med radius 30 m. Se figuren.



$$A = \pi \cdot (33\text{ m})^2 - \pi \cdot (30\text{ m})^2 = 3421\text{ m}^2 - 2827\text{ m}^2 = 594\text{ m}^2$$

Arealet av grusveien er 594 m^2.

Oppgave 18

Ei DVD-plate har en diameter på 12,0 cm. Innerst er det et hull med en diameter på 1,5 cm. Finn arealet av selve DVD-plata.

7. Overslagsregning med lengder

I noen eksamensoppgaver fra del 1 med beregning av lengder eller arealer, er tallene slik at du må gjøre et *overslag* når du ikke kan bruke kalkulator

I noen slike oppgaver må du bruke Pytagoras for å regne ut en høyde. Ofte blir ikke høyden et helt tall, men for eksempel $\sqrt{30}$. Da må du typisk tenke at $\sqrt{30}$ er større enn 5, men mindre enn 6, for å kunne besvare oppgaven. I oppgavene E2, E3, E6 og E10 må du tenke slik.

Eksempel 17

En trekant A har en omkrets på 22 cm. Trekant B er rettvinklet, med kateter på 6 cm og 7 cm. Hvilken trekant har størst omkrets?

Vi finner først hypotenusen i trekant B:

$$x^2 = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$
$$x = \sqrt{85}$$

Fordi $\sqrt{81} = 9$, er hypotenusen litt lengre enn 9 cm. Omkretsen av B blir da litt lengre enn 6 cm + 7 cm + 9 cm = 22 cm.

Omkretsen til B er litt større enn omkretsen til A.

Eksempel 18

Omtrent hvor stor er omkretsen og hvor stort er arealet av en sirkel med radius 4 m?

Vi runder av π til 3. Da får vi:

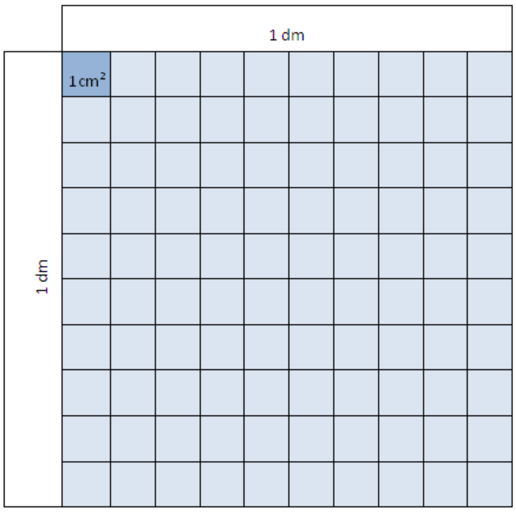
Omkrets: $2\pi r \approx 2\cdot 3\cdot 4 \text{ m} = 6\cdot 4 \text{ m} = 24 \text{ m}$

Areal: $\pi r^2 \approx 3\cdot(4 \text{ m})^2 = 3\cdot 16 \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2$

Fordi π er litt større enn 3, vil 25 m og 50 m^2 være enda bedre overslag. Hvis det ikke er nøyaktig nok å bruke π lik 3 (for eksempel i oppgave E5), kan du prøve å øke svarene med 5 % uten kalkulator fordi 3,14 er omtrent 5 % større enn 3.

8. Regning med arealenheter

Fordi 1 dm = 10 cm, tror mange at 1 dm^2 er lik 10 cm^2. Det er feil! Figuren og regningen under viser at 1 dm^2 = 100 cm^2.



$$1\ \text{dm}^2 = 1\text{dm} \cdot 1\ \text{dm} = 10\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 100\ \text{cm}^2$$

Oppgave 19

a) 1 m^2 = ________ dm^2
b) 1 km^2= ________ m^2
c) 1 m^2 = ________ cm^2
d) 1 cm^2 = _______ dm^2

Oppgave 20

Når utbyggingen på Oslo Lufthavn (Gardermoen) er ferdig, blir arealet av terminalen 117 000 m^2. En journalist påstår at dette er 117 km^2. Er det riktig?

Hvis du vil ha et areal i m^2, og sider eller radier er oppgitt i cm, er det lurt å gjøre om lengdene til meter før du setter inn i formler.

