

Eksamen

20.11.2017

MAT1013 Matematikk 1T

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, bortsett frå Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 14 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Kjelder:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Wikipedia: http://www.userlogos.org (12.02.2017)• Andre bilete, teikningar, grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{120 \cdot 25\,000}{0,15}$$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Løys likninga grafisk

$$\frac{1}{2}x - 1 = 9 - 2x$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - x - 12 \leq 0$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Sorter tala i stigande rekkjefølgje. Vis eller forklar korleis du har tenkt.

$$\sin 73^\circ, \tan 45^\circ, \lg 1, \lg \left(10^{-\frac{1}{4}} \right)$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Løys likninga

$$\lg\left(x + \frac{1}{25}\right) = -2$$

Oppgave 6 (1 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{30}} \cdot 5^{-1} \cdot 10^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Om ein lineær funksjon f får du vite at

- $f(2) = 4$
- $f'(2) = 3$

Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$

Oppgåve 9 (3 poeng)

- a) Faktoriser uttrykket

$$3x^2 - 9x$$

- b) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x-3} - \frac{2x}{x^2 - 5x + 6}$$

Oppgåve 10 (3 poeng)

Ved ein skole er det to Vg2-klassar, 2A og 2B. Det er like mange elevar i kvar klasse. Alle elevane i 2A har valt biologi. Halvparten av elevane i 2B har valt biologi.

- a) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev i Vg2 har valt biologi.
- b) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev i Vg2 som har valt biologi, går i klasse 2A.

Oppgåve 11 (4 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

- a) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til f i intervallet $[-1, 1]$.
- b) Vis at $(0, 2)$ er eit terrassepunkt på grafen til f .

Oppgåve 12 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

- Bestem $f'(x)$.
- Bestem likninga for tangenten til f i punktet $(1, f(1))$.
- Har grafen til f éin eller fleire andre tangentar som er parallelle med tangenten du fann i oppgåve b)? Grunngi svaret ditt.

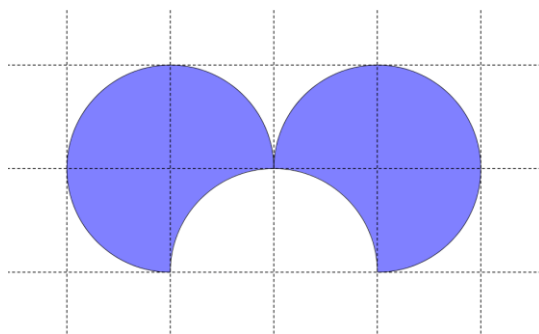
Oppgåve 13 (3 poeng)

Om trekantane ABC og DEF får du vite dette:

- $\angle B = \angle E = 90^\circ$
- $\tan A = \tan D = \frac{5}{12}$
- $AC = 2DF$

Lag ei skisse som viser korleis trekantane kan sjå ut. Set mål på skissa.

Oppgåve 14 (3 poeng)



Den blå figuren ovanfor er teikna på eit rutenett. Rutene er kvadratiske med sider a .

- Bestem omkretsen av figuren uttrykt ved a .
- Bestem arealet av figuren uttrykt ved a .

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgave 1 (8 poeng)



Talet på tusen artiklar i den engelske utgåva av Wikipedia x år etter 1. januar 2002 er tilnærma gitt ved funksjonen f der

$$f(x) = -2,34x^3 + 50x^2 + 129x + 19,7, \quad x \in [0,15]$$

- a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f for $x \in [0,15]$.
- b) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til funksjonen f i intervallet $[0,15]$.
- c) Bestem $f'(x)$ og teikn grafen til den deriverte for $x \in \langle 0,15 \rangle$.
- d) Bestem toppunktet til grafen du teikna i oppgave c).
Kva praktisk informasjon gir grafen til f' og koordinatane til toppunktet på denne grafen oss?

