

Eksamen

31.05.2017

MAT1005 Matematikk 2P-Y

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 7 oppgåver. Del 2 har 9 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Vassglas: http://www.godt.no/#/artikkel/23421824/blir-vann-gammelt (23.10.2016)• Tromsø: http://www.tromso.no/nyheter/2016/10/11/2016-ble-tidenes-turistsommer-13630374.ece (23.10.2016)• Spiterstulen: http://www.spiterstulen.no/leirskole/kursplan/ (23.10.2016)• Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

I ein klasse er det 16 elevar. Tabellen nedanfor viser kor mange søsken dei 16 elevane har.

Søsken	Frekvens
0	5
1	6
2	2
3	2
4	1

Bestem gjennomsnittet, medianen, typetalet og variasjonsbreidda.

Oppgåve 2 (1 poeng)

Ved ein skole er det 125 elevar. Ein dag tok 25 av elevane buss til skolen.

Kor mange prosent av elevane tok buss til skolen denne dagen?

Oppgåve 3 (2 poeng)

Rekn ut

$$5^0 \cdot 2^3 \cdot 8^{-2} \cdot (4^{-1})^{-3}$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

I 10 L vatn er det omtrent $3,0 \cdot 10^{25}$ vassmolekyl.

Kor mange vassmolekyl er det i 1,5 dL vatn?



Oppgåve 5 (3 poeng)

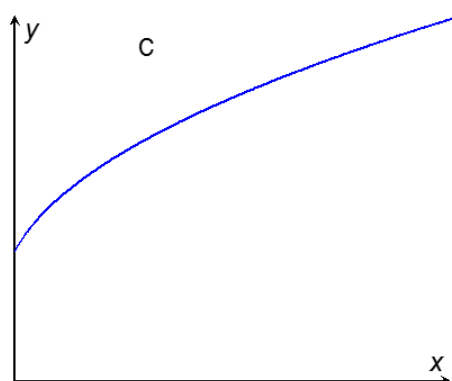
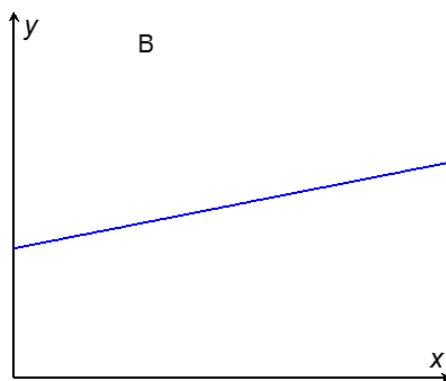
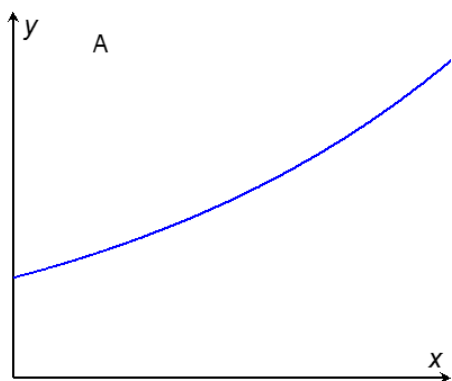
I 2017 er verdien av ei leilegheit 1 200 000 kroner.

Per går ut frå at verdien vil stige med 80 000 kroner kvart år.

- a) Set opp ein modell som viser verdien $f(x)$ av leilegheita x år etter 2017 dersom det går slik Per trur.

Kari går ut frå at verdien vil stige med 8 % kvart år.

- b) Set opp ein modell som viser verdien $g(x)$ av leilegheita x år etter 2017 dersom det går slik Kari trur.
- c) Kva for ein av grafane nedanfor kan vere grafen til f ?
Kva for ein av grafane nedanfor kan vere grafen til g ?
Grunngi svara dine.



Oppgåve 6 (6 poeng)

Eit år deltok 1 000 elevar i ein konkurranse. Sv ra blei vurderte, og lærarane laga ein tabell. Tabellen ser du nedanfor, men her manglar nokre av tala lærarane sette inn.