Eksempel 19
Et rektangel har sidene 120 cm og 80 cm. Finn arealet uttrykt i m^2.
Vi gjør om sidene slik at de har lengdeenhet meter:
120 cm = 1,20 m, 80 cm = 0,80 m.
Arealet: $1,20\ \text{m} \cdot 0,80\ \text{m} = 0,96\ \text{m}^2$.

Oppgave 21

En sirkel har en radius på 4,5 dm. Finn arealet i m^2 og i cm^2.

Blandede oppgaver

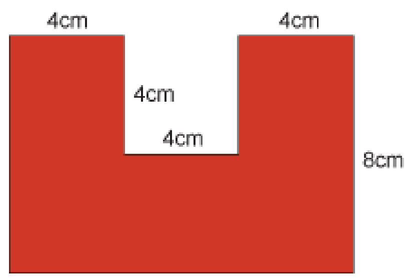
B1

a) Badehåndkleet Hären, som selges av Ikea, veier 400 g/m^2.
Håndkleet måler 150 cm x 100 cm. Hvor mye veier det?

b) Håndkleet Åfjärden veier 600 g/m^2. Det har målene 70 cm x 40 cm. Hvor mye veier det?

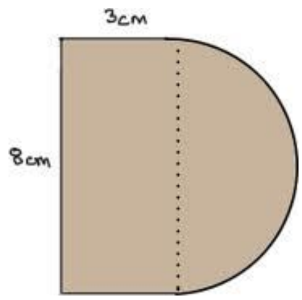
B2

Finn arealet av den fargede figuren under.



B3

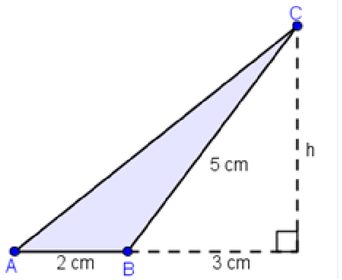
Finn arealet av figuren til høyre. Figuren består av et rektangel og en halvsirkel.



B4

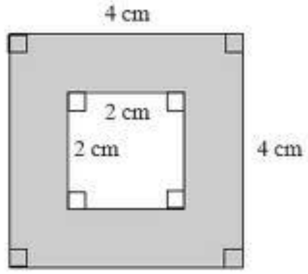
a) Finn høyden *h* i trekanten til høyre.

b) Regn ut arealet av trekanten *ABC*.



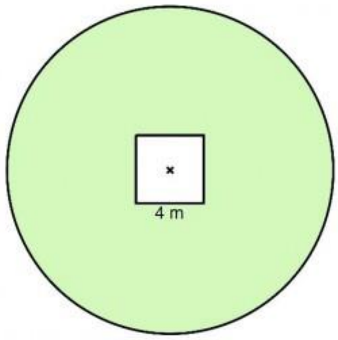
B5

Hvor mange prosent utgjør det fargede området av hele kvadratet?



B6

I en sirkelformet hage med radius 10 m er det et hellelagt kvadratisk område med side 4 m i midten.

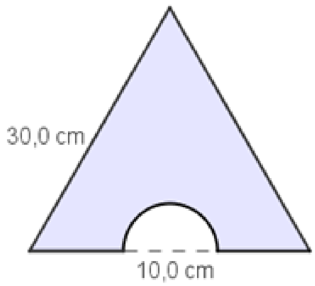


Det skal sås gress i hagen. Gjør et overslag (uten kalkulator) over hvor mange pakker gressfrø som trengs når det skal brukes 15 g frø/m^2 og det er 1 kg frø i hver pakke.

(Det skal selvfølgelig ikke brukes frø på kvadratet i midten.)

B7

Figuren til høyre viser en likesidet trekant med sider 30,0 cm. Utskjæringen er en halvsirkel med diameter 10,0 cm.



a) Regn ut høyden i trekanten.

b) Regn ut arealet av den den fargede figuren.

c) Regn ut omkretsen av den fargede figuren.

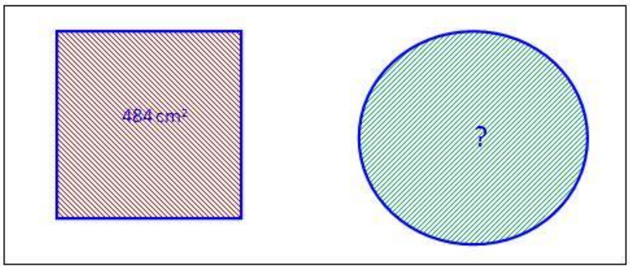
B8

a) Finn avstanden mellom langsiden og kortsiden på bordplaten. (Tips: Tegn bordet sett ovenfra, sett på mål, bruk Pytagoras).

b) Finn arealet av bordplaten.