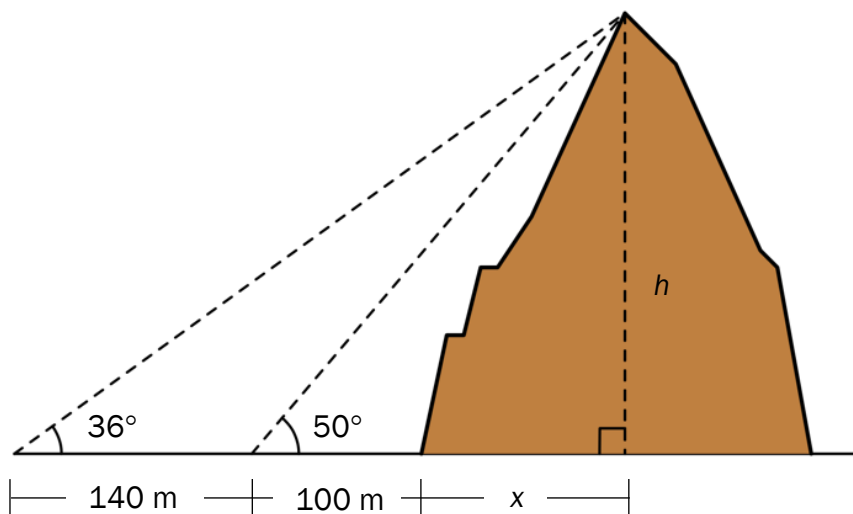
Oppgåve 2 (4 poeng)

I ei eske ligg det tre kvite og ni raude julekuler. Éi av dei kvite og fire av dei raude kulene er øydelagde.

Tenk deg at du skal ta to kuler tilfeldig frå eska.

- Bestem sannsynet for at du kjem til å ta to kuler som ikkje er øydelagde.
- Bestem sannsynet for at minst éi av kulene du kjem til å ta, er øydelagd.

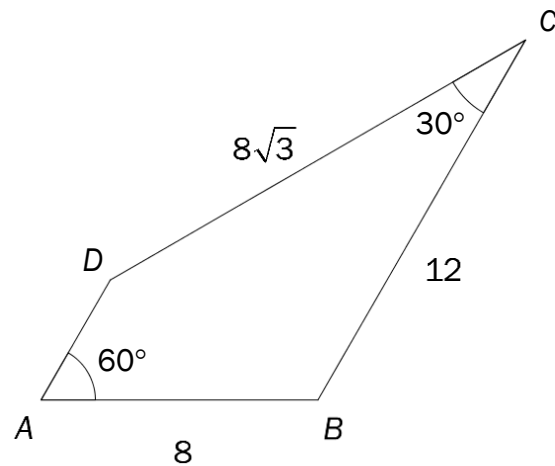
Oppgåve 3 (3 poeng)



Magnus og Monika står på ei horisontal slette 100 m og 240 m frå foten av eit fjell. Dei måler vinklane som er gitt på figuren ovanfor.

Bestem høgda h av fjellet.

Oppgåve 4 (4 poeng)



Gitt firkanten $ABCD$ ovanfor. $AB = 8$, $BC = 12$ og $CD = 8\sqrt{3}$.

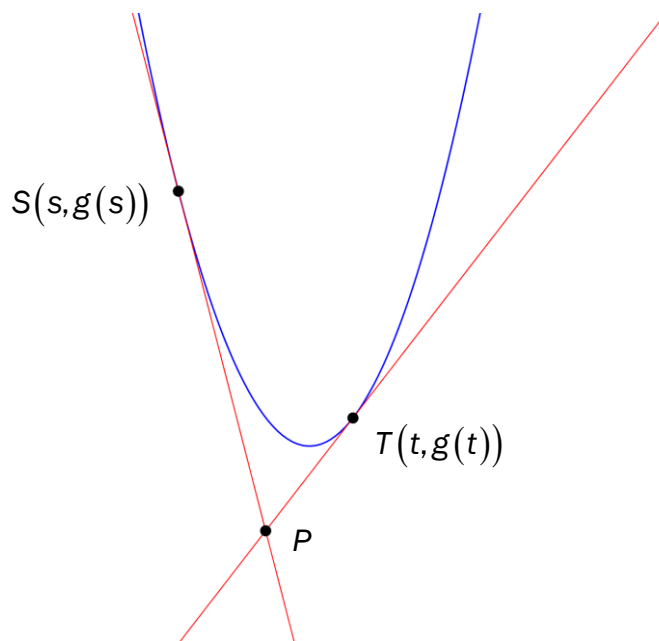
- Bestem omkretsen av firkanten $ABCD$ eksakt.
- Bestem arealet av firkanten $ABCD$ eksakt.

Oppgåve 5 (5 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$$

- a) Forklar at grafen til f har eit botnpunkt, og bestem koordinatane til botnpunktet.



Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c, \quad a > 0$$

- b) Bruk CAS til   vise at botnpunktet på grafen til g har koordinatar $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$.

Ei linje tangerer grafen til g i punktet $S(s, g(s))$. Ei anna linje tangerer grafen til g i punktet $T(t, g(t))$. Dei to linjene skjer kvarandre i punktet P . Sj  figuren ovanfor.