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0, 30[$	100		
$[30, 50[$			
$[50, 70[$		0,6	
$[70, 100[$	200		

- a) Teikn av tabellen ovanfor, og fyll inn tala som manglar.
- b) Bestem gjennomsnittleg poengsum for elevane som deltok i konkurransen.

Eit anna år deltok 3 525 elevar i konkurransen. Tabellen nedanfor viser poengfordelinga.

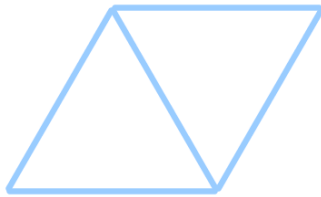
Poengsum	Frekvens
$[0, 30[$	563
$[30, 50[$	700
$[50, 70[$	2000
$[70, 100[$	262

- c) Bestem medianen for poengsummane til elevane som deltok i konkurransen dette året.

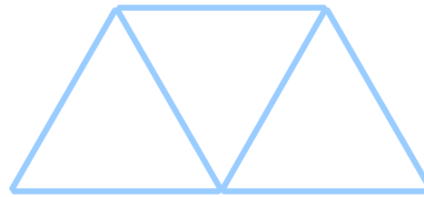
Oppgåve 7 (7 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små, blå pinnar. Kvar pinne har lengda 2,5 cm. Tenk deg at du skal fortsetje å lage figurar etter same mønster.

- a) Kor mange pinnar treng du for å lage figur 4?
Bestem omkretsen av figur 4.
- b) Bestem eit uttrykk for talet på pinnar i figur n uttrykt ved n .
- c) Bestem eit uttrykk for omkretsen av figur n uttrykt ved n .

Ein figur som følgjer same mønster som ovanfor, har ein omkrets på 105 cm.

- d) Bestem kor mange pinnar det er i denne figuren.

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)



Funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 0,064x^4 - 2,41x^3 + 28,4x^2 - 105x + 39, \quad 0 \leq x \leq 18$$

viser vass-standen $V(x)$ centimeter over eller under middelvatn x timar etter midnatt i Tromsø ein dag.

- Bruk grafteiknar til å teikne grafen til V .
- Vis at vass-standen er ca. 40 cm under middelvatn éin time etter midnatt og ca. 31 cm over middelvatn 12 timar etter midnatt.
- Bestem forskjellen mellom høgaste og lågaste vass-stand i perioden frå midnatt og fram til klokka 18.00.
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V klokka 07.00. Gi ei praktisk tolking av dette svaret.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Emil betalte 3 703 000 kroner for ei leilegheit. Han betalte 15 % meir enn prisantyinga.

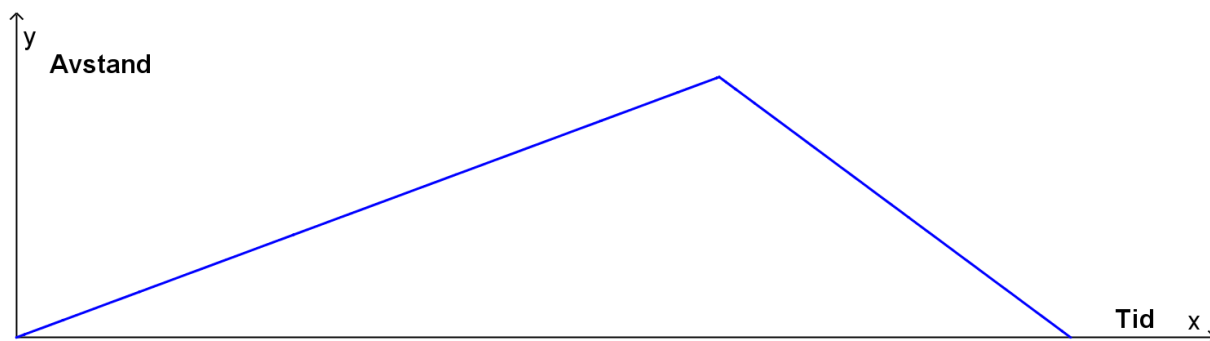
Kva var prisantyinga for denne leilegheita?

Oppgåve 3 (2 poeng)

For 20 år sidan arva Ida pengar. Ho sette alle pengane inn på ein ny bankkonto. Ho har fått ei fast rente på 4,25 % per år. I dag har ho 1 724 180 kroner på kontoen.