B9

Sirkelen og kvadratet til høyre har samme areal, 484 cm^2.

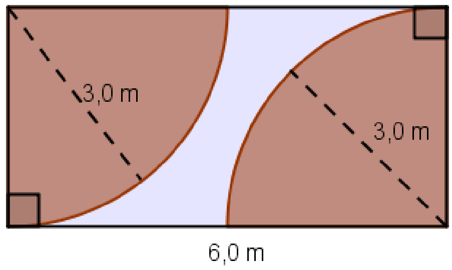


a) Avgjør uten regning om det er siden i kvadratet eller diameteren i sirkelen som er størst.

b) Regn ut radien i sirkelen.

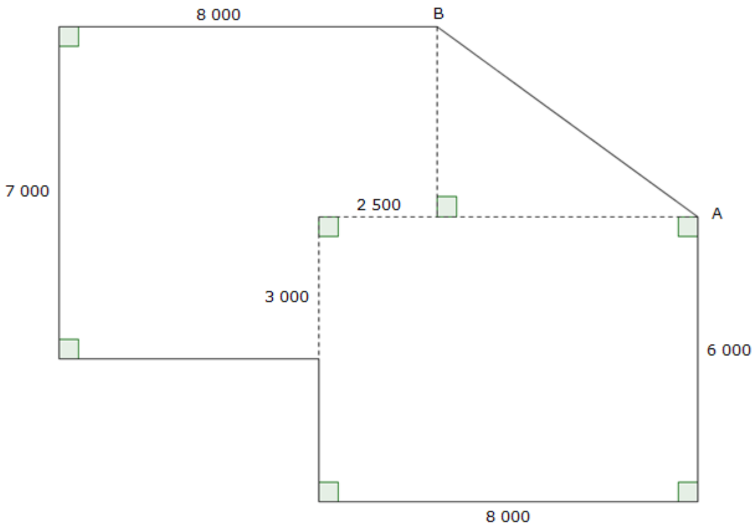
B10

Regn ut arealet av det blå området (området i midten) på figuren til høyre.



B11

Snekkeren skal sette opp et bygg. Grunnflaten har form som vist på tegningen nedenfor. Alle målene er gitt i millimeter (mm).
Vis at grunnflaten til bygget har et areal på 107,5 m^2.



Eksamensoppgaver

Husk: Ikke kalkulator på Del 1 oppgaver!

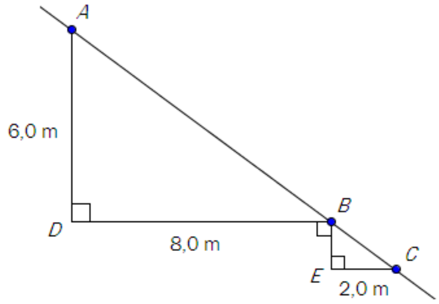
E1

(Eksamen 1P, Vår 2010, Del 1)

Figuren viser to trekanter og en rett linje som går gjennom punktene A, B og C. Bruk målene som er gitt på figuren, og regn ut

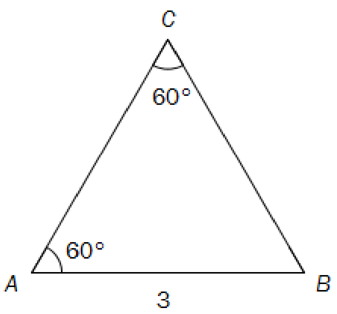
a) avstanden fra A til B

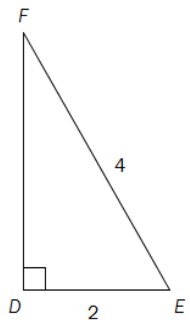
b) avstanden fra B til E



E2

(Eksamen 1P, Vår 2012, Del 1)

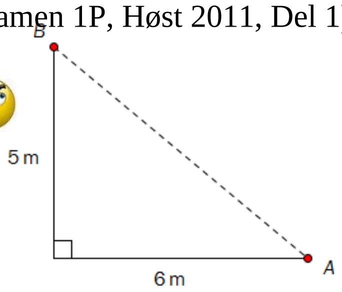


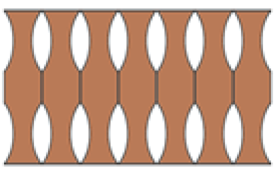


Gjør beregninger og finn ut hvilken av trekantene ovenfor som har størst omkrets.

