Matematikk 1P (MAT1013)

Løsningsforslag

Våren 2017

Del 1

Oppgave 1

$$\frac{15\,\mathrm{L}}{2\,\mathrm{dL}} = \frac{15\,\mathrm{L}}{2\cdot 10^{-1}\,\mathrm{L}} = \frac{15\cdot 10\cancel{\mathrm{L}}}{2\cancel{\mathrm{L}}} = \frac{150}{2} = \underline{\underline{75\,\text{begre}}}$$

Alternativt kan man ta: $\dfrac{15\cancel{\mathrm{L}}}{\frac{1}{5}\cancel{\mathrm{L}}} = 15\cdot\dfrac{5}{1} = \underline{\underline{75\,\text{begre}}}$ eller $\dfrac{150\cancel{\mathrm{dL}}}{2\cancel{\mathrm{dL}}} = \underline{\underline{75\,\text{begre}}}$

Oppgave 2

Vareprisen uten indeks: $x\cdot 1.25 = 1000 \implies x = \dfrac{1000}{1.25} = 800$

Vareprisen i 2016 med 150 i indeks: $800\cdot 1.50 = \underline{\underline{1200\,\text{kroner}}}$

Oppgave 3

a) $x = 15 \implies y = \dfrac{9}{5}x + 32 = \dfrac{9\cdot\cancelto{3}{15}}{\cancel{5}} + 32 = 27 + 32 = \underline{\underline{59}}$

$\underline{\underline{15\,℃ = 59℉}}$

b) $x - \dfrac{9}{5}x = 32 \implies -\dfrac{4}{5}x = 32 \implies x = -\dfrac{32\cdot 5}{4} = \underline{\underline{-40}}$

Svaret betyr at temperaturen er den samme: $\underline{\underline{-40℃ = -40℉}}$

Oppgave 4

a)

Oslo-Gardermoen				
Antall personer	1	2	3	4
Beløp å betale per person (kroner)	780	390	260	195

b) Når antall personer dobler seg, halveres beløpet hver person må betale. Altså er produktet av antall personer og pris per person konstant.

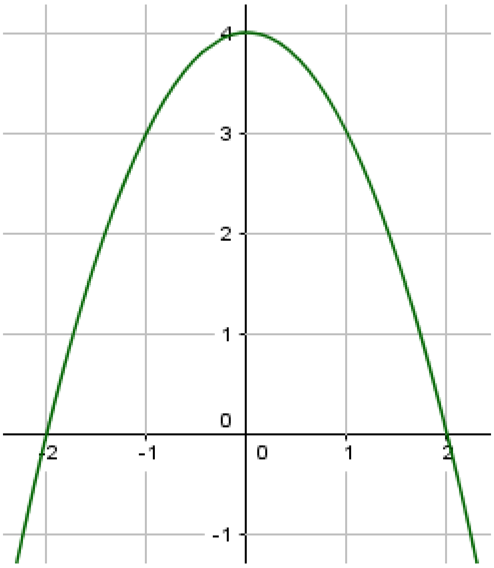
Oppgave 5

$f(x) = -x^2 + 4$

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-5	0	3	4	3	0	-5

b)



Oppgave 6

Omkrets: $27\,\text{m} + 13\,\text{m} + (27 - \sqrt{13^2 - 12^2})\,\text{m} + (12-4)\,\text{m} + \dfrac{2\pi \cdot 2\,\text{m}}{2} = (2+22+8+6)\,\text{m} = \underline{\underline{76\,\text{m}}}$

Areal: $\left(\dfrac{\pi \cdot (2\,\text{m})^2}{2}\right) + (4 \cdot 10)\,\text{m} + (12\,\text{m})^2 + \left(\dfrac{1}{2} \cdot 5\,\text{m} \cdot 12\,\text{m}\right) = (6+40+144+30)\,\text{m}^2 = \underline{\underline{220\,\text{m}^2}}$