Kor mykje pengar arva Ida?

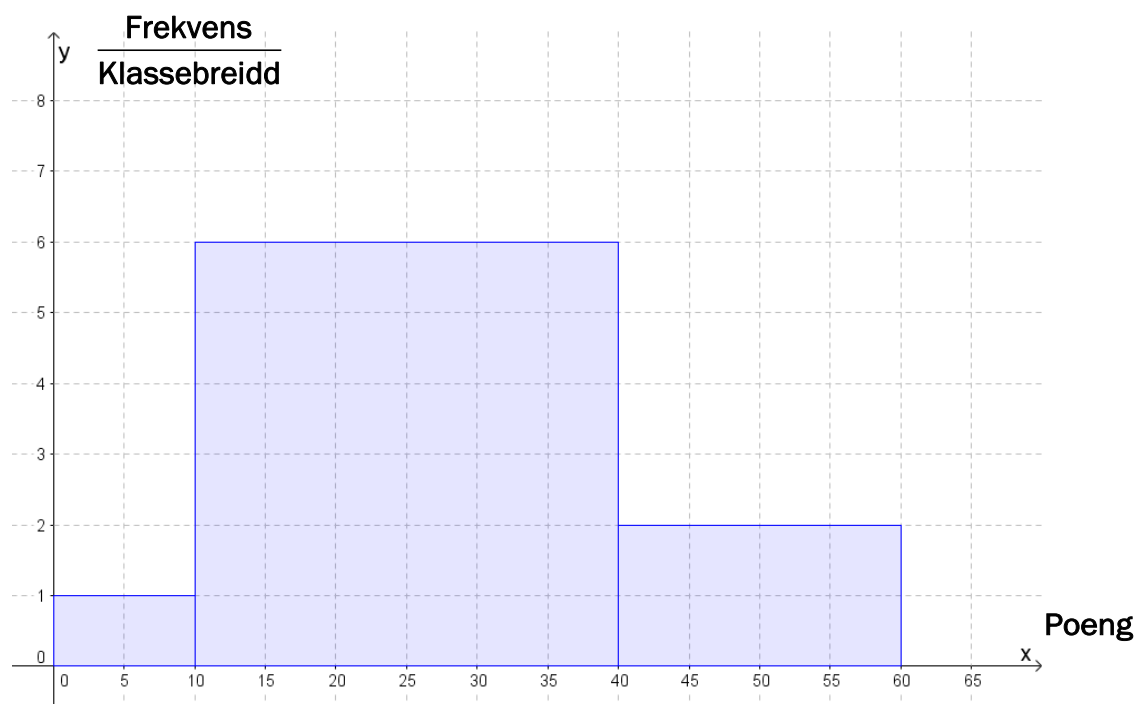
Oppgåve 4 (2 poeng)



Beskriv ein praktisk situasjon som passar med grafen ovanfor.

Oppgåve 5 (4 poeng)

Ved ein skole kom alle elevane som hadde valt 2P, opp til skriftleg eksamen. Histogrammet nedanfor viser poengfordelinga.



- Vis at det til saman var 230 elevar i 2P-gruppene.
- Bestem gjennomsnittleg poengsum for elevane.

Oppgåve 6 (4 poeng)



Temperaturen blir lågare jo høgare over havet vi kj m. Spiterstulen ligg 1 106 m over havet. Toppen av Galdhøpiggen ligg 2 469 m over havet. Ein dag er temperaturen på Spiterstulen 12,0  C .

Vi går ut frå at temperaturen $T(x)$  C , x meter over Spiterstulen denne dagen er gitt ved

$$T(x) = -0,0065x + 12 \quad , \quad 0 \leq x \leq 1400$$

- a) Kor h gt over Spiterstulen vil du vere når temperaturen er 5  C denne dagen?
- b) Bestem temperaturen på toppen av Galdhøpiggen denne dagen.
- c) Kor mange grader søkk temperaturen med per 100 m stiging denne dagen?

Oppgave 7 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser kor høg Per var 0, 1, 3, 6 og 12 år etter fødselen.