E3

(Eksamen 1P, Høst 2011, Del 1)

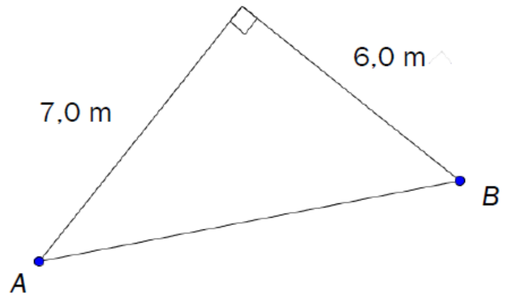




Kari vil sette opp et gjerde langs den stiplede linjen fra punkt A til punkt B. Gjerdet selges i ferdige lengder på 1 m.

Hvor mange lengder må hun kjøpe?

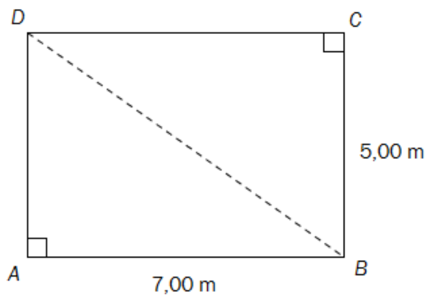
E4
(Eksamen 1P, Høst 2016, Del 1)



Et område har form som vist på figuren ovenfor.

Avgjør ved regning om avstanden fra *A* til *B* er lengre enn 9,0 m.

E5
(Eksamen 1P, Høst 2011, Del 2)



Frode skal sette opp en grunnmur til en hytte. Grunnflaten i hytten skal ha form som et rektangel med sider 7,00 m og 5,00 m. Se figuren ovenfor.

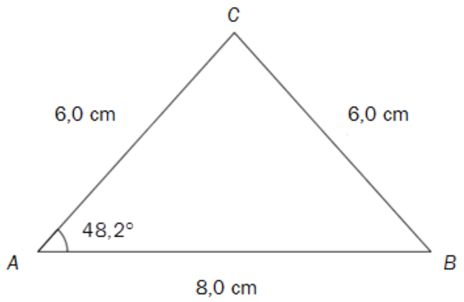
Regn ut hvor lang diagonalen *BD* må være.

E6
(Eksamen 1P, Høst 2010, Del 1)

Rune trenger 61 m kabel. Han har en kabel som er rullet opp på en trommel. Trommelen har en diameter på 50 cm, og kabelen går 40 ganger rundt trommelen.

Gjør *overslag* og finn ut om det er nok kabel på trommelen.

E7
(Eksamen 1P, høst 2012, Del 1)

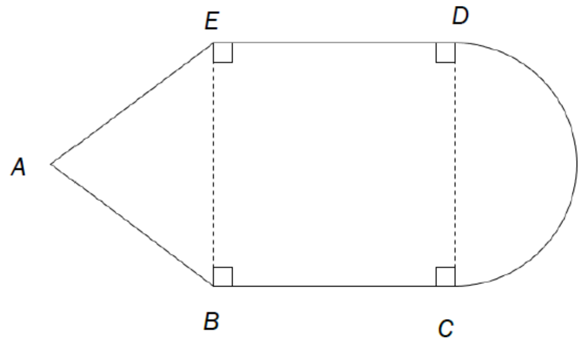


Gjør beregninger og avgjør om påstandene nedenfor er riktige.

a) $\angle C = 83{,}6^{o}$

b) Arealet av $\Delta\, ABC$ er mindre enn 20 cm^2

E8
(Eksamen 1P, Høst 2016, Del 1)

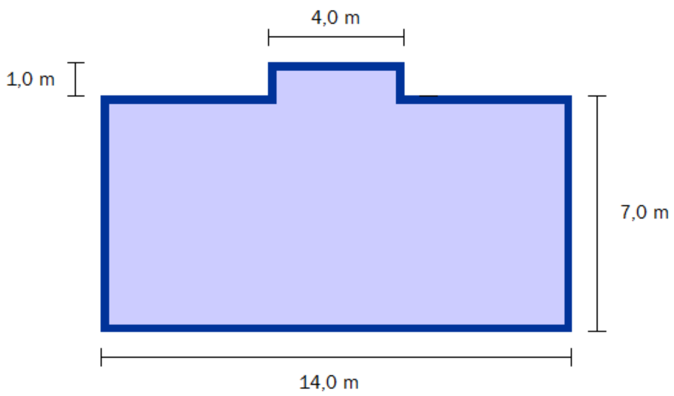


En figur er satt sammen av en likebeint trekant, et kvadrat og en halvsirkel.
AB = 10 cm og BC = 12 cm. Se skissen ovenfor.