Oppgave 7

Petra har akkurat kjøpt seg ny scooter, men dessverre er tanken tom for drivstoff, så hun triller scooteren bort på bensinstasjonen og fyller full tank, 13 L blyfri 95. Hun setter seg på scooteren og *fyrer opp* det plomberte dråget som yter i underkant av 4 kW. Etter 65 minutter med forgasserstempelet i øvre posisjon kommer hun trillende inn Veslemøys allé, og parkerer i garasjen nedenfor huset. Hun lager seg fiskegrateng til middag, med revne gulrøtter og smeltet smør, før hun kjører avgårde til bensinstasjonen. Hun skal nemlig ha eksamen i matematikk 1P i morgen, og vil derfor sikre seg full tank, slik at hun slipper det samme stuntet som *Askimeleven*. Etter å ha fylt 5/2 L er tanken full, og kilometerstanden viser 51 km. Da kan mengden drivstoff y L igjen på tanken, som funksjon av distansen x km, uttrykkes som:

$$y = -\frac{\frac{21}{2} - 13}{51 - 0}x + 13 \implies \underline{\underline{y = -\frac{5}{102}x + 13}}, \quad x \in \left[0, \frac{1326}{5}\right]$$

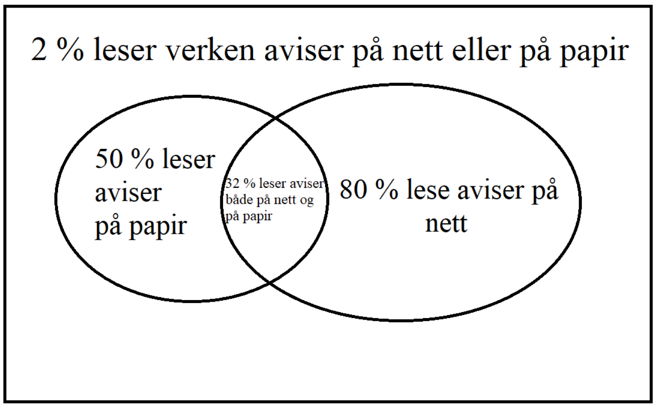
Alternativt kan en gjøre det enkelt ved å si at Dorothea går tur med farten $5\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Avstanden hennes hjemmefra som funksjon av tiden x, hvor vi starter tiden ved postkassene som ligger 11 m fra huset, kan uttrykkes ved:

$$\underline{\underline{y = 5x + 11}}$$

Oppgave 8

a)

Krysstabell	Leser på nett	Leser ikke på nett	Sum
Leser på papir	32	18	50
Leser ikke på papir	48	2	50
Sum	80	20	100



Venndiagram

b) $P(\text{nett} \cap \text{papir}) = 32\,\% = 32 \cdot \dfrac{1}{100} = \underline{\underline{0.32}}$

c) $P(\overline{\text{papir}}|\text{nett}) = \dfrac{P(\text{nett} \cap \overline{\text{papir}})}{P(\text{nett})} = \dfrac{48}{80} = \underline{\underline{0.60}}$

Oppgave 9

Andel rødmaling: $\dfrac{2}{7}$. Andel blåmaling: $\dfrac{5}{7}$.

a) Det finnes to alternativer (egentlig fler, men jeg viser to her) til hvordan denne oppgaven kan løses.

Alternativ 1: Mengden rødmaling som trengs er: $\dfrac{2}{5} \cdot 7.5\,\text{dL} = \underline{\underline{3\,\text{dL}}}$

Alternativ 2: x er mengden rødmaling som må tilsettes: $\dfrac{7.5\,\text{dL}}{7.5\,\text{dL} + x\text{dL}} = \dfrac{5}{7} \implies 7.5\,\text{dL} = \dfrac{5}{7}(7.5\,\text{dL} + x\text{dL}) \implies x\text{dL} = \dfrac{7}{5} \cdot 7.5\,\text{dL} - 7.5\,\text{dL} = \underline{\underline{3\,\text{dL}}}$

b) Mengden rødmaling som kreves for å lage 21 L ferdig blanding er: $\dfrac{2}{7} \cdot 21\,\text{L} = \underline{\underline{6\,\text{L}}}$

c) Vi skal ende opp med en lavere andel rød maling, siden $\frac{1}{4} < \frac{2}{7}$, må vi tilsette x L blåmaling:

$$\frac{21 \cdot \frac{5}{7} + x}{21 + x} = \frac{3}{4}$$

$$15 + x = \frac{3}{4} \cdot 21 + \frac{3}{4} \cdot x$$

$$x - \frac{3}{4}x = \frac{63}{4} - 15$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{3}{4}$$