Alder (år)	0	1	3	6	12
Høgda (cm)	52	76	97	118	148

- a) Bruk opplysningane i tabellen til å bestemme ein tredjegradsfunksjon f som tilnærma viser høgda til Per dei første 12 leveåra.

Espen er 12 år. Funksjonen g gitt ved

$$g(x) = 0,13x^3 - 2,8x^2 + 23x + 52$$

viser høgda hans $g(x)$ cm, x år etter fødselen.

- b) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til Espen frå han var 7 år, til han blei 12 år.

Sitatet nedanfor er henta frå nettsidene til Norsk Helseinformatikk AS.

«Gutter har en maksimal høydevekst på ca. 10 cm per år midt i puberteten. Etter vekstspurten i puberteten avtar veksthastigheten ned mot null.»

Gå ut frå at Espen kjem i puberteten når han er 12 år.
Puberteten varer vanlegvis i to–tre år.

- c) Ta utgangspunkt i sitatet ovanfor, og vurder om funksjonen g kan brukast til å bestemme høgda til Espen etter at han har fylt 12 år.

Oppgåve 8 (4 poeng)

I ein klasse er det 12 jenter og 18 gutar. Neste skoleår ønskjer 3 av jentene og 2 av gutane å studere i utlandet.

- a) Systematiser opplysningane i teksten ovanfor i ein krystabell eller eit venndiagram.

Tenk deg at du skal trekkje to elevar frå klassen tilfeldig.

- b) Bestem sannsynet for at du kjem til å trekkje to elevar som ikkje ønskjer å studere i utlandet.
- c) Bestem sannsynet for at du kjem til å trekkje éin gut og éi jente som ønskjer å studere i utlandet.

Oppgåve 9 (5 poeng)

Elise og Ådne oppretta kvar sin bankkonto 1. januar 2017. Elise sette inn 20 000 kroner. Ådne sette inn 25 000 kroner. Begge får ei rente på 2,75 % per år, og begge lar pengane stå urørte.

- a) Lag eit rekneark som gir ei oversikt over kor mykje Elise og Ådne vil ha i banken kvart år fram til og med 31. desember 2036.
- b) Kor mange år vil det gå før dei til saman har meir enn 70 000 kroner i banken?
- c) Kor mykje vil Elise og Ådne til saman få i renter desse 20 åra?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	<p>Del 1 har 7 oppgaver. Del 2 har 9 oppgaver.</p> <p>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.</p> <p>Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.</p>
Veiledning om vurderingen:	<p>Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	<p>Kilder for bilder, tegninger osv.</p> <ul style="list-style-type: none">• Vannglass: http://www.godt.no/#!/artikkel/23421824/blir-vann-gammelt (23.10.2016)• Tromsø: http://www.tromso.no/nyheter/2016/10/11/2016-ble-tidenes-turistsommer-13630374.ece (23.10.2016)• Spiterstulen: http://www.spiterstulen.no/leirskole/kursplan/ (23.10.2016)• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

I en klasse er det 16 elever. Tabellen nedenfor viser hvor mange søsken de 16 elevene har.

Antall søsken	Frekvens
0	5
1	6
2	2
3	2
4	1

Bestem gjennomsnittet, medianen, typetallet og variasjonsbredden.

Oppgave 2 (1 poeng)

Ved en skole er det 125 elever. En dag tok 25 av elevene buss til skolen.

Hvor mange prosent av elevene tok buss til skolen denne dagen?

Oppgave 3 (2 poeng)

Regn ut

$$5^0 \cdot 2^3 \cdot 8^{-2} \cdot (4^{-1})^{-3}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

I 10 L vann er det omtrent $3,0 \cdot 10^{25}$ vannmolekyler.

Hvor mange vannmolekyler er det i 1,5 dL vann?