Sett $\pi \approx 3$ og bestem tilnærmede verdier for

- omkretsen av figuren
- arealet av figuren

E9
(Eksamen 1P, Høst 2011, Del 2)



Svein skal bygge hytte. Han skal lage grunnmur og gulv av betong. Se figuren ovenfor. Det mørkeblå området er grunnmuren. Denne skal være 0,25 m bred.

a) Bestem arealet av det lyseblå og av det mørkeblå området på figuren.

E10
(Eksamen 1P, Vår 2011, Del 1)

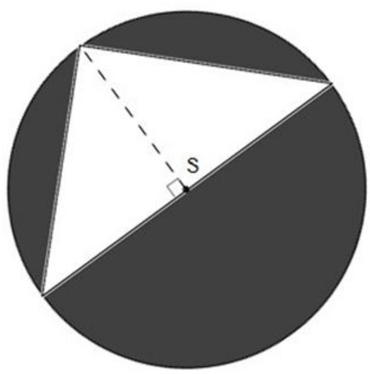
Maria har tegnet en sirkel med radius 2 cm.
Tommy vil tegne en sirkel som har fire ganger så stort areal som sirkelen til Maria.

Hvor stor må radius i denne sirkelen være?

E11
(Eksamen 1P, Vår 2012, Del 1)

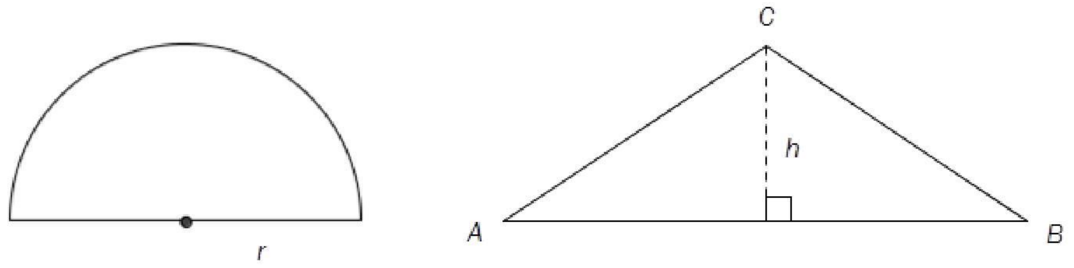
Til høyre ser du en sirkel med sentrum S og radius 4,0.

Sett $\pi = 3,0$ og finn ut omtrent hvor stort arealet av det mørke området på figuren er.



E12

 (Eksamen 1P, Vår 2013, Del 1)



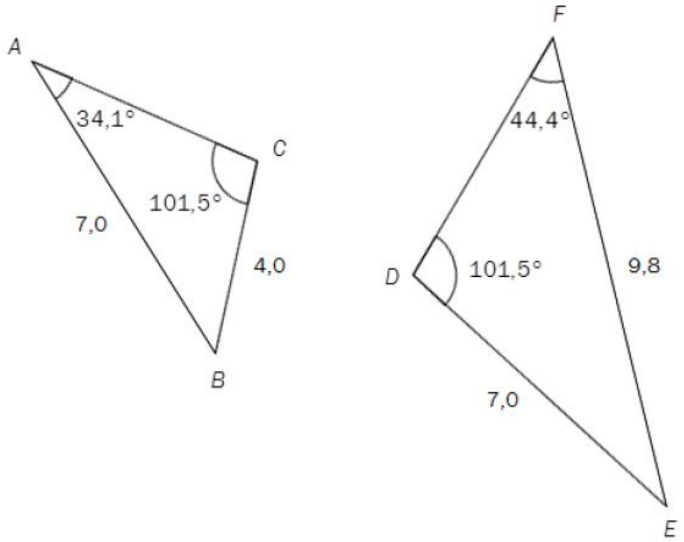
Et område har form som en halvsirkel med radius r = 1,0 m. Et annet område har form som en likebent trekant ABC, der AB = 3,0 m og høyden h = 1,0 m. Se figurene ovenfor.