- c) Bruk CAS til   vise at x -koordinaten til P ligg midt mellom s og t .

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, bortsett fra Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåter:	Del 1 har 14 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Kilder:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Wikipedia: http://www.userlogos.org (12.02.2017)• Andre bilder, teninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{120 \cdot 25\,000}{0,15}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningen grafisk

$$\frac{1}{2}x - 1 = 9 - 2x$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - x - 12 \leq 0$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Sorter tallene i stigende rekkefølge. Vis eller forklar hvordan du har tenkt.

$$\sin 73^\circ, \tan 45^\circ, \lg 1, \lg \left(10^{-\frac{1}{4}} \right)$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg\left(x + \frac{1}{25}\right) = -2$$

Oppgave 6 (1 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{30}} \cdot 5^{-1} \cdot 10^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Om en lineær funksjon f får du vite at

- $f(2) = 4$
- $f'(2) = 3$

Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$

Oppgave 9 (3 poeng)

- a) Faktoriser uttrykket

$$3x^2 - 9x$$

- b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x-3} - \frac{2x}{x^2 - 5x + 6}$$

Oppgave 10 (3 poeng)

Ved en skole er det to Vg2-klasser, 2A og 2B. Det er like mange elever i hver klasse. Alle elevene i 2A har valgt biologi. Halvparten av elevene i 2B har valgt biologi.

- a) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev i Vg2 har valgt biologi.
- b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev i Vg2 som har valgt biologi, går i klasse 2A.

Oppgave 11 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

- a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-1, 1]$.
- b) Vis at $(0, 2)$ er et terrassepunkt på grafen til f .

Oppgave 12 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

- Bestem $f'(x)$.
- Bestem likningen for tangenten til f i punktet $(1, f(1))$.
- Har grafen til f én eller flere andre tangenter som er parallelle med tangenten du fant i oppgave b)? Begrunn svaret ditt.

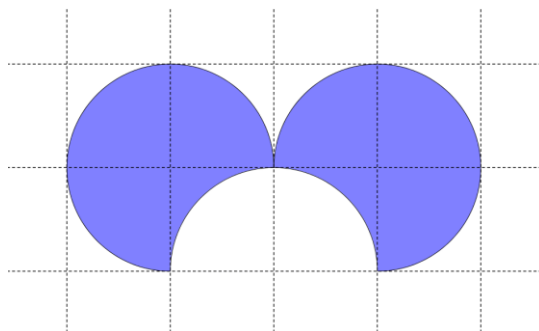
Oppgave 13 (3 poeng)

Om trekantene ABC og DEF får du vite dette:

- $\angle B = \angle E = 90^\circ$
- $\tan A = \tan D = \frac{5}{12}$
- $AC = 2DF$

Lag en skisse som viser hvordan trekantene kan se ut. Sett mål på skissen.

Oppgave 14 (3 poeng)



Den blå figuren ovenfor er tegnet på et rutenett. Rutene er kvadratiske med sider a .

- Bestem omkretsen av figuren uttrykt ved a .
- Bestem arealet av figuren uttrykt ved a .

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)



Antall tusen artikler i den engelske utgaven av Wikipedia x år etter 1. januar 2002 er tilnærmet gitt ved funksjonen f der

$$f(x) = -2,34x^3 + 50x^2 + 129x + 19,7, \quad x \in [0,15]$$

- Bruk graftegner til å tegne grafen til f for $x \in [0,15]$.
- Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til funksjonen f i intervallet $[0,15]$.
- Bestem $f'(x)$ og tegn grafen til den deriverte for $x \in (0,15)$.
- Bestem toppunktet til grafen du tegnet i oppgave c).
Hvilken praktisk informasjon gir grafen til f' og koordinatene til toppunktet på denne grafen oss?

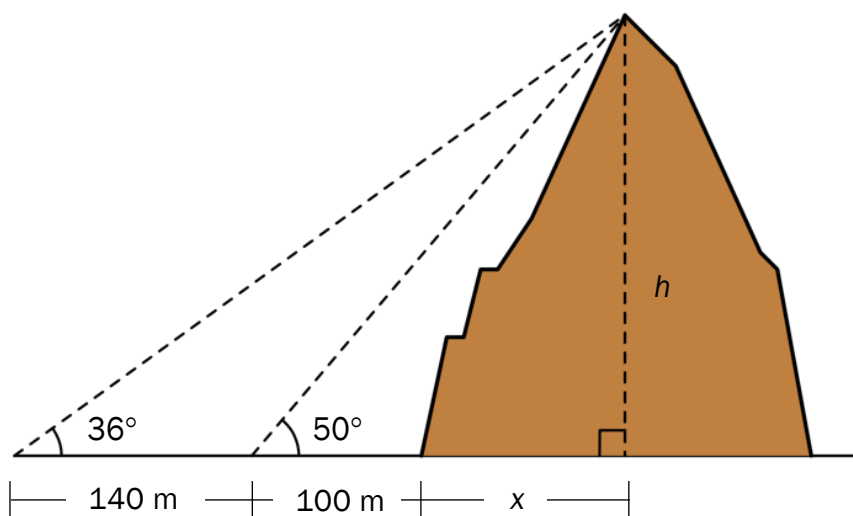
Oppgave 2 (4 poeng)