Oppgave 5 (3 poeng)

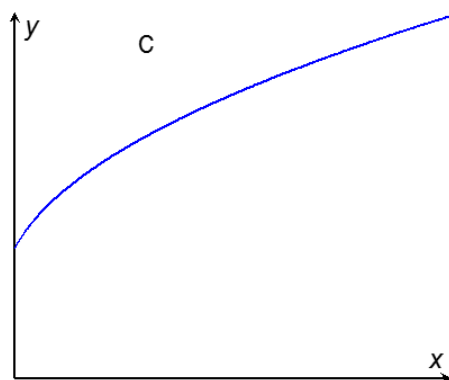
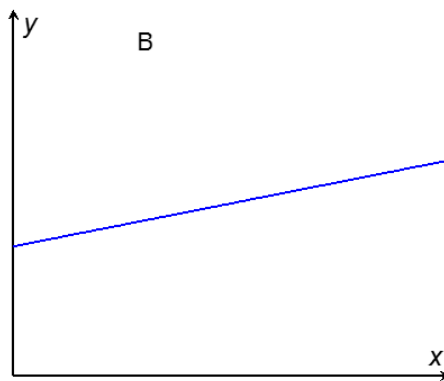
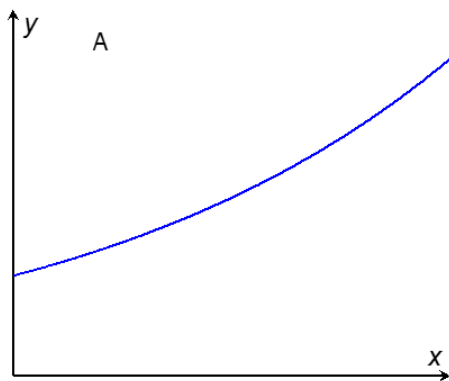
I 2017 er verdien av en leilighet 1 200 000 kroner.

Per antar at verdien vil stige med 80 000 kroner hvert år.

- a) Sett opp en modell som viser verdien $f(x)$ av leiligheten x år etter 2017 dersom det går slik Per antar.

Kari antar at verdien vil stige med 8 % hvert år.

- b) Sett opp en modell som viser verdien $g(x)$ av leiligheten x år etter 2017 dersom det går slik Kari antar.
- c) Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til f ?
Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til g ?
Begrunn svarene dine.



Oppgave 6 (6 poeng)

Et år deltok 1 000 elever i en konkurranse. Besvarelsene ble vurdert, og lærerne laget en tabell. Tabellen ser du nedenfor, men her mangler noen av tallene lærerne satte inn.

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0, 30)$	100		
$[30, 50)$			
$[50, 70)$		0,6	
$[70, 100)$	200		

- a) Tegn av tabellen ovenfor, og fyll inn tallene som mangler.
- b) Bestem gjennomsnittlig poengsum for elevene som deltok i konkurransen.

Et annet år deltok 3525 elever i konkurransen. Tabellen nedenfor viser poengfordelingen.

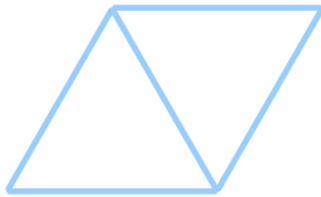
Poengsum	Frekvens
$[0, 30)$	563
$[30, 50)$	700
$[50, 70)$	2000
$[70, 100)$	262

- c) Bestem medianen for poengsummene til elevene som deltok i konkurransen dette året.

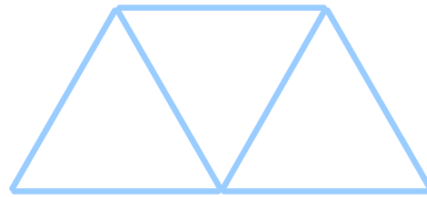
Oppgave 7 (7 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små, blå pinner. Hver pinne har lengden 2,5 cm. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- a) Hvor mange pinner trenger du for å lage figur 4?
Bestem omkretsen av figur 4.
- b) Bestem et uttrykk for antall pinner i figur n uttrykt ved n .
- c) Bestem et uttrykk for omkretsen av figur n uttrykt ved n .

En figur som følger samme mønster som ovenfor, har en omkrets på 105 cm.

- d) Bestem antall pinner i denne figuren.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)



Funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 0,064x^4 - 2,41x^3 + 28,4x^2 - 105x + 39, \quad 0 \leq x \leq 18$$

viser vannstanden $V(x)$ centimeter over eller under middelvann x timer etter midnatt i Tromsø en dag.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til V .
- Vis at vannstanden er ca. 40 cm under middelvann én time etter midnatt og ca. 31 cm over middelvann 12 timer etter midnatt.
- Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand i perioden fra midnatt og fram til klokka 18.00.
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V klokken 07.00. Gi en praktisk tolkning av dette svaret.