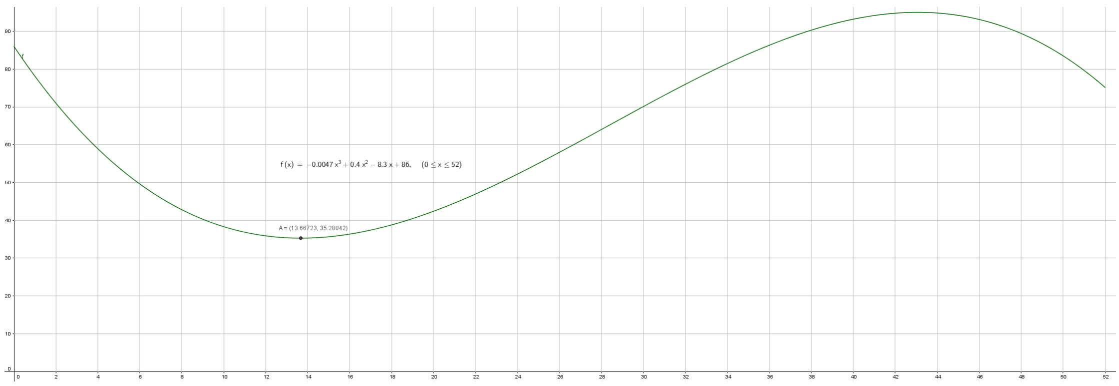
$$\underline{\underline{x = 3}}$$

Vi må tilsette $\underline{\underline{3\,\mathrm{L}}}$ blåmaling.

Del 2

Oppgave 1

a)



b) Bunnpunktet til fyllingsgraden f sier hvor stor andel av vannmagasinet som var fylt når vannstanden var på sitt laveste. Dette skjedde i uke 14, som tilsvarer perioden rett før snøsmeltingen begynner.

c)

CAS

1 f(4)-f(0)
$\to -\frac{16938}{625}$

2 1-(f(4)/f(0))
$\to \frac{8469}{26875}$

De fire første ukene i 2016 avtok fyllingsgraden med $\frac{16938}{625} \approx \underline{\underline{27.1}}$ prosentpoeng,
som tilsvarer $\frac{8469}{26875} \approx \underline{\underline{31.5}}$ prosent.

Oppgave 2

Vi observerer at $r_s = \frac{320\,\text{mm}}{2} = 1.6\,\text{dm}$, og at $h_s = 5.35\,\text{dm}$. Videre er $r_p = \frac{400\,\text{mm}}{2} = 2\,\text{dm}$, og $h_p = 755\,\text{mm} = 7.55\,\text{dm}$.

a) $V_s = \pi r^2 h = \pi(1.6\,\text{dm})^2 \cdot 5.35\,\text{dm} \approx 43.03\,(\text{dm})^3 \approx \underline{\underline{43\,\text{L}}}$

Volumet av sylinderformede beholderen er $\underline{\underline{43\,\text{L}}}$

b) $V_s = \pi r_s^2 h = 40\,(\text{dm})^3 \implies h = \frac{40\,(\text{dm})^3}{\pi \cdot r_s^2} = \frac{40\,\text{dm}^{\cancel{3}}}{\pi(1.6\,\cancel{\text{dm}})^2} = 4.97\,\text{dm} \approx \underline{\underline{50\,\text{cm}}}$

Hadde vi fylt 40 L vann i beholderen, ville vannet stått $\underline{\underline{50\,\text{cm}}}$ høyt.

c) $V_p = \pi r_p^2 h_p + \frac{\frac{4}{3}\pi r_p^3}{2} = \pi r_p^2 h_p + \frac{2}{3}\pi r_p^3 = \pi \cdot (2\,\text{dm})^2 \cdot (7.55\,\text{dm}) + \frac{2}{3}\pi(2\,\text{dm})^3 = \frac{151}{5} \cdot \pi\,\text{dm}^3 + \frac{16}{3}\pi\,\text{dm}^3 = \frac{533}{15} \cdot \pi\,\text{dm}^3 \approx 111.63\,\text{dm}^3 \approx \underline{\underline{112\,\text{L}}}$