Gjør beregninger (uten kalkulator!) og avgjør

a) hvilket av de to områdene som har størst areal

b) hvilket av de to områdene som har størst omkrets

E13
(Eksamen vår 2013 Del 1)

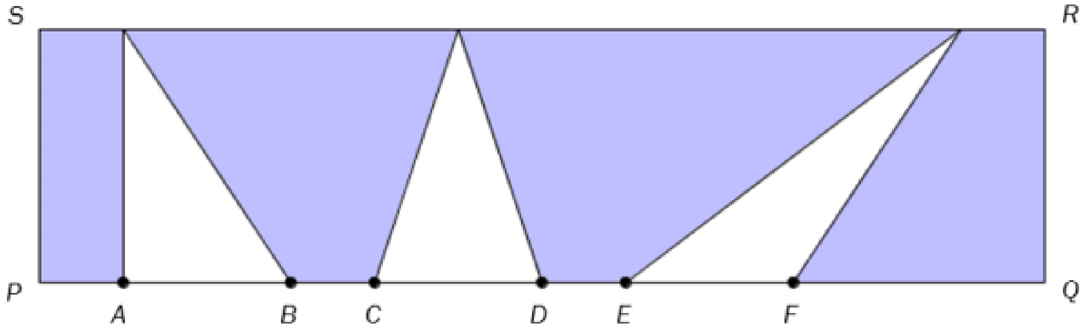


a) Vis at de to trekantene ovenfor er formlike.
b) Bestem lengdene av sidene AC og DF.

E14
(Eksamen høst 2010 Del 1)

Tegn et rektangel der den lengste siden er 9 cm og forholdet mellom den lengste og den korteste siden er 3 : 2.

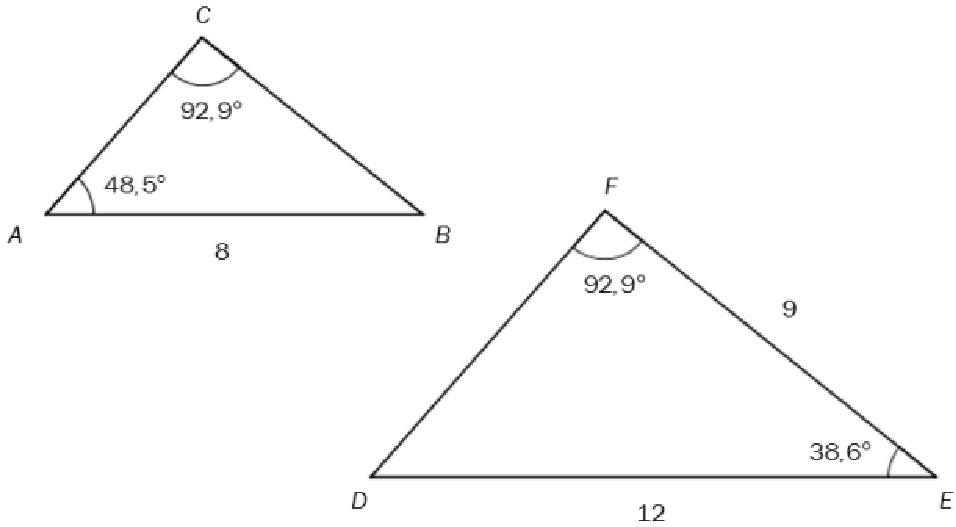
E15
(Eksamen 1P vår 2015, del 1)



Figuren ovenfor viser et rektangel *PQRS*. $PQ = 12\,\text{cm}$, $QR = 3\,\text{cm}$ og $AB = CD = EF = 2\,\text{cm}$

Bestem arealet av det blå området.

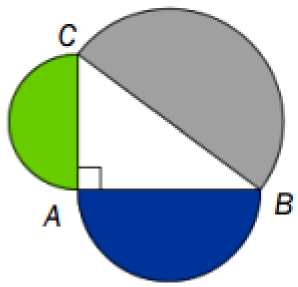
E16
(Eksamen 1P vår 2015, del 1)



a) Forklar at de to trekantene ovenfor er formlike

b) Bestem lengden av siden BC ved regning.