Oppgave 2 (2 poeng)

Emil betalte 3 703 000 kroner for en leilighet. Han betalte 15 % mer enn prisantydningen.

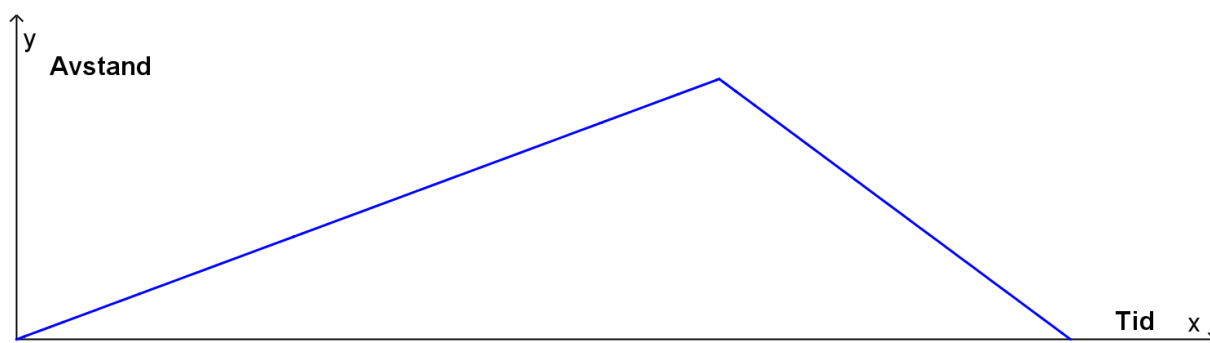
Hva var prisantydningen for denne leiligheten?

Oppgave 3 (2 poeng)

For 20 år siden arvet Ida penger. Hun satte alle pengene inn på en ny bankkonto. Hun har fått en fast rente på 4,25 % per år. I dag har hun 1 724 180 kroner på kontoen.

Hvor mye penger arvet Ida?

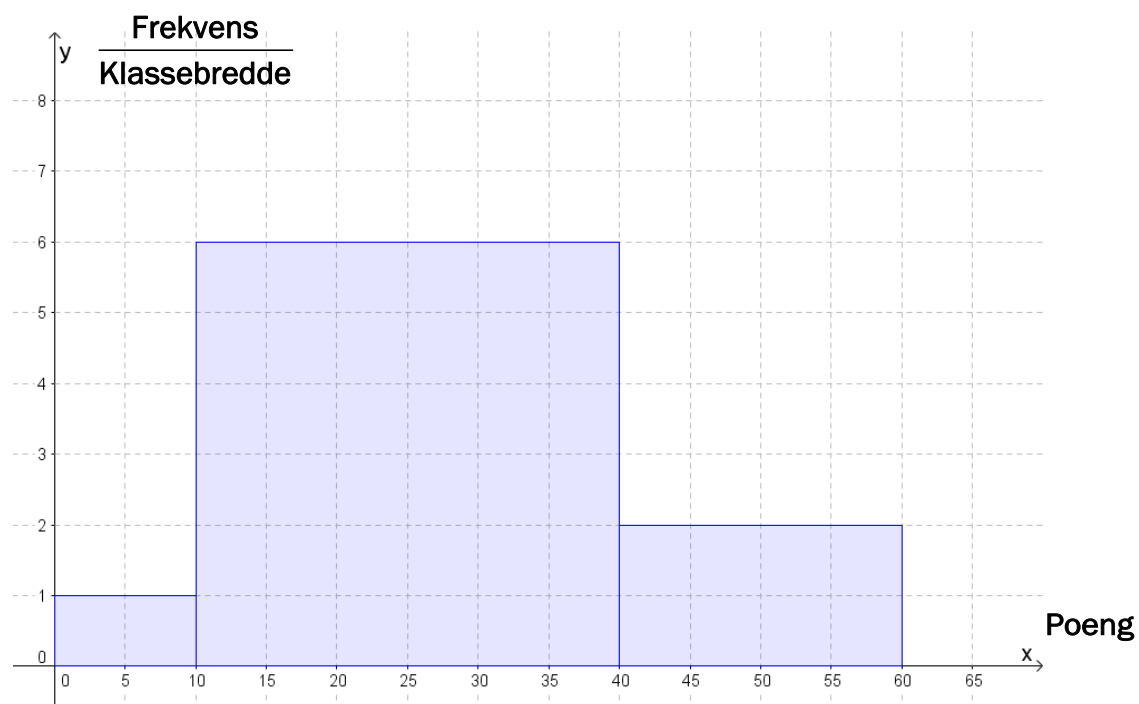
Oppgave 4 (2 poeng)