Volumet av pedalbøtten med lokk er $\underline{\underline{112\,\text{L}}}$

Oppgave 3

a) Vi finner først prisen per gram for porsjonspakningene: $\frac{32\,\text{NOK}}{6 \cdot 22\,\text{g}} = \frac{8}{33}\,\frac{\text{NOK}}{\text{g}}$

Så ganger vi prisen per gram for porsjonspakningene med massen til den store leverpostei-boksen:

$\frac{8}{33}\,\frac{\text{NOK}}{\cancel{\text{g}}} \cdot 200\,\cancel{\text{g}} \approx \underline{\underline{48\,\text{NOK}}}$

b) Vi tar prisen per gram for leverposteien i porsjonspakkene og deler på prisen per gram for leverposteien i boksen med massen 200 g:

$$\frac{\left(\frac{8\,\cancel{\text{NOK}}}{33\,\cancel{\text{g}}}\right)}{\left(\frac{24\,\cancel{\text{NOK}}}{200\,\cancel{\text{g}}}\right)} = \frac{8}{33} \cdot \frac{200}{24} = \frac{\cancel{8} \cdot 200}{33 \cdot \cancel{24}\,3} = \frac{200}{99} \approx \underline{\underline{2.02}}.$$

Porsjonspakningene er $\underline{\underline{102\,\%}}$ dyrere per gram.

Oppgave 4

a) $\triangle ABD \sim \triangle CDE$ siden $\angle ABD = \angle CDE$ og begge trekantene er rettvinklet, noe som betyr at alle vinklene, i begge trekantene, er henholdsvis like store.

b) Bruker Pytagoras' teorem, og får: $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 \implies BD = \sqrt{(2.0\,\mathrm{m})^2 + (1.0\,\mathrm{m})^2} = \sqrt{5}\,\mathrm{m}$.

Fra formlikheten vet vi at: $\dfrac{BD}{AB} = \dfrac{DE}{CD} \implies DE = \dfrac{BD}{AB} \cdot CD = \dfrac{\sqrt{5}\,\cancel{\mathrm{m}}}{1.0\,\cancel{\mathrm{m}}} \cdot 0.75\,\mathrm{m} = \dfrac{3}{4}\sqrt{5}\,\mathrm{m} \approx 1.677\,\mathrm{m}$.

Total stigelende blir da: $BD + DE = \sqrt{5}\,\mathrm{m} + \dfrac{3}{4}\sqrt{5}\,\mathrm{m} = \dfrac{7}{4}\sqrt{5}\,\mathrm{m} \approx \underline{\underline{3.9\,\mathrm{m}}}$

Oppgave 5

a) $P(\text{ikke tett kork}) = \dfrac{200 \cdot \frac{2}{5} + 100 \cdot \frac{1}{4}}{300} = \dfrac{105}{300} = \underline{\underline{\dfrac{7}{20} = 0.35}}$

b) $P(\text{lettmelk}|\text{ikke tett kork}) = \dfrac{P(\text{lettmelk} \cap \text{ikke tett kork})}{P(\text{ikke tett kork})} = \dfrac{\frac{\frac{2}{5} \cdot 200}{300}}{\frac{7}{20}} = \dfrac{\frac{2}{5} \cdot 200}{300} \cdot \dfrac{20}{7}$

$= \dfrac{80}{300} \cdot \dfrac{20}{7} = \underline{\underline{\dfrac{16}{21} \approx 0.76}}$

Oppgave 6

Nedenfor er et utklippsbilde fra reknearket:

Månedslønn, brutto	42700	NOK
Pensjonsinnskudd, 2 %	854	NOK
Fagforeningskontigent, 400 pr. mnd	400	NOK
Skattetrekkgrunnlag	41446	NOK
Skattetrekk, 31 %	12848	NOK
Månedslønn, netto	28598	NOK

Nedenfor kan du se formlene som er brukt for å finne Martes netto månedslønn:

	A	B	C
1	Månedslønn, brutto	42700	NOK
2	Pensjonsinnskudd, 2 %	=B1*0,02	NOK
3	Fagforeningskontigent, 400 pr. mnd	400	NOK
4	Skattetrekkgrunnlag	=B1-B2-B3	NOK
5	Skattetrekk, 31 %	=0,31*B4	NOK
6	Månedslønn, netto	=B1-B2-B3-B5	NOK

Oppgave 7

a)

Terje: $220000\,\text{kroner} \cdot \dfrac{0.93}{100} = \underline{\underline{2046\,\text{kroner}}}$

Lise: $230950\,\text{kroner} \cdot \dfrac{0.93}{100} + (520000 - 230950)\,\text{kroner} \cdot \dfrac{2.41}{100} = \dfrac{455697}{50}\,\text{kroner} \approx \underline{\underline{9114\,\text{kroner}}}$

b) Nedenfor er et utklipp av det oppsatte regnearket med formler:

	A	B
1	Skriv inn personinntekten din, den må være mellom 164 100-565400 kroner	
2	Personinntekt	
3	Trinnskatt 1	=IF(B2<230950; B2*0,0093; 230950*0,0093)
4	Trinnskatt 2	=IF(B2>230950; (B2-230951)*0,0241; 0)
5	Samlet trinnskatt	=B3+B4

Nedenfor er regnearket kontrollert opp mot Terje sin inntekt:

	A	B
1	Skriv inn personinntekten din, den må være mellom 164 100-565400 kroner	
2	Personinntekt	220000
3	Trinnskatt 1	2046
4	Trinnskatt 2	0
5	Samlet trinnskatt	2046

Nedenfor er regnearket kontrollert opp mot Lise sin inntekt:

	A	B
1	Skriv inn personinntekten din, den må være mellom 164 100-565400 kroner	
2	Personinntekt	520000
3	Trinnskatt 1	2148
4	Trinnskatt 2	6966
5	Samlet trinnskatt	9114

Oppgave 8

a) Vi bruker definisjonen av fart, $v = \dfrac{s}{t}$, og at 6 min er det samme som $6\,\cancel{\text{min}} \cdot 60\,\dfrac{\text{s}}{\cancel{\text{min}}} = 360\,\text{s}$

$v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{10000\,\text{m}}{400\,\text{s}} = 25\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \cdot 3.6\,\text{km/h} = \underline{\underline{90\,\text{km/h}}}$

b) Tidsbruk ved farten 90 km/h: $v = \dfrac{s}{t} \implies t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{10000\,\cancel{\text{m}}}{25\,\dfrac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 400\,\text{s} = 6\,\text{min og } 40\,\text{s}$, som sett tidligere.

Tidsbruk ved farten 110 km/h: $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{10000\,\text{m}}{\frac{110}{3.6}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{3600}{11}\,\text{s} \approx 5\,\text{minog}27\,\text{s}.$

Tidsbesparelsen per mil ved å øke farten fra 90 km/h til 110 km/h blir da: $400\,\text{s} - \frac{3600}{11}\,\text{s} = \frac{800}{11}\,\text{s} \approx \underline{\underline{1\,\text{min og } 13\,\text{s}}}$

c) Definerer $v_{90} = 90\,\text{km/h}$ og $v_{110} = 110\,\text{km/h}$

$$t_{90\,\text{km/h}} - t_{110\,\text{km/h}} = 15\,\cancel{\text{min}} \cdot 60\,\frac{\text{s}}{\cancel{\text{min}}} = 900\,\text{s}$$

$$\frac{S}{v_{90}} - \frac{S}{v_{110}} = 900\,\text{s}$$

$$S\left(\frac{1}{v_{90}} - \frac{1}{v_{110}}\right) = 900\,\text{s}$$

$$S = \frac{900\,\cancel{\text{s}}}{\left(\dfrac{1}{25\,\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}} - \dfrac{1}{\frac{110}{3.6}\,\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}}\right)}$$

$$S = 123750\,\text{m} \approx \underline{\underline{12\,\text{mil}}}$$

For å spare inn 15 min ved å kjøre 110 km/h istedenfor 90 km/h må en kjøre $\underline{\underline{12\,\text{mil}}}$