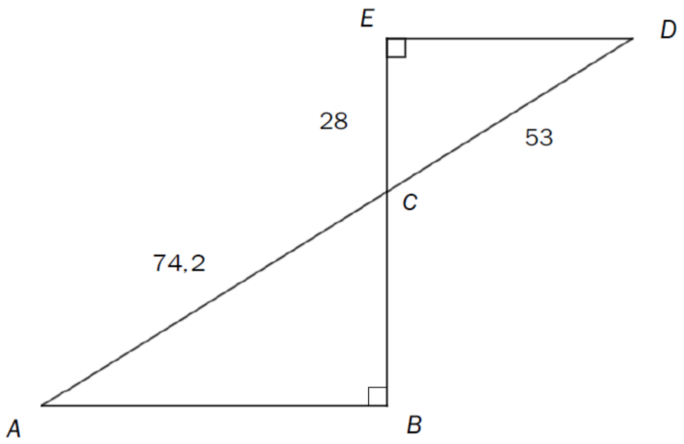
E17
(Eksamen 1P, vår 2016, del 1)



Gitt trekanten ABC slik at $AB = 8$ og $BC = 10$. Se figuren ovenfor.

Vis at arealet av den grønne og den blå halvsirkelen til sammen er like stort som arealet av den grå halvsirkelen.

E18
(Eksamen 1P, høst 2016, del 2)



Gitt figuren ovenfor. *C* er skjæringspunktet mellom *AD* og *BE*.
$AC = 74{,}2$, $CD = 53$, $CE = 28$ og $\angle ABC = \angle DEC = 90°$.

a) Forklar at ΔABC og ΔCDE er formlike.

b) Bestem lengden av *BC* og lengden av *AB*.

c) Bestem forholdet mellom arealet av ΔABC og arealet av ΔCDE.

Fasit øvingsoppgaver
Oppgave 1 10,6 cm

Oppgave 2 17,3 cm
Oppgave 3 a) 100 m b) 41 cm = 4,1 dm = 0,41 m c) 12 cm d) 30 cm
Oppgave 4 a) 81,7 cm b) 31,8 cm = 0,318 m
Oppgave 5 4 og 6
Oppgave 6 Finn (3,8 m)
Oppgave 7 a) $\angle A = 70{,}6°$ b) $\angle B = 48{,}7°$
Oppgave 8 a) DE = 6,01 b) DF = 8,29
Oppgave 9 6,67
Oppgave 10 DS = 3,98 cm BS = 5,33 cm
Oppgave 11 A_{ABCD}= 12,0 m^2, O_{ABCD}= 16,0 m, A_{ABC}= 6,0 m^2, O_{ABC}= 14,3 m
Oppgave 12 A= 24,6 cm^2, O= 17,6 cm
Oppgave 13 15 cm^2
Oppgave 14 17,9 cm^2
Oppgave 15 8 cm
Oppgave 16 5,64 cm
Oppgave 17 99 m^2
Oppgave 18 111,3 cm^2
Oppgave 19 a) 100 dm^2 b) 1 000 000 m^2 c) 10 000 cm^2 d) 0,01 dm^2
Oppgave 20 Nei, det er 0,117 km^2
Oppgave 21 0,64 m^2 = 6400 cm^2

Fasit eksamensoppgaver
E1 a) 10 m b) 1,5 m

E2 Trekanten til høyre (omkretsene er 9 og 6 + $\sqrt{12}$. $\sqrt{12}$ er større enn 3.)
E3 8 (AB = $\sqrt{61}$ som er større enn 7 og mindre enn 8)
E5 8,60 m
E6 Ja, så vidt
E7 a) Ja (180º – 48,2º – 48,2º = 83,6º)
b) Ja (høyden er $\sqrt{20}$, som er mindre enn 5)
E9 90,4 m^2, 11,6 m^2
E10 4 cm
E11 ca. 32
E12 a) halvsirkelen b) trekanten
E14 Den korteste siden er 6 cm
E13 b) AC=5,0 cm, DF=5,6 cm
E15 27 cm^2
E16 b) BC = 6 cm
E17 Hint: Bruk at arealet til en halvsirkel blir $A = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

Fasit blandede oppgaver
B1 a) 600 g b) 168 g
B2 80 cm^2
B3 49,1 cm^2
B4 a) 4 cm b) 4 cm^2
B5 75 %
B6 5 pakker (ca. 4,5 kg)
B7 a) 26,0 cm b) 350 cm^2 c) 95,7 cm
B8 a) 0,88 m b) 0,88 m^2
B9 b) 12,4 cm
B10 3,86 m^2