Beskriv en praktisk situasjon som passer med grafen ovenfor.

Oppgave 5 (4 poeng)

Ved en skole kom alle elevene som hadde valgt 2P, opp til skriftlig eksamen. Histogrammet nedenfor viser poengfordelingen.



- Vis at det til sammen var 230 elever i 2P-gruppene.
- Bestem gjennomsnittlig poengsum for elevene.

Oppgave 6 (4 poeng)



Temperaturen blir lavere jo høyere over havet vi kommer. Spiterstulen ligger 1 106 m over havet. Toppen av Galdhøpiggen ligger 2 469 m over havet. En dag er temperaturen på Spiterstulen $12,0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Vi antar at temperaturen $T(x)\text{ }^{\circ}\text{C}$, x meter over Spiterstulen denne dagen er gitt ved

$$T(x) = -0,0065x + 12, \quad 0 \leq x \leq 1400$$

- a) Hvor høyt over Spiterstulen vil du være når temperaturen er $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ denne dagen?
- b) Bestem temperaturen på toppen av Galdhøpiggen denne dagen.
- c) Hvor mange grader synker temperaturen med per 100 m stigning denne dagen?

Oppgave 7 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor høy Per var 0, 1, 3, 6 og 12 år etter fødselen.

Alder (år)	0	1	3	6	12
Høyde (cm)	52	76	97	118	148

- a) Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en tredjegradsfunksjon f som tilnærmet viser høyden til Per de første 12 leveårene.

Espen er 12 år. Funksjonen g gitt ved

$$g(x) = 0,13x^3 - 2,8x^2 + 23x + 52$$

viser høyden hans $g(x)$ cm, x år etter fødselen.

- b) Bestem Espens gjennomsnittlige vekstfart fra han var 7 år, til han ble 12 år.

Sitatet nedenfor er hentet fra nettsidene til Norsk Helseinformatikk AS.

«Gutter har en maksimal høydevekst på ca. 10 cm per år midt i puberteten. Etter vekstspurten i puberteten avtar veksthastigheten ned mot null.»

Anta at Espen kommer i puberteten når han er 12 år.

Puberteten varer vanligvis i to–tre år.

- c) Ta utgangspunkt i sitatet ovenfor, og vurder om funksjonen g kan brukes til å bestemme høyden til Espen etter at han har fylt 12 år.

Oppgave 8 (4 poeng)

I en klasse er det 12 jenter og 18 gutter. Neste skoleår ønsker 3 av jentene og 2 av guttene å studere i utlandet.

- a) Systematiser opplysningene i teksten ovenfor i en krysstabell eller et venndiagram.

Tenk deg at du skal trekke to elever fra klassen tilfeldig.

- b) Bestem sannsynligheten for at du kommer til å trekke to elever som ikke ønsker å studere i utlandet.
- c) Bestem sannsynligheten for at du kommer til å trekke én gutt og én jente som ønsker å studere i utlandet.

Oppgave 9 (5 poeng)

Elise og Ådne opprettet hver sin bankkonto 1. januar 2017. Elise satte inn 20 000 kroner. Ådne satte inn 25 000 kroner. Begge får en rente på 2,75 % per år, og begge lar pengene stå urørt.

- a) Lag et regneark som gir en oversikt over hvor mye Elise og Ådne vil ha i banken hvert år fram til og med 31. desember 2036.
- b) Hvor mange år vil det gå før de til sammen har mer enn 70 000 kroner i banken?
- c) Hvor mye vil Elise og Ådne til sammen få i renter disse 20 årene?

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.undanningsdirektoratet.no