I en eske ligger det tre hvite og ni røde julekuler. Én av de hvite og fire av de røde kulene er ødelagt.

Tenk deg at du skal ta to kuler tilfeldig fra esken.

- a) Bestem sannsynligheten for at du kommer til å ta to kuler som ikke er ødelagt.
- b) Bestem sannsynligheten for at minst én av kulene du kommer til å ta, er ødelagt.

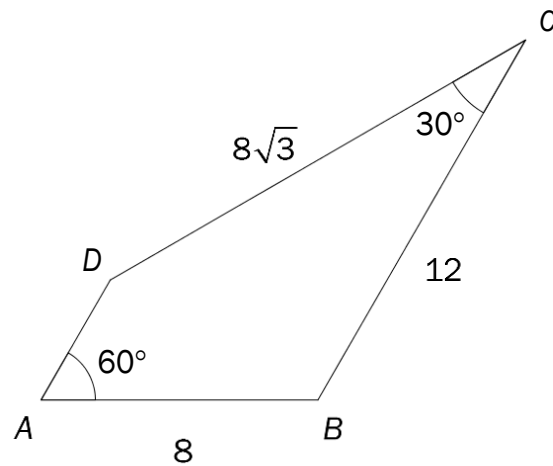
Oppgave 3 (3 poeng)



Magnus og Monika står på en horisontal slette 100 m og 240 m fra foten av et fjell. De måler vinklene som er gitt på figuren ovenfor.

Bestem høyden h av fjellet.

Oppgave 4 (4 poeng)



Gitt firkanten $ABCD$ ovenfor. $AB = 8$, $BC = 12$ og $CD = 8\sqrt{3}$.

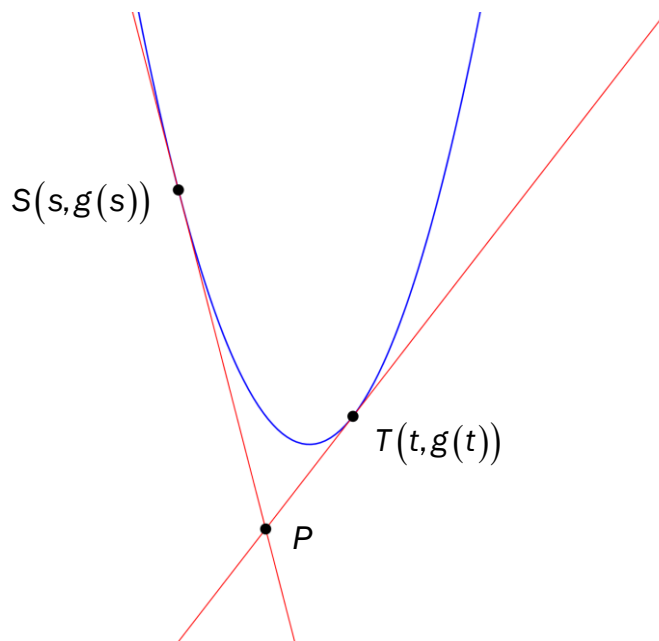
- a) Bestem omkretsen av firkanten $ABCD$ eksakt.
- b) Bestem arealet av firkanten $ABCD$ eksakt.

Oppgave 5 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$$

- a) Forklar at grafen til f har et bunnpunkt, og bestem koordinatene til bunnpunktet.



En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c, \quad a > 0$$

- b) Bruk CAS til å vise at bunnpunktet på grafen til g har koordinater $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$.

En linje tangerer grafen til g i punktet $S(s, g(s))$. En annen linje tangerer grafen til g i punktet $T(t, g(t))$. De to linjene skjærer hverandre i punktet P . Se figuren ovenfor.

- c) Bruk CAS til å vise at x -koordinaten til P ligger midt mellom s og t .



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no